

UNIVERSITÀ' IUAV DI VENEZIA

Dottorato in Architettura, Città e Design
Curriculum: Innovazione per il costruire e per il patrimonio culturale

Ciclo XXXIII

VALUTAZIONE DI VULNERABILITA' SISMICA DI ELEMENTI IN C.A.: MODELLI DI CAPACITA' A FLESSIONE E TAGLIO

SEISMIC ASSESSMENT OF R.C. ELEMENTS: FLEXURAL AND SHEAR CAPACITY MODELS

Dottorando: Gianluca Aldrighetti

Tutors:

Prof. Anna Saetta – Università IUAV di Venezia
Ing. Luisa Berto – Università IUAV di Venezia
Ing. Diego Talledo – Università IUAV di Venezia

29 marzo 2021

Aggiornamento: 05 settembre 2021

INDICE

ABSTRACT	5
INTRODUZIONE	8
PARTE I MODELLI DI CAPACITA' DEFORMATIVA A FLESSIONE	11
1 CAPACITÀ DEFORMATIVA E DUTTILITÀ DI ELEMENTI IN C.A.	12
1.1 Introduzione	12
1.2 Modelli costitutivi adottati	12
1.2.1 <i>Modelli costitutivi per l'acciaio</i>	12
1.2.2 <i>Modelli costitutivi del calcestruzzo</i>	13
1.3 Capacità deformativa e duttilità in curvatura	18
1.4 Capacità deformativa e duttilità in rotazione	19
2 VERIFICHE DI MECCANISMI DUTILI PER STRUTTURE ESISTENTI	23
2.1 Introduzione	23
2.2 Capacità di rotazione secondo Eurocodice 8 e NTC2018	24
2.3 Capacità di rotazione secondo l'approccio tabellare FEMA 356 (ASCE/SEI 41-17)	26
2.4 Definizione di un approccio tabellare per la capacità di rotazione secondo Eurocodice 8 e NTC2018	28
2.4.1 <i>Analisi parametrica propedeutica</i>	28
2.4.2 <i>Tabelle operative</i>	31
2.4.3 <i>Confronto con FEMA356</i>	35
3 VERIFICHE DI DUTTILITÀ PER NUOVE COSTRUZIONI	36
3.1 Introduzione	36
3.2 Domanda di duttilità	38
3.3 Verifica esplicita di duttilità locale	40
3.3.1 <i>Algoritmo per la costruzione del diagramma momento-curvatura</i>	40
3.3.2 <i>Analisi parametrica</i>	42
3.4 Verifica implicita di duttilità locale: dettagli costruttivi	50
3.4.1 <i>Pilastrì</i>	50
3.4.2 <i>Travi</i>	52
3.5 Confronto tra verifica esplicita e verifica implicita	55
3.5.1 <i>Pilastrì</i>	56
3.5.2 <i>Travi senza di armatura di parete</i>	58
3.5.3 <i>Travi con armatura di parete</i>	66
3.6 Cenni sulle prescrizioni per la duttilità degli elementi secondari	67
PARTE II MODELLI DI CAPACITA' A TAGLIO	69
4 IL TAGLIO NELLE STRUTTURE IN C.A.	70
4.1 Comportamento a taglio di elementi in c.a.: considerazioni preliminari	70
4.2 Breve storia del taglio	73
4.2.1 <i>Storia del Taglio e delle normative fino al 1950</i>	73
4.2.1.1 <i>Evoluzione del concetto del "Taglio Orizzontale"</i>	77
4.2.1.2 <i>Evoluzione del concetto di rottura per "Fessurazione Diagonale"</i>	78
4.2.1.3 <i>Sviluppo della Normativa Tedesca ed Europea dal 1907-1943</i>	82
4.2.1.4 <i>Sviluppo della Normativa Americana 1920-1951</i>	87
4.2.2 <i>Evoluzione della ricerca e delle normative sul taglio dopo il 1955</i>	92

4.3	Meccanismi di resistenza a taglio in assenza di armatura trasversale	99
4.3.1	<i>Meccanismo arco-tirante</i>	99
4.3.2	<i>Effetto corrente compresso di calcestruzzo</i>	100
4.3.3	<i>Effetto bietta o spinotto (dowel-action)</i>	101
4.3.4	<i>Effetto corrente teso o manicotto</i>	101
4.3.5	<i>Effetto pettine o bielle d'anima</i>	102
4.3.6	<i>Effetto di ingranamento degli inerti</i>	102
5	MODELLI TEORICI DI CAPACITÀ A TAGLIO PER TRAVI E PILASTRI	103
5.1	Introduzione	103
5.2	Modelli classici a traliccio	103
5.2.1	<i>Meccanismo di Ritter-Mörsch con $\theta = 45^\circ$</i>	103
5.2.2	<i>Meccanismo a inclinazione variabile</i>	105
5.3	Modelli con degrado ciclico	107
5.3.1	<i>Modello UCSD – Priestley et al. (1994)</i>	108
5.3.2	<i>Modello Revised UCSD – Kowalsky e Priestley (2000)</i>	111
5.3.3	<i>Modello di Biskinis et al. (2004)</i>	115
5.3.4	<i>Modello di Sezen e Moehle (2004)</i>	118
5.4	Compression-Field Theory	121
5.4.1	<i>Modified Compression-Field Theory (MCFT)</i>	121
5.4.2	<i>Simplified Modified Compression Field Theory (SMCFT)</i>	131
6	APPROCCI NORMATIVI PER LA VALUTAZIONE DELLA CAPACITÀ A TAGLIO DI TRAVI E PILASTRI.....	135
6.1	Introduzione	135
6.2	Eurocodice 2 UNI EN 1992-1-1: 2005 – Progettazione delle strutture di calcestruzzo	135
6.3	NTC2018 – Aggiornamento delle “Norme tecniche per le costruzioni” (2018)	139
6.4	ACI 318-19 - Building Code Requirements for Structural Concrete (2019)	141
6.5	New Zealand Standard - CONCRETE STRUCTURES STANDARD Part 1 – The Design of Concrete Structures (2006)	145
6.6	Japan Standard Specification for Concrete Structures (2007) – “Design”	148
6.7	Fib Model Code for Concrete Structures 2010	150
6.8	CSA 23.3-04 Design of concrete structures (2004)	155
6.9	Eurocodice 8 UNI EN 1998-3:2005 – Progettazione delle strutture per la resistenza sismica	159
6.10	Circolare applicativa delle NTC2018 n°7 del 21 Gennaio 2019	161
6.11	STANDARD ASCE/SEI 41-17 – Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings	162
7	DATABASE PROVE SPERIMENTALI	164
7.1	Introduzione	164
7.2	Procedura svolta per la creazione del Database	164
7.2.1	<i>Elementi dotati di armatura trasversale</i>	164
7.2.2	<i>Elementi in assenza di armatura trasversale</i>	166
7.3	Struttura del Database	167
7.4	Caratteristiche del database e variabilità dei parametri	175
7.4.1	<i>Elementi dotati di armatura trasversale</i>	175
7.4.2	<i>Elementi privi di armatura trasversale</i>	182
8	APPROCCI NORMATIVI E LINEE GUIDA A CONFRONTO	187
8.1	Introduzione	187
8.2	Confronti	187
8.2.1	<i>Elementi dotati di armatura a taglio</i>	188
8.2.2	<i>Elementi privi di armatura a taglio</i>	193
9	CONCLUSIONI.....	198

10	APPENDICE	201
10.1	Tavola sinottica dei simboli adottati nelle normative e linee guida - capacità a taglio	201
10.2	Ulteriori confronti tra approcci normativi e risultati sperimentali	202
11	BIBLIOGRAFIA	209

Abstract

The evaluation of seismic vulnerability of RC buildings is a topic of great concern and actuality, due to the fact that they constitute a relevant part of the Italian existing assets. Thanks to their historical and architectural value, many buildings belong to the cultural heritage, the conservation and protection of which is important.

Over the last years, also as a result of catastrophic events, many of these structures have shown a vulnerability not only towards seismic action but also due to time and environmental degradation. Vulnerability analysis of existing buildings at different levels of detail in order to evaluate their seismic safety levels, requires knowledge, tools and methodologies and it provides support to Public institutions with a view to establish a list of priorities and possibly plan appropriate interventions. The modern seismic principles of performance-based design, which are incorporated by the Italian legislation starting from OPCM of 2003, cannot be directly applied for the vulnerability assessment of the existing buildings, built using no seismic building code or outdated and inadequate building codes. These structures, designed without using the capacity design principles, need to develop a careful flexural and shear capacity evaluation of their structural elements, in order to evaluate mechanisms and appearances of ductile fracture and especially brittle fracture.

This work intends to provide specifications and guidelines for capacity assessment of RC buildings, in terms of strength and ductility, for state of stress that occurs in presence of seismic action. An in-depth study of two main topics is carried out in this work: the first concerns flexural deformation capacity of RC structures, and the second concerns the evaluation of capacity models for shear strength of RC elements. The in-depth study was justified and aimed at researching of specifications and guidelines to be implemented in professional practice. For this reason, for both topics, a critical comparative analysis of capacity models available in current international standards and guidelines were developed and useful tables and tools for vulnerability assessment of RC elements are given. Regarding shear strength, it is emphasized that due to the physical-mechanical complexity that characterizes the phenomenon in RC elements, has not been found a single solution but many models have been developed in international standards and guidelines. The article of Paul E. Regan with the provocative title: "Research on shear: a benefit to humanity or a waste of time?" appeared in the journal "The Structural Engineer" in 1993, is significant. Almost thirty years later, it seems that there has not been an answer to this question yet, there is still uncertainty in shear strength prediction also due to experimental results from which the models were derived.

This thesis therefore, consists of two main parts: the first is devoted to flexural deformation capacity models and the second is devoted to shear capacity models, fundamental to evaluate mechanisms and appearances of ductile and brittle failure. As specified above, in dealing with both topics particular attention was paid to regulatory aspects. International standards and guidelines are a landmark as part of professional practice, of primary interest to this work, and at the same time especially if studied in their temporal evolution and international panorama, they offer an interesting point of reflection in the realm of research.

In particular, the first part of the thesis deals with some specific aspects related to the assessment of ductility required by current standards with a view to the seismic vulnerability evaluation of existing structures and to design new seismic-resistant structures.

In this regard, it should be pointed out that the entry into force of the Italian code, “Norme Tecniche per le Costruzioni” of 2018 has explicitly introduced the mandatory ductility assessment for newly constructed dissipative structures, while for existing buildings the ductility assessment was already explicitly introduced by “Norme Tecniche per le Costruzioni” of 2008 and its “Circolare”, in accordance with “Eurocode 3 – Part 3”. Specific guidance for ductility assessment introduced in the new standard refers in many cases to linear analysis methods, which undoubtedly represent the most common and familiar calculation approach in professional practice for the analysis of new structures, and it refers in general to curvature ductility assessment. On the other hand, however, the most common approach in the vulnerability assessment of existing structures is the nonlinear analysis with ductility assessment in terms of chord rotation.

For this reason, in the first part of the thesis, after a brief overview of fundamental concepts of both curvature and displacement ductility, specific aspects of the ductility assessment of existing structures and newly constructed structures are discussed. For existing structures, it has been proposed an immediate evaluation by using tabular approach, with reference to rotation capacity assessment of beams and columns. For new structures, on the other hand, reference was made to ductility assessments in the context of linear analysis methods, trying to retrace what was proposed by the current code, from curvature ductility demand to the calculation of the corresponding capacity, proposing evaluations and comparison in respect of construction detail rules, an alternative to explicit assessment to the satisfaction of ductility requirements.

In the second part of the thesis, the topic shear strength has been addressed with particular reference to capacity models on which standards are based. F. Leonhardt, in his keynote during FIP Congress in 1970, has assigned the complexity of shear strength evaluation of RC elements to the large number of parameters involved, over twenty. This is also probably the reason why research on one hand, and standards on the other, have followed a tortuous path and to date, a unified approach has not been found for shear capacity of RC members, contrary to flexural behavior and bending capacity of RC members, which is clearly explained and can be determined with more accuracy. Many requirements and models adopted in the standards over the course of time are deduced from experimental tests that, due to the large number of parameters involved, are most often lacking or valid under specific conditions. For all these reasons, the objective of this thesis has been on one hand, comparing different current standards and guidelines and on the other hand, systematically collecting the larger number of shear tests of RC beams and columns found in literature, creating a specific database usable for purpose of study or research.

Specifically, the database, containing 2'858 tests, was created from different sources such as PEER (Pacific Earthquake Engineering Research Center) and ACI-DAfStb (American Concrete Institute - Deutscher Ausschluß für Stahlbeton), along with Collins et al. (2005) and Cavagnis (2017) works.

This second part of the thesis begins by retracing the main steps that have marked the history of knowledge evolution and regulatory requirements related to the evaluation of shear strength of RC elements trying to find the genesis of current standards and guidelines. To this end, capacity models found in the literature were investigated, derived from mechanical and/or empirical approaches, which represents the fundamental of the models adopted in the current standards.

In addition to the Italian national code (Norme Tecniche per le Costruzioni 2018 and its Circolare) and the European codes (Eurocode 2, Eurocode 8 and Fib Model Code 2010), capacity models of other five international codes were considered. The comparison between these codes is made with reference to the experimental results of the database developed in this work with over 170 beams and columns with shear reinforcement and over 2000 members without shear reinforcement.

Introduzione

La valutazione di vulnerabilità delle costruzioni in calcestruzzo armato è un tema di grande interesse ed attualità, poiché tali costruzioni rappresentano una porzione importante e quantitativamente rilevante del costruito italiano. Ad esso appartengono peraltro anche molte opere che per la propria valenza storico-architettonica si collocano nell'ambito di un patrimonio culturale da conservare e valorizzare.

Molte di queste costruzioni hanno manifestato negli ultimi anni, anche a seguito di eventi catastrofici, la propria vulnerabilità non solo nei confronti dell'azione del sisma ma anche dell'azione del tempo e del degrado ambientale.

In questo contesto è quindi fondamentale disporre di conoscenze, strumenti e metodi per poter procedere a valutazioni di vulnerabilità a diverso livello di dettaglio, per valutare il grado di sicurezza di tali opere anche in ambito sismico, e poter così costituire un supporto per gli attori del processo decisionale anche nell'ottica di definire liste di priorità ed eventualmente programmare gli interventi necessari.

I principi della moderna progettazione sismica, recepiti nelle sue basi dalla Normativa Italiana già a partire dall'OPCM del 2003, e fondati sul concetto di "Performance Based Design", non risultano direttamente adottabili alla valutazione di vulnerabilità di edifici esistenti, progettati spesso secondo criteri sismici obsoleti o, in molti casi, in completa assenza degli stessi. La mancanza totale del rispetto della gerarchia delle resistenze rende per tali opere necessario procedere ad un'attenta valutazione della capacità degli elementi strutturali a flessione e a taglio, in modo da poter identificare l'insorgere all'interno della struttura di meccanismi duttili ma soprattutto di pericolosi meccanismi fragili.

In tale contesto si inquadra questo lavoro che intende fornire indicazioni e strumenti utili per la valutazione della capacità di elementi in c.a., in termini di resistenza e duttilità, nei confronti degli stati di sollecitazione che si verificano in presenza di azione sismica.

Vengono approfondite nello specifico due tematiche: la prima riguardante la capacità deformativa a flessione delle strutture in c.a., e la seconda la valutazione della capacità a taglio. L'approfondimento è stato motivato e per certi aspetti finalizzato alla ricerca di strumenti ed indicazioni utilizzabili nella pratica professionale con eventuali possibili ricadute anche in ambito normativo. Per tale ragione per entrambe le tematiche si sono svolte analisi critiche comparative tra i modelli di capacità proposti da diversi codici e normative anche a livello internazionale, e si è cercato di fornire quando possibile, tabelle e strumenti utili per poter procedere a valutazioni di vulnerabilità di tali elementi.

Per quanto riguarda nello specifico la resistenza a taglio, si sottolinea come a causa della complessità fisico-meccanica che caratterizza tale fenomeno negli elementi in c.a., si stenta a tutt'oggi ad avere un'unitarietà di approccio tra le diverse formulazioni e le diverse normative. Significativo in tal senso è un articolo di Paul E. Regan apparso nel 1993 nella rivista: "The Structural Engineer" dal titolo provocatorio: "Research on shear: a benefit to humanity or a waste of time?". A distanza di quasi trent'anni sembra che tale questione non sia ancora stata risolta e a fronte di una prolifica letteratura su questo tema, sembrano mancare a tutt'oggi riferimenti sicuri finalizzati in particolare ad una consapevole applicazione dei modelli proposti in normativa anche alla luce dei risultati sperimentali da cui essi sono stati derivati.

La tesi quindi si articola in due parti: la prima dedicata ai modelli di capacità deformativa a flessione, e la seconda dedicata ai modelli di capacità a taglio, fondamentali per la verifica rispettivamente di

meccanismi duttili e fragili. In accordo con quanto sopra riportato, nel trattare entrambe le tematiche si è posta particolare attenzione agli aspetti normativi. Essi, infatti, costituiscono un riferimento imprescindibile nell'ambito applicativo-progettuale, di primario interesse in questo lavoro, e contemporaneamente, soprattutto se studiati nella loro evoluzione temporale e inquadrati nel loro panorama internazionale, offrono un interessante spunto di riflessione nell'ambito della ricerca scientifica.

In particolare, la prima parte della tesi tratta alcuni aspetti specifici relativi alle verifiche di duttilità richieste dalle attuali normative sia nell'ottica della valutazione di vulnerabilità sismica delle strutture esistenti sia in quella della progettazione di strutture nuove sismo-resistenti.

A questo proposito giova ricordare come l'entrata in vigore delle Norme Tecniche per le Costruzioni 2018 (NTC2018) abbia introdotto in modo esplicito per le strutture di nuova progettazione con comportamento strutturale dissipativo la verifica obbligatoria di duttilità (verifiche DUT), mentre per le strutture esistenti la verifica degli elementi duttili era già stata esplicitamente introdotta dalle Norme Tecniche per le Costruzioni 2008 (NTC2008) e relativa Circolare, in accordo con la Parte 3 dell'Eurocodice 8. Le indicazioni specifiche relative alla duttilità introdotte nella nuova normativa nell'ambito delle verifiche DUT fanno in molti casi riferimento ai metodi di analisi lineari, che rappresentano indubbiamente l'approccio di calcolo più comune e familiare nella pratica professionale per l'analisi di strutture di nuova progettazione, e si riferiscono in generale alla verifica della duttilità in curvatura. Di contro però nella valutazione di vulnerabilità di strutture esistenti l'approccio più comune è rappresentato dall'analisi non lineare con la verifica di duttilità in termini di calcolo della rotazione alla corda.

Per tale ragione, in questa parte della tesi dopo aver richiamato brevemente alcuni concetti introduttivi relativi alla duttilità in curvatura e in rotazione, si affrontano aspetti specifici relativi alle verifiche di duttilità di strutture esistenti e di strutture nuove. Per le strutture esistenti si è fatto riferimento alla valutazione della capacità di rotazione degli elementi travi e colonna, proponendo anche un approccio tabellare per una loro più immediata valutazione. Per le strutture nuove, invece, ci si è riferiti in particolare alle verifiche di duttilità nell'ambito di metodi di analisi lineari, cercando di ripercorrere da un punto di vista concettuale quanto proposto dall'attuale normativa, dal calcolo della domanda di duttilità in curvatura al calcolo della corrispondente capacità, e proponendo valutazioni e confronti anche con riferimento al rispetto delle regole di dettaglio costruttivo, che costituiscono per l'attuale normativa una possibilità alternativa alla verifica esplicita per il soddisfacimento dei requisiti di duttilità.

Nella seconda parte della tesi è affrontato il tema del taglio con particolare riferimento ai modelli di capacità su cui si basano le verifiche introdotte nelle normative. La complessità che caratterizza la valutazione della resistenza a taglio degli elementi in c.a. è stata attribuita da F. Leohnardt, nella sua keynote al Congresso FIP del 1970, al fatto che essa è influenzata da oltre venti variabili. Questa è probabilmente anche la ragione per cui, nell'ambito del taglio, la ricerca da un lato, e le prescrizioni normative dall'altro hanno seguito nella storia un percorso tortuoso e ad oggi non hanno raggiunto un approccio unitario e condiviso, contrariamente a quanto è accaduto ad esempio per la valutazione della resistenza flessionale. Molte prescrizioni e modelli adottati dalle normative nel corso del tempo sono derivati da prove sperimentali che, anche a causa del grande numero di parametri in gioco, sono in molti casi carenti o comunque limitate a particolari condizioni.

Per tali ragioni in questa tesi si è voluto da un lato confrontare tra loro diversi approcci normativi attualmente utilizzati a livello nazionale e internazionale, dall'altro raccogliere in maniera organica e sistematica il maggior numero di risultati di prove sperimentali a taglio di travi e colonne in c.a. presenti in letteratura, costruendo uno specifico database utilizzabile per ragioni di studio e di ricerca. In particolare, questo database, che raccoglie 2858 prove, è stato costruito unendo diverse fonti tra le quali si citano il database del PEER (Pacific Earthquake Engineering Research Center) e del ACI-DAfStb (American Concrete Institute - Deutscher Ausschluß für Stahlbeton), insieme ai lavori di Collins et al. (2015) e Cavagnis (2017).

Questa seconda parte della tesi inizia ripercorrendo i passaggi principali che hanno segnato la storia dell'evoluzione della conoscenza e delle prescrizioni normative relative alla valutazione della resistenza a taglio di elementi in c.a. cercando di ritrovare la genesi delle attuali normative in questo ambito. A tale scopo sono stati inoltre indagati i modelli di capacità sviluppati in letteratura, derivati da approcci meccanici e/o empirici, che costituiscono i riferimenti fondamentali dei modelli attualmente adottati in ambito normativo.

Oltre alla normativa nazionale (Norme Tecniche per le Costruzioni 2018 e relativa Circolare) ed Europea (Eurocodice 2, Eurocodice 8 e Fib Model Code 2010) sono stati considerati i modelli di capacità a taglio presenti in altre cinque normative internazionali. Il confronto tra questi è fatto con riferimento ai risultati sperimentali di una serie di oltre 170 travi e pilastri con armatura a taglio e oltre 2000 elementi senza armatura a taglio, ricavati dal database sviluppato in questo lavoro di tesi.

PARTE I
MODELLI DI CAPACITA' DEFORMATIVA A
FLESSIONE

1 Capacità deformativa e duttilità di elementi in c.a.

1.1 Introduzione

La duttilità rappresenta un requisito fondamentale per garantire un buon comportamento sismico delle strutture, ad essa infatti è connessa la capacità di dissipare energia mediante plasticizzazione delle sezioni.

Come noto la duttilità di una struttura dipende dalla duttilità conseguita a livello di materiale, valutata a partire dai legami costitutivi, a livello di sezione, valutata a partire dai diagrammi momento-curvatura e a livello di elemento valutata in termini di rotazioni introducendo il concetto di lunghezza di cerniera plastica.

Per garantire un'adeguata duttilità strutturale le normative richiede il soddisfacimento di determinati requisiti. Con particolare riferimento all'attuale normativa italiana ed europea (NTC2018 e Eurocodice8), nell'ambito della progettazione di strutture nuove, viene fatto riferimento in particolare alle verifiche di duttilità in termini di curvatura, coerentemente con l'approccio di calcolo, comunemente utilizzato nella pratica professionale, basato sull'analisi lineare. Di contro per la valutazione di vulnerabilità di strutture esistenti, la verifica di duttilità avviene in genere in termini di rotazione alla corda confrontando la domanda, valutata con l'analisi non lineare, con la capacità.

In questo capitolo si presenteranno alcuni aspetti e concetti che stanno alla base dei due capitoli successivi, in cui si tratteranno nel dettaglio le verifiche di duttilità di edifici esistenti e nuovi secondo l'attuale normativa. In particolare, dopo aver presentato i modelli costitutivi per acciaio e calcestruzzo che verranno utilizzati per la costruzione dei diagrammi momento curvatura al cap. 3, si introdurranno le principali definizioni ed alcune osservazioni relative alla capacità deformativa e duttilità in curvatura e rotazione utilizzate rispettivamente al cap.2 e 3.

1.2 Modelli costitutivi adottati

1.2.1 Modelli costitutivi per l'acciaio

Le NTC2018 descrivono al §4.1.2.1.2.2 due possibili modelli costitutivi per l'acciaio d'armatura. Il primo è caratterizzato da un legame elastico – linearmente incrudente; il secondo da un legame elastico – perfettamente plastico indefinito. Nel calcolo della capacità in curvatura è stato adottato un modello costitutivo del secondo tipo. Tuttavia, a dispetto di quanto indicato dalle NTC2018, è stato comunque scelto un valore ultimo della deformazione ε_{su} , per poter rappresentare condizioni ultime che prevedono il raggiungimento della capacità deformativa ultima dell'acciaio. Il valore della deformazione ultima è stato assunto pari a:

$$\varepsilon_{su} = 0.9 \cdot \varepsilon_{su,k} \quad (1.1)$$

Dove $\varepsilon_{su,k}$ è il valore caratteristico della deformazione ultima dell'acciaio.

Le NTC2018, al §4.1.2.1.2.2 assumono valida la relazione:

$$\varepsilon_{su,k} = A_{gt,k} \quad (1.2)$$

Il termine $A_{gt,k}$ rappresenta il valore caratteristico della deformazione in corrispondenza al raggiungimento della massima resistenza, ottenuta nella prova di allungamento a trazione. Per l'acciaio B450C, le NTC2018 adottano un valore $A_{gt,k} = 7.5\%$ da utilizzare nella progettazione, come specificato nella tabella nella tabella 11.3.lb della norma.

Per il modulo elastico dell'acciaio E_s la nuova norma non fornisce una indicazione esplicita. Per il calcolo della capacità di duttilità è stato utilizzato il valore $E_s = 200000MPa$, in accordo a quanto specificato dalla norma EN 1992-1-1 al §3.2.7(4). Il legame costitutivo adottato per l'acciaio è descritto dalla curva rappresentata in Figura 1.1.

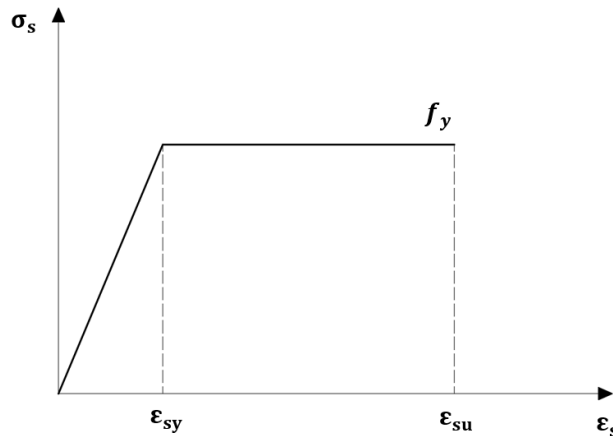


Figura 1.1 Legame costitutivo per l'acciaio

1.2.2 Modelli costitutivi del calcestruzzo

Le norme NTC2018 descrivono al §4.1.2.1.2 i diagrammi tensione – deformazione per il calcestruzzo, che è possibile adottare per il calcolo delle sezioni agli stati limite ultimi. Nel caso in cui non sia considerato alcun effetto legato al confinamento del conglomerato, le nuove norme considerano i medesimi legami costitutivi riportati dalle norme NTC2008, ossia parabola – rettangolo, triangolo – rettangolo e stress – block.

Nel caso in cui venga considerato l'effetto del confinamento del calcestruzzo, la norma NTC2018 assieme alla circolare applicativa forniscono specifiche indicazioni sui legami costitutivi che è possibile adottare nella modellazione del calcestruzzo confinato.

Il confinamento del conglomerato ha come risultato a livello locale un aumento della resistenza e della capacità deformativa del calcestruzzo stesso. Pertanto, la rappresentazione degli effetti del confinamento nel calcolo della capacità della sezione, sia in termini di resistenza che di duttilità, permette di sfruttare maggiormente le caratteristiche del materiale e di rappresentare il comportamento della sezione in modo più aderente a quello reale.

La resistenza e la capacità deformativa del calcestruzzo confinato possono essere direttamente correlate alla pressione laterale di confinamento σ_2 , responsabile dello stato triassiale di compressione a cui è soggetto il materiale. Le NTC2018 definiscono la pressione efficace di confinamento come:

$$\sigma_2 = \alpha \cdot \sigma_l \quad \text{con} \quad \alpha \leq 1 \quad (1.3)$$

dove il termine α rappresenta il coefficiente di efficienza del confinamento, che dipende dalla numerosità e disposizione delle armature trasversali, dal loro passo e dal numero di barre longitudinali bloccate. Le norme NTC2018 forniscono le seguenti espressioni per il calcolo del coefficiente di efficienza del confinamento α :

$$\alpha = \alpha_n \cdot \alpha_s \quad (1.4)$$

$$\alpha_n = 1 - \sum_n \frac{b_i^2}{6 \cdot b_x \cdot b_y} \quad (1.5)$$

$$\alpha_s = \left(1 - \frac{s}{2 \cdot b_x}\right) \cdot \left(1 - \frac{s}{2 \cdot b_y}\right) \quad (1.6)$$

Nelle precedenti espressioni b_x e b_y indicano la larghezza del nucleo confinato rispettivamente in direzione x ed in direzione y , preso con riferimento alla linea media delle staffe. Il termine s rappresenta il passo delle staffe.

Il termine σ_l presente nella (1.3) è la pressione di confinamento esercitata dalle armature trasversali definito dalle seguenti relazioni:

$$\sigma_l = \sqrt{\sigma_{l,x} \cdot \sigma_{l,y}} \quad (1.7)$$

Dove:

$$\sigma_{l,x} = \frac{A_{st,x}}{b_y \cdot s} \cdot f_{y,w} = \rho_{w,x} \cdot f_{y,w} \quad (1.8)$$

$$\sigma_{l,y} = \frac{A_{st,y}}{b_x \cdot s} \cdot f_{y,w} = \rho_{w,y} \cdot f_{y,w} \quad (1.9)$$

in cui $A_{st,x}$ e $\rho_{w,x}$ rappresentano rispettivamente l'area della sezione trasversale e la densità per unità di area delle staffe aventi braccia parallele alla direzione x . Analogamente vale per i termini con pedice y , relativa alla direzione y . Il termine $f_{y,w}$ rappresenta la tensione di snervamento delle armature trasversali.

Nel caso di armatura trasversale uguale nelle due direzioni $\rho_{w,x} = \rho_{w,y}$, introducendo il rapporto volumetrico di armatura trasversale $\rho_w = \rho_{w,x} + \rho_{w,y}$ è possibile riscrivere l'espressione (1.3) nella nota forma:

$$\sigma_2 = \alpha \cdot \rho_w \cdot \frac{f_{y,w}}{2} \quad (1.10)$$

Da tale relazione si osserva come la tensione efficace di confinamento sia proporzionale all'efficacia del confinamento α , al rapporto volumetrico di armatura trasversale ρ_w e alla resistenza delle armature trasversali $f_{y,w}$. È anche importante sottolineare come i fattori presenti nell'espressione (1.10) non siano tutti indipendenti tra loro. Infatti, sia il termine α che il termine ρ_w dipendono dalla lunghezza delle braccia delle staffe e dal passo delle staffe, pertanto essi non sono due parametri che variano in modo totalmente indipendente l'uno dall'altro.

Le norme NTC2018 e la relativa circolare applicativa propongono due leggi costitutive per descrivere il comportamento del calcestruzzo allo stato limite ultimo, che vengono di seguito descritte in dettaglio.

MODELLO 1

La prima legge viene proposta dalla norma al §4.1.2.1.2.1, in linea con EN 1992-1-1, ed è la legge costitutiva tipo parabola-rettangolo rappresentata in Figura 1.2. La curva del legame costitutivo è descritta dalle seguenti relazioni:

$$\sigma_c = -\frac{f_{c,c}}{\varepsilon_{c,c}^2} \cdot (\varepsilon_c)^2 + \frac{2 \cdot f_{c,c}}{\varepsilon_{c,0}} \cdot (\varepsilon_c) \quad \text{se} \quad \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c,0,c} \quad (1.11)$$

$$\sigma_c = f_{c,c} \quad \text{se} \quad \varepsilon_{c,0,c} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu,c} \quad (1.12)$$

Nelle precedenti relazioni $f_{c,c}$ rappresenta la resistenza massima del conglomerato, che può essere espressa, in termini di resistenza caratteristica, tramite le seguenti relazioni:

$$f_{ck,c} = f_{ck} \cdot \left(1 + 5 \cdot \frac{\sigma_2}{f_{ck}}\right) \quad \text{per} \quad \sigma_2 \leq 0.05 \cdot f_{ck} \quad (1.13)$$

$$f_{ck,c} = f_{ck} \cdot \left(1.125 + 2.5 \cdot \frac{\sigma_2}{f_{ck}}\right) \quad \text{per} \quad \sigma_2 > 0.05 \cdot f_{ck} \quad (1.14)$$

La norma precisa di adottare i valori caratteristici delle resistenze per il calcolo della capacità di duttilità, a meno di situazioni particolari, quali ad esempio la verifica di resistenza e duttilità delle costruzioni esistenti. Per la definizione del legame costitutivo vengono forniti i seguenti valori di deformazione:

$$\varepsilon_{c,0} = 0.002 \quad (1.15)$$

$$\varepsilon_{cu,0} = 0.0035 \quad (1.16)$$

$$\varepsilon_{c,c} = \varepsilon_{c,0} \cdot \left(\frac{f_{ck,c}}{f_{ck}}\right)^2 \quad (1.17)$$

$$\varepsilon_{cu,c} = \varepsilon_{cu,0} + 0.2 \cdot \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \quad (1.18)$$

In particolare, $\varepsilon_{c,0}$ e $\varepsilon_{cu,0}$ rappresentano rispettivamente la deformazione al raggiungimento del picco di resistenza e la deformazione ultima per il calcestruzzo non confinato. I termini $\varepsilon_{c,c}$ e $\varepsilon_{cu,c}$ sono i corrispettivi valori per il calcestruzzo confinato, come indicato nella Figura 1.2. Il termine f_{ck} rappresenta il valore caratteristico della resistenza cilindrica a compressione del materiale.

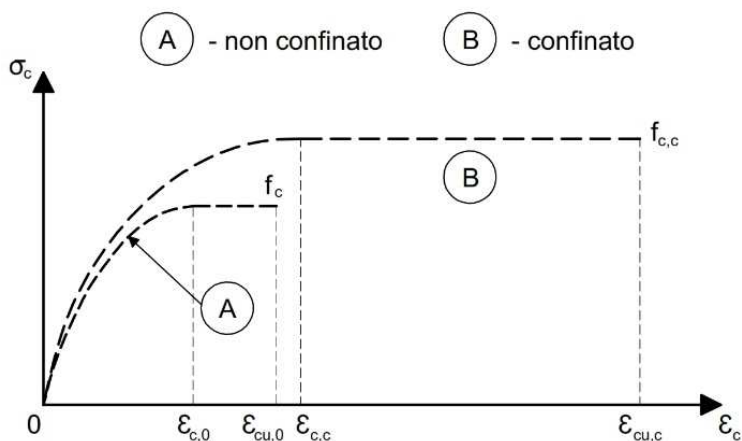


Figura 1.2 Legame costitutivo per calcestruzzo confinato e non confinato di tipo parabola-rettangolo (figura ripresa e modificata §4.1.2.1.2.1 delle NTC2018)

Le relazioni (1.15) e (1.16) sono valide per calcestruzzi con classe di resistenza pari o inferiori a C50/60. La relazione (1.18) è stata proposta inizialmente nel Model Code 90 CEB/FIP Model (CEB 1991) e coincide, a meno di qualche differenza nella definizione di σ_2 , con la formula adottata dalla norma EN 1992-1-1.

MODELLO 2

La seconda legge costitutiva per il calcestruzzo considerata dal riferimento italiano è stata introdotta dalla Circolare 2019 e riprende il modello riportato in EN 1998-2 Annex E. Come illustrato in Figura 1.3, tale legame è caratterizzato da un ramo softening post-picco, ed è consigliato dalla Circolare 2019 in particolare per la verifica di duttilità, per la quale tale ramo acquista maggiore importanza.

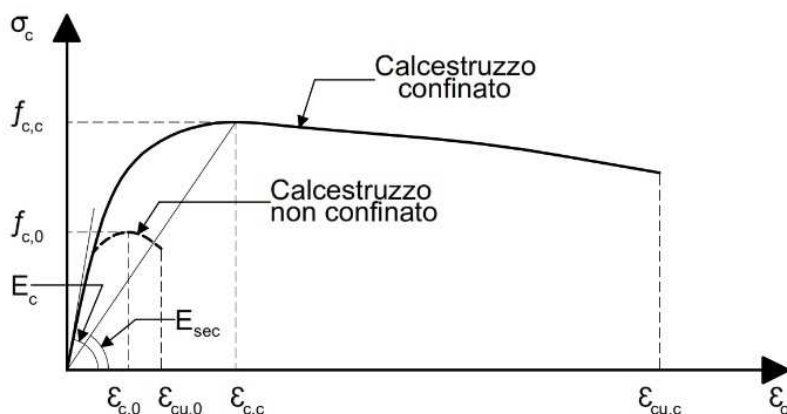


Figura 1.3 Legame costitutivo per calcestruzzo confinato e non confinato derivato da EN 1998-2 Annex E (figura ripresa e modificata §C4.1.2.1.2.1 della Circolare 2019)

Tale formulazione prevede per il calcestruzzo non confinato l'utilizzo del legame proposto da (Popovics, 1973), mentre per il calcestruzzo confinato l'estensione sviluppata da (Mander et al.,

1988). Questa tipologia di curve, contrariamente a quella definita dal legame parabola-rettangolo, è caratterizzata dalla presenza di un picco della resistenza seguito da un tratto in cui la tensione diminuisce progressivamente all'aumentare della deformazione. Utilizzando tale legame è perciò possibile simulare un degrado della resistenza della curva tensione-deformazione, che si può riflettere in un andamento degradante della curva momento curvatura, nel caso in cui sussistano le condizioni necessarie. La curva è definita dalla seguente relazione (Popovics, 1973), (EN 1998-2 Annex E):

$$\sigma_c = f_{c,c} \cdot \frac{x \cdot r}{r - 1 + x^r} \quad (1.19)$$

Dove:

$$f_{c,c} = f_c \cdot \lambda \quad (1.20)$$

$$\lambda = 2.254 \cdot \sqrt{1 + 7.94 \cdot \frac{\sigma_2}{f_c} - 2 \cdot \frac{\sigma_2}{f_c} - 1.254} \quad (1.21)$$

$$x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c,c}} \quad (1.22)$$

$$r = \frac{E_{cm}}{E_{cm} - E_{sec}} \quad (1.23)$$

$$E_{sec} = \frac{f_{c,c}}{\varepsilon_{c,c}} \quad (1.24)$$

Nelle precedenti espressioni, il termine E_{cm} rappresenta il valore medio del modulo elastico tangente del calcestruzzo. Nella versione proposta dalla norma EN 1998-2 Annex E i valori da assumere per le resistenze del calcestruzzo non confinato e confinato sono quelli medi. Tuttavia, anche nell'utilizzo di formulazioni di comprovata validità, le NTC2018 prevedono l'impiego dei valori caratteristici delle resistenze. Per questo motivo, nel presente lavoro, viene fatto riferimento ai valori caratteristici anche nell'utilizzo del modello proposto da EN 1998-2 Annex E. I valori di deformazione necessari alla definizione della curva, specificati dalla Circolare 2019, sono:

$$\varepsilon_{c,0} = 0.002 \quad (1.25)$$

$$\varepsilon_{cu,0} = 0.004 \quad (1.26)$$

$$\varepsilon_{c,c} = \varepsilon_{c,0} \cdot \left(\frac{f_{ck,c}}{f_{ck}} \right)^2 \quad (1.27)$$

Per il legame costitutivo rappresentato in Figura 1.3, le NTC2018 non definiscono in maniera esplicita la relazione da utilizzare per il calcolo di $\varepsilon_{cu,c}$.

La norma EN 1998-2 Annex E adotta la seguente espressione per il calcolo della deformazione ultima del calcestruzzo confinato:

$$\varepsilon_{cu,c} = 0.004 + 1.4 \cdot \frac{\rho_w \cdot f_{y,w} \cdot \varepsilon_{su,w}}{f_{c,c}} \quad (1.28)$$

Il termine $\varepsilon_{su,w}$ presente nell'espressione (1.28) rappresenta la deformazione ultima dell'acciaio che costituisce le armature trasversali, responsabili dell'effetto di confinamento del conglomerato. L'espressione (1.28) deriva dall'approccio proposto da (Mander et al., 1988) secondo il quale la capacità deformativa ultima del calcestruzzo confinato è legata alla massima energia di deformazione sviluppata dalle armature trasversali. Nel lavoro di (Paulay and Priestley, 1992) viene proposta la versione sopraesposta dell'equazione (1.28), che non necessita di procedimenti iterativi per il calcolo di $\varepsilon_{cu,c}$. Il coefficiente 1.4 è stato scelto come valore idoneo per ottenere una semplificazione della formulazione originale. Alcuni autori, come ad esempio (Panagiotakos and Fardis, 2001), hanno evidenziato come l'utilizzo dell'espressione (1.28) conduca in alcuni casi ad una sovrastima della capacità deformativa ultima di sezioni e membri in calcestruzzo armato. Considerando tali aspetti e sottolineando come le NTC2018 non forniscano indicazioni esplicite, nella presente trattazione il calcolo del termine $\varepsilon_{cu,c}$ nella seconda formulazione viene effettuato analogamente a quanto svolto per la prima;

$$\varepsilon_{cu,c} = \varepsilon_{cu,0} + 0.2 \cdot \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \quad (1.29)$$

1.3 Capacità deformativa e duttilità in curvatura

La capacità deformativa di una sezione in c.a. inflessa o presso inflessa è in genere espressa in termini di duttilità in curvatura. Essa si determina secondo la formulazione classica, a partire dal diagramma momento- curvatura della sezione, come rapporto tra la curvatura ultima ϕ_u e quella a snervamento ϕ'_{yd} .

Nelle normative di nuova generazione, tra cui l'attuale NTC2018, la duttilità in curvatura viene definita con riferimento non più alla curvatura a snervamento ma alla curvatura convenzionale di prima plasticizzazione ϕ_{yd} secondo quanto riportato, ad esempio da (Paulay and Priestley, 1992).

Nel dettaglio, seguendo quanto indicato in NTC2018, la curvatura ultima ϕ_u e la curvatura convenzionale di prima plasticizzazione ϕ_{yd} di una sezione rispettivamente in calcestruzzo armato si definiscono con e relazioni:

$$\phi_u = \min[\phi(\varepsilon_{cu}, \varepsilon_{su}); \phi(M_{85\%})] \quad (1.30)$$

$$\phi_{yd} = \frac{M_{Rd}}{M'_{yd}} \cdot \phi'_{yd} \quad (1.31)$$

In particolare, ϕ_u è la minore tra la curvatura ultima effettiva della sezione $\phi(\varepsilon_{cu}, \varepsilon_{su})$, corrispondente al raggiungimento della deformazione limite nel calcestruzzo compresso ε_{cu} e/o nell'acciaio teso ε_{su} , e la curvatura $\phi(M_{85\%})$ corrispondente alla riduzione del 15% del massimo momento resistente M_{Rd} .

Per quanto riguarda la curvatura convenzionale di prima plasticizzazione ϕ_{yd} , essa definita con riferimento ad una schematizzazione elasto – plastica del legame momento – curvatura, come indicato in Figura 1.4, e rappresenta la curvatura associata al momento M_{Rd} considerando la

rigidezza secante per il punto (ϕ'_{yd}, M'_{yd}) , in cui ϕ'_{yd} è la curvatura di snervamento dell'armatura tesa o, qualora fosse minore - come nel caso di sezioni molto armate o soggette ad elevato sforzo normale - la curvatura corrispondente al raggiungimento della deformazione di picco ε_{c0} del calcestruzzo compresso.

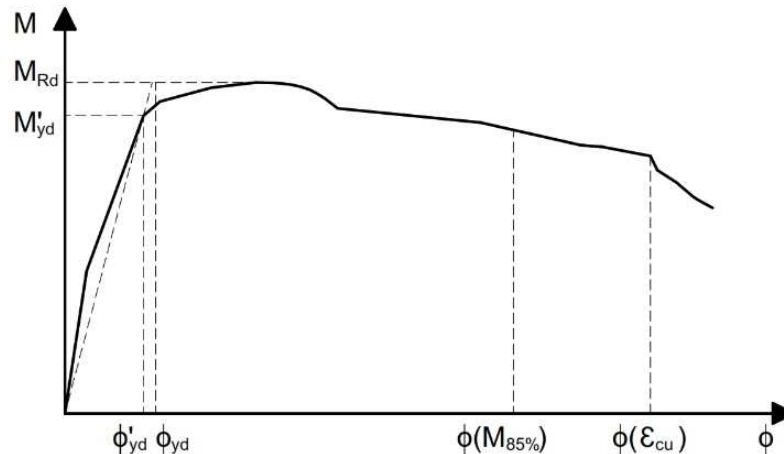


Figura 1.4 Esempio di diagramma momento-curvatura, in accordo alla norma NTC2018
(figura ripresa e modificata §C4.1.2.3.4.2 della Circolare 2019)

Il valore di ϕ_{yd} risulta quindi sempre maggiore o uguale di ϕ'_{yd} , che veniva invece direttamente assunto come valore della curvatura di riferimento per il calcolo della duttilità nella formulazione classica ed anche nella precedente versione della normativa.

Utilizzando i valori di curvatura a snervamento e ultima è possibile definire la capacità in termini di duttilità in curvatura μ_ϕ attraverso il rapporto:

$$\mu_\phi = \frac{\phi_u}{\phi_{yd}} \quad (1.32)$$

Nel calcolo della curvatura ultima gioca un ruolo fondamentale anche l'effetto del confinamento che, quando presente, comporta un sensibile incremento della duttilità (e.g. Kent and Park, 1977; Park et al., 1982). Si presentano nel seguito i principali modelli di capacità comunemente adottati nelle normative con particolare riferimento alla normativa italiana ed europea.

1.4 Capacità deformativa e duttilità in rotazione

La capacità deformativa a livello di elemento per travi e colonne viene in genere definita in termini di rotazione alla corda θ , ovvero la rotazione della sezione di estremità dell'elemento rispetto alla congiungente quest'ultima alla sezione caratterizzata da momento flettente nullo. La rotazione θ è pari al rapporto tra lo spostamento relativo delle due sezioni e la loro distanza, definita come luce di taglio $L_v = M/V$.

Questa misura di deformazione ben rappresenta il comportamento globale dell'elemento, è un parametro significativo per la valutazione della risposta sismica globale di una struttura (ad esempio

il drift di piano) e allo stesso tempo fornisce indicazioni su rotture a livello locale, (Panagiotakos e Fardis,2001)

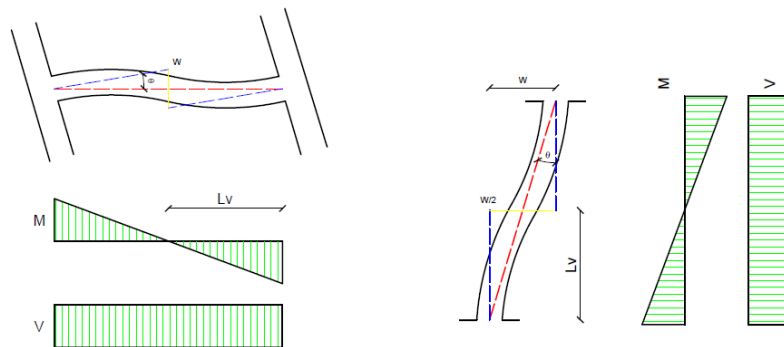


Figura 1.5 Rotazioni alla corda e sollecitazioni nelle membrature

Per la valutazione della capacità rotazionale dell'elemento sono state proposte nel corso degli anni una serie di formulazioni di derivazione meccanico/analitica o sperimentale. Tali relazioni riguardano in particolare la valutazione della capacità di rotazione plastica e/o di rotazione ultima oltre che la rotazione a snervamento. Tali relazioni sono essenziali nell'ambito dell'utilizzo del Displacement Based Design per la progettazione di strutture nuove e per la valutazione di vulnerabilità sismica di strutture esistenti oltre che, per quanto riguarda la rotazione a snervamento, per una valutazione realistica dell'effettiva rigidità elastica di strutture fessurate in c.a. fondamentale per la valutazione della domanda sismica.

Un'analisi dettagliata delle formulazioni maggiormente utilizzate a livello normativo per la stima delle rotazioni degli elementi in c.a. è riportata nel lavoro di Cosenza et al. (2011).

Secondo un approccio di tipo "meccanico", la capacità deformativa di elementi in c.a. può essere valutata considerando tre principali meccanismi deformativi che agiscono in serie: il meccanismo deformativo flessionale, il meccanismo deformativo a taglio ed il meccanismo deformativo per scorrimento degli ancoraggi di estremità. Infatti, sebbene a livello di sezione la capacità deformativa (in curvatura) venga espressa unicamente sulla base del meccanismo flessionale, a livello di elemento la stima della capacità deformativa (in rotazione) necessita di tenere conto dei suddetti contributi aggiuntivi.

Pertanto, la rotazione alla corda θ di un elemento in c.a. si può esprimere in generale nella seguente forma, costituita dalla somma di tre contributi:

$$\theta = \theta_F + \theta_S + \theta_{sl} \quad (1.33)$$

Dove θ_F , θ_S , θ_{sl} rappresentano rispettivamente i contributi relativi alla deformazione per flessione, alla deformazione a taglio e alla deformazione legata allo scorrimento degli ancoraggi di estremità. Per la rotazione a snervamento θ_y sono state proposte alcune formulazioni, tra cui a titolo di esempio si riporta quella proposta per travi e pilastri dall'Eurocodice 8-3, in cui è possibile identificare i differenti contributi espressi all'interno delle parentesi quadre:

$$\theta_y = \left[\phi_y \cdot \frac{L_V + \alpha_Z}{3} \right] + \left[0.0014 \cdot \left(1 + 1.5 \cdot \frac{h}{L_V} \right) \right] + \left[\phi_y \cdot \frac{d_{bl} \cdot f_y}{8 \cdot \sqrt{f_c}} \right] \quad (1.34)$$

Nelle precedenti relazioni, L_V rappresenta la luce di taglio dell'elemento, α_Z è un coefficiente che tiene conto della traslazione del diagramma del momento dovuto al taglio, d_{bl} è il diametro delle

armature longitudinali nella sezione di estremità, f_c e f_y , indicano la tensione di snervamento dell'acciaio di armatura longitudinale, espressi in MPa

Per quanto riguarda la capacità di rotazione plastica θ_{pl} e la rotazione ultima θ_u , a partire dai primi anni Sessanta sono stati effettuati numerosi studi sui parametri che influenzano tali valori di rotazione, mediante diverse campagne di prove sperimentali su travi in c.a., tra cui alcune commissionate appositamente dal C.E.B (Comitato Euro-Internazionale del Calcestruzzo). Sulla base di queste ultime venne proposta una formulazione in cui la rotazione plastica θ_{pl} era assunta come funzione della posizione dell'asse neutro a rottura adimensionalizzata all'altezza utile della sezione (Siviero, 1976), che è stata inserita nel Model Code 78 e successivamente nella normativa italiana D.M. 09.01.1996.

Dall'analisi di dati sperimentali alcuni autori tra cui Baker e Amarakone (1964), Mattock (1964), Corley (1966), Mattock (1967), Park (1982), Priestley et al. (1987), Paulay et al. (1992), Panagiotakos and Fardis (2001), Fardis et al. (2007), proposero una valutazione della rotazione plastica e/o della rotazione ultima basata su una lunghezza equivalente di cerniera plastica L_{pl} . In tale approccio, la capacità di rotazione plastica viene calcolata utilizzando la formulazione propria del meccanismo deformativo flessionale, in cui la curvatura ultima della sezione di estremità viene assunta come costante su un tratto di elemento di lunghezza pari a L_{pl} e su di essa viene integrata, fornendo un valore di rotazione. In questo modo, l'espressione della rotazione ultima (da cui la capacità di rotazione plastica può essere ricavata per differenza con la rotazione di snervamento) assume la seguente forma tipica (alcune normative tecniche introducono termini aggiuntivi, pur conservando la struttura base della relazione, e.g. Eurocodice 8-3):

$$\theta_u = \theta_y + (\phi_u - \phi_y) \cdot L_{pl} \quad (1.35)$$

Il contributo relativo ai diversi meccanismi deformativi (a flessione, a taglio e legato allo scorrimento degli ancoraggi) viene tenuto in conto attraverso il parametro L_{pl} , che quindi rappresenta una lunghezza di cerniera plastica puramente convenzionale. Essa viene normalmente espressa come somma di tre contributi, relativi ai sopracitati meccanismi deformativi:

$$L_{pl} = L_{pl,F} + L_{pl,S} + L_{pl,sl} \quad (1.36)$$

A titolo di esempio, si riportano le due diverse relazioni proposte dall'Eurocodice 8-3 per la stima della lunghezza equivalente di cerniera plastica:

$$L_{pl} = 0.1 \cdot L_V + 0.17 \cdot h + 0.24 \cdot \frac{d_{bl} f_y (MPa)}{\sqrt{f_c (MPa)}} \quad (1.37)$$

$$L_{pl} = \frac{L_V}{30} + 0.2 \cdot h + 0.11 \cdot \frac{d_{bl} f_y (MPa)}{\sqrt{f_c (MPa)}} \quad (1.38)$$

Nelle precedenti espressioni, h è l'altezza della sezione. L'espressione da utilizzare è data dalla scelta del modello di confinamento adottato per il calcestruzzo nel calcolo della curvatura ultima. In particolare, nel caso in cui venga utilizzato il "modello 1" descritto al 1.2.2 e riportato anche in EN1992-1-1 (§3.1.9), la lunghezza di cerniera plastica può essere calcolata utilizzando l'espressione (1.37).

La lunghezza equivalente di cerniera plastica espressa dalla relazione (1.38) vale invece secondo Eurocodice 8-3 nel caso in cui vengano utilizzate le seguenti relazioni per la definizione del modello di confinamento del calcestruzzo:

$$f_{cc} = f_c \cdot \left[1 + 3.7 \cdot \left(\frac{\alpha \cdot \rho_{sx} \cdot f_{yw}}{f_c} \right)^{0.86} \right] \quad (1.39)$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.004 + 0.5 \cdot \frac{\alpha \cdot \rho_{sx} \cdot f_{yw}}{f_{cc}} \quad (1.40)$$

In tempi più recenti, il problema della stima della rotazione ultima e della capacità di rotazione plastica degli elementi in c.a. è stato affrontato sviluppando delle formulazioni empiriche, ricavate mediante regressioni statistiche di dati ottenuti da prove sperimentali, e.g. Panagiotakos and Fardis (2001), Rossetto (2002), Zhu et al. (2007). Tra queste, le relazioni proposte da Panagiotakos and Fardis (2001) sono basate sul database sperimentale più esteso. Per questo motivo sono ritenute più affidabili e sono state riprese da diversi riferimenti normativi, ad esempio Eurocodice 8-3, Circolare NTC2018, che verranno presentate al 2.2.

Analogamente alla curvatura è possibile definire la duttilità in rotazione come rapporto tra la rotazione ultima e quella a snervamento:

$$\mu_{\theta} = \frac{\theta_u}{\theta_y} \quad (1.41)$$

2 VERIFICHE DI MECCANISMI DUTTILI PER STRUTTURE ESISTENTI

2.1 Introduzione

Nella valutazione della vulnerabilità sismica di strutture esistenti, come precedentemente accennato, si fa comunemente ricorso a metodi di analisi non lineare con modelli a plasticità diffusa o a plasticità concentrata, in cui alle estremità degli elementi, che si assumono elastici, si inseriscono delle cerniere plastiche caratterizzate da un legame Momento-rotazione non lineare.

Per la verifica degli elementi duttili la domanda di rotazione inelastica (rotazione alla corda) ricavata da queste analisi deve essere confrontata con la capacità di rotazione definita in corrispondenza degli stati limite di riferimento dalle diverse normative. In molti software commerciali - come SAP, Midas Gen, PERFORM 3D - sono implementate leggi di cerniera plastica che introducono i valori limite di rotazione previsti per i diversi Stati Limite rendendo immediata la verifica degli elementi duttili.

Si vuole sottolineare come tra i metodi di analisi possibili per la valutazione di vulnerabilità sismica delle strutture esistenti sia contemplata anche l'analisi lineare con spettro di risposta elastico. Le prime indicazioni su questa modalità comparvero nell'OPCM3274 del 2003 e riferimenti fondamentali sono rappresentati dall'Eurocodice 8 parte 3 del 2005, ASCE 2007 e la Circolare applicativa delle NTC2008 (MIT, 2009). La peculiarità di questo approccio risiede nel fatto che ha comportato un cambio radicale di prospettiva, consentendo verifiche degli elementi duttili in termini di deformazione a partire da valutazioni della domanda ricavate direttamente da analisi lineari. Alla base di questo è assunta la validità del principio di uguaglianza degli spostamenti enunciato da Newmark per l'oscillatore semplice elasto-plastico con periodo di oscillazione maggiore di un valore limite prossimo a T_c dello spettro di risposta, situazione questa che si incontra in molti casi nelle strutture esistenti che spesso sono fortemente deformabili per azioni orizzontali. Poiché si basa sull'assunzione dell'uguaglianza degli spostamenti, questo metodo di analisi è consentito solo se sono soddisfatte alcune condizioni di ammissibilità volte a garantire un comportamento strutturale non troppo dissimile da quello di un oscillatore semplice. È necessaria quindi una certa uniformità nella distribuzione delle richieste di duttilità all'interno della struttura (uniformità che viene garantita attraverso il controllo che l'insieme dei rapporti $p_i = D_i/C_i$ tra domanda -valutata in termini di momenti flettenti- e capacità -valutata in termini di momento resistente- degli elementi primari non sia troppo disperso) oltre che ovviamente l'esclusione di rotture di tipo fragile. Giova ricordare come per quest'ultimo controllo, essendo effettuato in termini di forze, per gli elementi che entrano in campo non lineare non è possibile valutare la domanda a partire dai risultati dell'analisi elastica lineare, anche se sono soddisfatte le condizioni di ammissibilità, ma si deve ricorrere ai principi del capacity design (Fardis, 2009). Nell'ASCE 2007 l'ammissibilità di tale metodo di analisi richiede oltre al controllo dell'uniformità delle richieste di duttilità all'interno della struttura anche il controllo sull'entità della massima domanda di duttilità, imponendo per questa dei valori limite accettabili.

Si osserva infine come la Circolare applicativa delle NTC2018 (MIT, 2019, nel seguito Circolare 2019) pur mantenendo la possibilità di eseguire il metodo di analisi lineare per le strutture esistenti, sembra disconoscere la possibilità di eseguire in questo caso verifiche per gli elementi duttili in termini di deformazioni, richiedendo esplicitamente per questo tipo di analisi la verifica di capacità di elementi duttili in termini di resistenza e limitandosi a richiamare per tale modalità di analisi e verifica quanto previsto per le strutture di nuova costruzione non dissipative. Inoltre, il controllo delle condizioni di ammissibilità come è stato introdotto nella Circolare 2019 (C8.7.2.2.1) sembra, come

evidenziato e discusso in Ghersi e Lenzi (2020), riferito solo alla possibilità di usare l'analisi statica invece dell'analisi modale con spettro di risposta, cosa che, sembra non trovare adeguate giustificazioni.

2.2 Capacità di rotazione secondo Eurocodice 8 e NTC2018

Per la valutazione della prestazione sismica di edifici esistenti in Eurocodice 8 parte 3 Sezione A.3.2.2, EC8-3, come accennato al paragrafo 1.4, è stata introdotta una relazione empirica per il calcolo della rotazione ultima alla corda per le verifiche allo stato limite di collasso (SLC), poi ripresa dalla normativa italiana NTC2008 e dalla recente NTC2018 (a parte la limitazione sul parametro L_V/h non presente nella normativa italiana):

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0.016 (0.3^v) \left[\frac{\max(0.01; \omega')}{\max(0.01; \omega)} f_c \right]^{0.225} \left(\min \left(9; \frac{L_V}{h} \right) \right)^{0.35} 25^{\left(\alpha \rho_{sx} \frac{f_{yw}}{f_c} \right)} (1.25^{100 \rho_d}) \quad (2.1)$$

dove:

- θ_u è la rotazione ultima alla corda
- v rappresenta lo sforzo assiale normalizzato di compressione agente sulla sezione
- ω ed ω' rappresentano le percentuali meccaniche di armatura tesa e compressa
- f_c e f_{yw} sono rispettivamente la resistenza a compressione del calcestruzzo e la tensione di snervamento dell'acciaio dell'armatura trasversale
- α rappresenta il coefficiente di efficacia fornito dal confinamento della sezione
- ρ_{sx} e ρ_d sono relativamente la percentuale geometrica di armatura trasversale e diagonale
- γ_{el} è un coefficiente di elemento, che vale 1.5 per gli elementi sismici primari e 1 per i secondari, che serve per passare dai valori medi di rotazione alla corda ai valori medio-1-deviazione standard

Il limite superiore del rapporto $\frac{L_V}{h}$ che compare nella (2.1) è stato introdotto in tempi recenti ed è importante per i pilastri che possono presentare un diagramma di momento non intrecciato con valori di L_V anche maggiori della lunghezza dell'asta.

Per lo Stato Limite di Salvaguardia della vita (SLV) si deve assumere un valore limite pari a $3/4\theta_u$.

Nell'Eurocodice 8 viene fornita anche una relazione di natura empirica per la determinazione della parte plastica della rotazione ultima:

$$\theta_u^{pl} = \theta_u - \theta_y = \frac{1}{\gamma_{el}} 0.0145 (0.25^v) \left[\frac{\max(0.01; \omega')}{\max(0.01; \omega)} \right]^{0.3} f_c^{0.2} \left(\frac{L_V}{h} \right)^{0.35} 25^{\left(\alpha \rho_{sx} \frac{f_{yw}}{f_c} \right)} (1.275^{100 \rho_d}) \quad (2.2)$$

In cui γ_{el} si assume pari a 1.8 per gli elementi sismici primari e 1 per i secondari.

Le relazioni (2.1), (2.2) si riferiscono a condizioni di barre ad aderenza migliorata, in assenza di sovrapposizione delle barre di armatura nella zona critica e riguardano la valutazione della rotazione di elementi che presentano adeguati dettagli antisismici o per i quali è stata svolta una verifica di duttilità. In caso una o più di queste condizioni non sia rispettata la capacità di rotazione calcolata

con le (2.1) e (2.2) deve essere adeguatamente ridotta secondo quanto previsto in normativa. Ad esempio, nel caso di elementi non dotati di dettagli di tipo antisismico, quindi con percentuali di armatura longitudinale o trasversale diverse da quelle indicate per la progettazione, il valore dato dall'espressione (2.1) per la normativa italiana deve essere moltiplicato per 0.85.

In alternativa, per la valutazione della rotazione ultima può essere usata la relazione derivante da un approccio meccanico in cui si assume che dopo lo snervamento la parte plastica della rotazione sia uniforme all'interno di una lunghezza finita di cerniera plastica L_{pl} :

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} \left[(\theta_y + (\phi_u - \phi_y) L_{pl} \left(1 - \frac{0.5L_{pl}}{L_V} \right) \right] \quad (2.3)$$

Dove θ_y è la rotazione rispetto alla corda allo snervamento, ϕ_u è la curvatura ultima valutata considerando la deformazione ultima del calcestruzzo (tenendo conto dell'eventuale confinamento) e dell'acciaio (da stimare in base all'allungamento uniforme al carico massimo, in mancanza di informazioni si può assumere che la deformazione ultima dell'acciaio sia pari al 4%) e la lunghezza di cerniera plastica può essere valutata con la relazione (1.37) qui riportata per semplicità di lettura:

$$L_{pl} = 0.1L_V + 0.17h + 0.24 \frac{d_{bl}f_y}{\sqrt{f_c}} \quad (2.4)$$

Dove h è l'altezza della sezione, d_{bl} il diametro medio delle barre longitudinali, f_c e f_y indicano la tensione di snervamento dell'acciaio di armatura longitudinale espressa in MPa.

Nella normativa italiana NTC2018 (come anche in NTC2008) non è presente una relazione come la (2.2) , che fornisce il contributo plastico della rotazione ultima, esso quindi può essere calcolato come differenza tra la rotazione ultima e la rotazione a snervamento θ_y .

Il valore della rotazione a snervamento è definito in NTC2018 per travi e pilastri come:

$$\theta_y = \phi_y \frac{L_V}{3} + 0.0013 \left(1 + 1.5 \frac{h}{L_V} \right) + 0.13 \phi_y \frac{d_b f_y}{\sqrt{f_c}} \quad (2.5)$$

che, in caso di elementi in cui non ci si aspetta fessurazione a taglio prima dello snervamento della sezione è sostanzialmente uguale, eccetto lievi differenze nei coefficienti moltiplicativi, alla relazione (1.34) riportata in Eurocodice 8-3 e qui riscritta per comodità di lettura:

$$\theta_y = \phi_y \frac{L_V + a_V z}{3} + 0.0014 \left(1 + 1.5 \frac{h}{L_V} \right) + \phi_y \frac{d_b f_y}{8\sqrt{f_c}} \quad (2.6)$$

Si può notare come nella (2.6) nel primo termine si aggiunge alla luce di taglio L_V un contributo $a_V z$ che corrisponde alla traslazione del diagramma del momento flettente dovuta al taglio, in cui si assume $a_V=1$ se ci si aspetta che la fessurazione per taglio preceda lo snervamento per flessione, condizione che si verifica quando M_y all'estremità dell'asta è maggiore di $(V_{RC} \cdot L_V)$ dove V_{RC} è la resistenza a taglio in assenza di armatura trasversale. Anche in questo caso la relazione (2.6) viene modificata in presenza di sovrapposizione delle barre di armatura nella zona critica.

In tali relazioni si possono facilmente riconoscere tre contributi alla rotazione a snervamento, legati il primo al comportamento flessionale, il secondo a quello tagliante e l'ultimo allo scorrimento delle barre.

Il valore di θ_y peraltro viene assunto come limite da entrambe le normative per le verifiche allo stato limite di danno (SLD).

2.3 Capacità di rotazione secondo l'approccio tabellare FEMA 356 (ASCE/SEI 41-17)

Per la determinazione della rotazione ultima di una sezione in calcestruzzo armato la FEMA 356 "Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings", ha proposto un metodo speditivo di immediata applicazione basato direttamente sull'utilizzo di tabelle. Queste tabelle sono presenti anche nelle attuali ASCE/SEI 41-17. In tali tabelle sono riportati i valori di rotazione plastica da utilizzare con riferimento al legame generalizzato di cerniera plastica riportato in Figura 2.1 in cui in questo caso l'asse delle ordinate rappresenta il rapporto tra il momento agente e il momento a snervamento. Il tratto AB rappresenta il tratto elastico che si estende fino al raggiungimento della rotazione a snervamento assunta pari a 0.005 rad nel caso di travi e colonne in c.a. (Panagiotakos e Fardis, 2001). Il tratto BC corrisponde alla fase plastica incrudente, in cui si hanno valori di rigidezza della membratura pari a circa il 10% rispetto alla rigidezza considerata nel tratto AB. In corrispondenza del punto C, l'elemento definito come primario raggiunge la condizione di collasso, condizione non raggiunta idealmente invece dall'elemento secondario che può protrarsi lungo il tratto CD con forte degrado della resistenza e poi proseguire lungo il tratto DE fino ad il valore finale posto nel punto E.

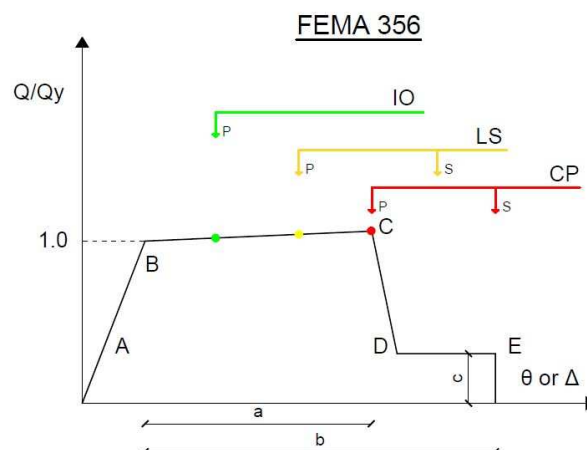


Figura 2.1 Legge di cerniera plastica proposta da FEMA 356 (ASCE/SEI 41-17)

I parametri a e b di Figura 2.1 rappresentano quindi rispettivamente la massima quota plastica della rotazione alla corda per elementi primari e secondari. In figura sono riportati anche gli stati limite di riferimento.

Tabella 2.1 e Tabella 2.2 rappresentano la parte di interesse delle tabelle proposte dalle FEMA per valutare la rotazione plastica per le travi e i pilastri in funzione del rapporto di armatura presente, della presenza o meno di staffatura conforme, del tasso di taglio, parametro inserito nelle FEMA e confrontabile con i rapporti tra luce di taglio e altezza della sezione introdotti nelle formule dalla normativa europea e italiana. In particolare, per ciascuna tipologia di elemento (i.e. trave o pilastro) oltre ai criteri di accettazione delle rotazioni al variare dello stato limite da considerare, è riportata la capacità di rotazione plastica in funzione dei seguenti parametri:

- $\frac{\rho - \rho'}{\rho_{bal}}$; questo parametro rappresenta il rapporto tra la differenza tra la percentuale geometrica di armatura longitudinale tesa e compressa, e percentuale geometrica di armatura bilanciata, che corrisponde alla massima percentuale di armatura in una sezione soggetta a flessione semplice che consente una rottura duttile. Tale parametro è riportato

esclusivamente negli elementi trave in quanto gli elementi colonna per la maggior parte dei casi presentano armatura simmetrica;

- Trans.Reinf. Si tratta di un identificativo della tipologia di elemento, denominato come Conforme o Non-Conforme. Un elemento denominato “Conforme” presenta un passo delle staffe $s_h \leq \frac{d}{3}$ con d altezza utile della sezione e un’armatura trasversale progettata per resistere ad almeno a $\frac{3}{4}$ dell’azione tagliante di progetto;
- $\frac{V}{b_w d \sqrt{f_c}}$ Questo parametro indica il tasso di lavoro a taglio dell’elemento, per il quale vengono individuati due livelli di riferimento: valori ≥ 6 corrispondono ad un alto impegno a taglio dell’elemento; valori ≤ 3 corrispondono ad un basso impegno a taglio.
- $\frac{P}{A_g f_c}$ Questo parametro, introdotto solo per le colonne, rappresenta lo sforzo normale adimensionalizzato dell’elemento.

Per valori di parametri compresi tra quelli riportati in tabella è possibile procedere effettuando un’interpolazione lineare.

Si noti che in Tabella 2.1 e Tabella 2.2 è riportata la sola parte delle tabelle FEMA relativa ad elementi la cui rottura è dominata da comportamento prevalentemente flessionale, in quanto unica sezione confrontabile con le valutazioni di capacità in rotazione per elementi duttili della normativa italiana ed europea.

Table 6-7 Modeling Parameters and Numerical Acceptance Criteria for Nonlinear Procedures— Reinforced Concrete Beams

Conditions	Modeling Parameters ³			Acceptance Criteria ³						
	Plastic Rotation Angle, radians		Residual Strength Ratio	Plastic Rotation Angle, radians						
				Performance Level						
	a		b	c	Component Type					
					Primary		Secondary			
IO	LS	CP	LS	CP						
i. Beams controlled by flexure¹										
$\frac{\rho - \rho'}{\rho_{bal}}$	Trans. Reinf. ²	$\frac{V}{b_w d \sqrt{f_c}}$								
≤ 0.0	C	≤ 3	0.025	0.05	0.2	0.010	0.02	0.025	0.02	0.05
≤ 0.0	C	≥ 6	0.02	0.04	0.2	0.005	0.01	0.02	0.02	0.04
≥ 0.5	C	≤ 3	0.02	0.03	0.2	0.005	0.01	0.02	0.02	0.03
≥ 0.5	C	≥ 6	0.015	0.02	0.2	0.005	0.005	0.015	0.015	0.02
≤ 0.0	NC	≤ 3	0.02	0.03	0.2	0.005	0.01	0.02	0.02	0.03
≤ 0.0	NC	≥ 6	0.01	0.015	0.2	0.0015	0.005	0.01	0.01	0.015
≥ 0.5	NC	≤ 3	0.01	0.015	0.2	0.005	0.01	0.01	0.01	0.015
≥ 0.5	NC	≥ 6	0.005	0.01	0.2	0.0015	0.005	0.005	0.005	0.01

Tabella 2.1 Tabella delle rotazioni limite per le travi secondo FEMA 356 (ASCE/SEI 41-17)

Table 6-8 Modeling Parameters and Numerical Acceptance Criteria for Nonlinear Procedures—Reinforced Concrete Columns

Conditions	Modeling Parameters ⁴			Acceptance Criteria ⁴						
	Plastic Rotation Angle, radians	Residual Strength Ratio	c	Plastic Rotation Angle, radians						
				Performance Level						
	IO	Component Type		LS	CP	LS	CP			
		Primary	Secondary							
a	b									
i. Columns controlled by flexure¹										
$\frac{P}{A_g f'_c}$	Trans. Reinf. ²	$\frac{V}{b_w d \sqrt{f'_c}}$								
≤ 0.1	C	≤ 3	0.02	0.03	0.2	0.005	0.015	0.02	0.02	0.03
≤ 0.1	C	≥ 6	0.016	0.024	0.2	0.005	0.012	0.016	0.016	0.024
≥ 0.4	C	≤ 3	0.015	0.025	0.2	0.003	0.012	0.015	0.018	0.025
≥ 0.4	C	≥ 6	0.012	0.02	0.2	0.003	0.01	0.012	0.013	0.02
≤ 0.1	NC	≤ 3	0.006	0.015	0.2	0.005	0.005	0.006	0.01	0.015
≤ 0.1	NC	≥ 6	0.005	0.012	0.2	0.005	0.004	0.005	0.008	0.012
≥ 0.4	NC	≤ 3	0.003	0.01	0.2	0.002	0.002	0.003	0.006	0.01
≥ 0.4	NC	≥ 6	0.002	0.008	0.2	0.002	0.002	0.002	0.005	0.008

Tabella 2.2 Tabella delle rotazioni limite per le colonne secondo FEMA 356 (ASCE/SEI 41-17)

La capacità rotazionale confrontabile con quella riportata nella normativa italiana è riportata nella colonna relativa al tratto “a” del “Modeling Parameters”, che rappresenta la quota parte plastica della rotazione ultima, valutabile in forma diretta tramite l’Eurocodice ed indirettamente tramite NTC2018. Essendo la rotazione a snervamento per le FEMA 356 implicitamente assunta pari a 0.005 rad nel caso di travi e pilastri, si ha che per le FEMA la rotazione ultima, può essere calcolata come somma tra la quota parte plastica definita dal tratto “a” e la quota parte relativa allo snervamento.

2.4 Definizione di un approccio tabellare per la capacità di rotazione secondo Eurocodice 8 e NTC2018

2.4.1 Analisi parametrica propedeutica

Allo scopo di costruire delle tabelle affini a quelle riportate nelle FEMA, che implementano le relazioni proposte nella normativa italiana ed europea per la valutazione della capacità rotazionale a partire da alcuni dati geometrici e meccanici dell’elemento, è stata effettuata un’analisi parametrica con riferimento alla relazione (2.1).

Tale relazione può essere riscritta come prodotto di sette fattori:

$$\theta_u = F1 * F2 * F3 * F3' * F4 * F5 * F6 \tag{2.7}$$

dove:

$F1 = \frac{1}{\gamma_{el}} 0.016$ Fattore che raccoglie il coefficiente di sicurezza, in funzione della tipologia di elemento (primario o secondario)

$F2 = (0.3^V)$ Fattore relativo alla presenza di sforzo normale adimensionalizzato,

$F3 = \left[\frac{\max(0.01; \omega')}{\max(0.01; \omega)} \right]^{0.225}$ Fattore che considera l’influenza del rapporto tra la percentuale meccanica di armatura longitudinale compressa e quella tesa. Come si può notare la percentuale di

armatura è limitata inferiormente al valore 0.01, limitazione che garantisce una capacità rotazionale non nulla anche ad elementi privi di armatura compressa

$F3' = f_c^{0.225}$ Fattore relativo all'influenza della resistenza a compressione cilindrica media del calcestruzzo

$F4 = \left(\min. \left(9; \frac{L_v}{h} \right) \right)^{0.35}$ Fattore che dipende dal rapporto tra la luce di taglio e l'altezza della sezione. Il valore massimo ammissibile pari a 9 è presente come sopra riportato solo in EC8.3 come limite relativo alla snellezza dell'elemento considerato, non è invece presente all'interno dell'attuale Circolare Esplicativa delle NTC2018

$F5 = 25 \left(\alpha \rho_{sx} \frac{f_{yw}}{f_c} \right)$ Fattore che considera l'efficienza del confinamento della sezione trasversale

$F6 = (1.25^{100 \rho_d})$ Fattore correlato alla percentuale geometrica di armatura diagonale.

Per comprendere il contributo che questi fattori hanno nella valutazione della rotazione ultima espressa dalla relazione (2.1), si è considerata la loro variabilità in funzione dei parametri in gioco, assumendo che tali parametri varino all'interno di range rappresentativi delle usuali condizioni presenti per le costruzioni esistenti.

In particolare, si è analizzata la variabilità dei fattori **F₂**, **F₃**, **F₃'** ed **F₄** in funzione di v , ω'/ω , f_c , L_v/h . Non si è considerata nell'analisi la variabilità dei fattori **F₅** e **F₆**, in quanto **F₅**, relativo all'efficienza del confinamento, è stato assunto pari ad 1 ipotizzando per i pilastri una situazione di scarso confinamento, situazione tipica delle costruzioni esistenti, in cui spesso non sono presenti ancoraggi idonei delle staffe. Per quanto riguarda invece il fattore **F₆**, relativo alla presenza di armatura diagonale, è stato omesso dalla trattazione (anche per la sua scarsa variabilità in tale tipo di analisi). Per quanto riguarda le caratteristiche dei materiali si sono presi in considerazione calcestruzzi con resistenze medie comprese tra 15 e 30 MPa ed acciai d'armatura con resistenza media compresa tra 250 a 450 MPa, valori tipici del trentennio compreso tra il 1950 ed il 1980 (Ricci et al., 2011).

Per la determinazione del range di valori relativo al fattore **F₂**, sforzo normale adimensionalizzato v , si è fatto riferimento alle seguenti normative tecniche: R.D. 2229/39, D.M. 30/05/72, D.M. 26/03/80 e D.M. 09/01/96. Con riferimento ai pilastri, sulla base di quanto riportato al Decreto Regio del 39 (Capo 3 art. 18), dove è indicata per un calcestruzzo ordinario una tensione di sicurezza del conglomerato pari a $\sigma_{max} = 35 \left[\frac{Kg}{cm^2} \right]$ a fronte di un valore $R_{ck} = 120 \left[\frac{Kg}{cm^2} \right]$, si è valutato un massimo grado di sfruttamento del 29% circa che corrisponde ad un valore dello sforzo normale adimensionalizzato v pari a circa 0.6, che viene quindi assunto come limite superiore. Il limite inferiore per v è stato assunto pari a $v = 0.1$ corrispondente ad uno sforzo minimo di compressione atto a poter definire l'elemento come pilastro. Come si può osservare in Figura 2.2a assumendo $0.1 \leq v \leq 0.6$ si ha una variazione del fattore **F₂** pari a circa il 45%, dimostrando così l'importanza di tale parametro nella determinazione della capacità rotazionale.

Per quanto riguarda il fattore **F₃** si è assunto per i pilastri un valore unitario data la consuetudine di armarli simmetricamente sui lati più sollecitati. Per le travi, invece, per la determinazione del range di valori relativo alle percentuali meccaniche di armatura longitudinale tesa e compressa, si è considerata la prescrizione fornita dai decreti ministeriali precedenti alle attuali Norme Tecniche ed in particolare al "Decreto Ministeriale" del 30/05/72, prescrizione che rimase invariata nel "DM_96", la quale richiedeva all'interno del Capitolo 5.3.1 nelle strutture inflesse in elevazione una percentuale di armatura longitudinale, nella zona tesa, riferita all'area totale della sezione di conglomerato, non

inferiore al 0,15 per barre ad aderenza migliorata e a 0,25 per barre lisce. Ipotizzando, nella situazione più sfavorevole, l'assenza di armatura longitudinale a compressione (che corrisponde ad adottare il valore minimo $\omega' = 0.01$) una percentuale di armatura geometrica tesa pari a $\rho = 0.25\%$ corrisponde ad un valore $\frac{\omega'}{\omega} \cong 0.2$ avendo ipotizzato per la valutazione di ω un valore di $f_y = 300\text{MPa}$ e di $f_c = 15\text{MPa}$. Estendendo il range di variabilità e considerando $0 \leq \frac{\omega'}{\omega} \leq 1$, si ottiene per il fattore F3 una variazione da circa 0.4 a 1, come si può osservare in Figura 2.2b, dimostrando anche in questo caso la sensibile influenza di questo parametro nella valutazione della capacità rotazionale.

Il valore di **F3'** è stato valutato considerando la resistenza media a compressione f_c variabile nel range sopra indicato $15\text{MPa} \leq f_c \leq 30\text{MPa}$, questo comporta una variabilità del parametro F3' piuttosto limitata, intorno al 17%, come si può osservare in Figura 2.2c. Come conseguenza di ciò, per quanto riguarda la verifica degli elementi duttili negli edifici esistenti, non risulta molto conveniente approfondire la conoscenza in modo da ridurre il fattore di confidenza con cui si devono abbattere le resistenze, perché l'utilizzo di una resistenza del calcestruzzo maggiore non comporta un evidente beneficio in termini di aumento della capacità di rotazione plastica degli elementi.

Per la valutazione della variabilità del fattore **F4**, che dipende dal rapporto L_v/h tra luce di taglio ed altezza della sezione, si è considerato per L_v/h il limite superiore fornito dalla normativa stessa (EC8-3) assunto pari a 9 (che per i casi in cui $L_v=L/2$ corrisponde ad elementi molto snelli con $L/h=18$). Inoltre, per l'analisi parametrica si è assunto come limite inferiore il valore $L_v/h=2$, rappresentativo di elementi tozzi. Nel range di variabilità $2 \leq \frac{L_v}{h} \leq 9$ il fattore F4 varia tra 1.27 e 2.16, come si osserva in Figura 2.2d.

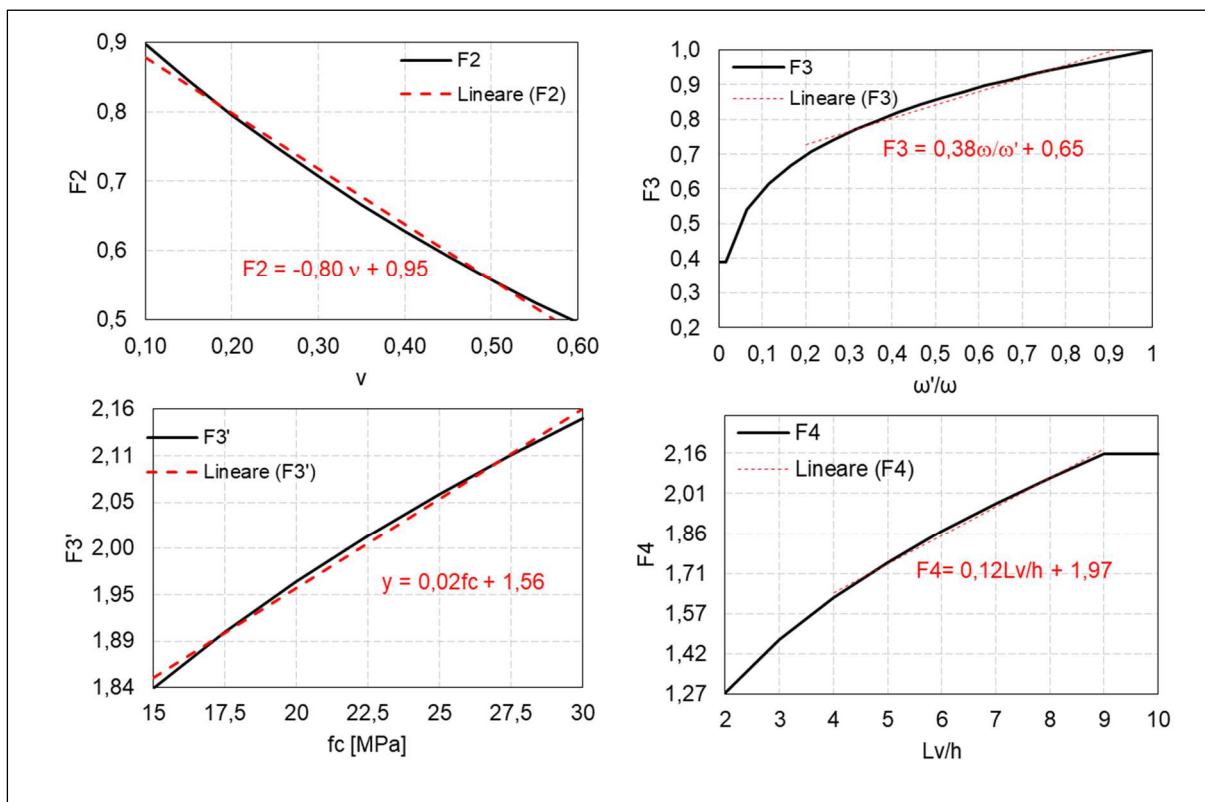


Figura 2.2 Contributo dei diversi fattori della rotazione ultima

Si può osservare come per tutti i fattori si possono definire, con buona approssimazione, funzioni lineari di interpolazione la cui espressione è riportata in Figura 2.2. Per quanto riguarda F_2 ed F_3 tali funzioni sono valide nell'intero campo di variabilità dei parametri, mentre per F_3 ed F_4 queste relazioni lineari possono essere usate nel campo usuale di variabilità dei parametri in gioco, i.e. $\omega'/\omega > 0.2$ e $4 \leq L_v/h \leq 9$. Si noti che la curva relativa a F_3 è stata costruita considerando i valori minimi delle resistenze $f_y=250$ MPa e $f_c=15$ MPa, in ogni caso valori diversi delle resistenze comportano piccole variazioni nella curva limitate peraltro a valori di $\omega'/\omega \leq 0.05$.

2.4.2 Tabelle operative

A partire dall'analisi parametrica svolta si sono costruite delle tabelle per valutare la rotazione ultima di elementi trave e colonna articolate in domini rappresentativi del costruito esistente, da poter confrontare con quelle proposte dalle FEMA 356.

Per lo sviluppo delle tabelle è stata imposta a priori l'assenza di adeguati dettagli sismici, situazione in cui si trova la maggior parte delle strutture esistenti appartenenti al costruito italiano data la diffusa mancanza di accorgimenti nella realizzazione delle opere in c.a. Di conseguenza la rotazione determinata tramite le formulazioni proposte dalle diverse normative deve essere moltiplicata per un coefficiente riduttivo che, ad esempio, per le NTC2018 è pari a 0.85 e per EC8-3 è pari a circa 0.825. Per quanto riguarda i "pilastri" si riporta in Tabella 2.3 a titolo di esempio la tabella ottenuta considerando un pilastro di sezione 40x40 cm con copriferro pari a 3 cm e armatura longitudinale simmetrica distribuita su due registri. Tale tabella è stata costruita assumendo $f_y=250$ MPa e $f_c=15$ MPa, valori di resistenza tipici del patrimonio costruito in c.a. In particolare, per i pilastri sono tabellati i valori delle rotazioni ultime (totali), plastiche ed a snervamento calcolate secondo NTC2018 ed EC8, con indicati, nelle ultime colonne, i valori di riferimento nei diversi stati limite per i tre diversi valori del Fattore di Confidenza FC da assumere nell'analisi degli edifici esistenti in funzione del livello di conoscenza raggiunto. La capacità rotazionale è stata valutata in funzione di tre diversi valori dello sforzo normale adimensionalizzato v (0.1-0.3-0.6) e tre diversi valori di L_v/h (9- 5.5- 2) valutati all'interno dei range di variabilità riportati in 2.4. Come già osservato in precedenza, la capacità di rotazione ultima è poco influenzata dalla resistenza a compressione considerata. Questo trova conferma nei valori riportati in tabella dove si può notare come al variare del fattore di confidenza FC da 1 a 1.35 si ha una riduzione della rotazione ultima pari a solo il 7% circa.

Edifici in cemento armato ESISTENTI			PILASTRI													
$f_c =$	15	[MPa]	Modelli di Capacità													
$f_y =$	250	[MPa]	Capacità di rotazione TOTALE alla corda θ_u [Rad]						Capacità di rotazione PLASTICA alla corda θ_p [Rad]		Capacità di rotazione a SNERVAMENTO alla corda θ_y [Rad]		Rotazioni alla corda per i diversi Stati Limite ² in funzione della categoria di elemento [rad]			
$\omega'/\omega=1$	$\alpha=0$		NTC		EC8		NTC/ $(\theta_u-\theta_y)$		NTC/EC8		P&S	Primario		Secondario		
b =	40	[cm]									SLE (θ_y)	SLV ($3/4*\theta_u$)	SLC (θ_u)	SLV ($3/4*\theta_u$)	SLC (θ_u)	
h =	40	[cm]														
Assenza di dettagli sismici																
Parametri Sezione C.A. ¹																
FC	v	Lv/h														
1	0.1	9	3.19%	3.13%	2.36%	2.17%	0.83%	0.83%	0.83%	0.83%	2.39%	3.19%	3.59%	4.78%		
		5.5	2.68%	2.63%	2.08%	1.82%	0.61%	0.61%	0.61%	2.01%	2.68%	3.02%	4.03%			
		2	1.88%	1.85%	1.44%	1.28%	0.44%	0.44%	0.44%	1.41%	1.88%	2.12%	2.83%			
	0.3	9	2.51%	2.46%	1.55%	1.64%	0.96%	0.96%	0.96%	1.88%	2.51%	2.82%	3.76%			
		5.5	2.11%	2.07%	1.41%	1.38%	0.70%	0.70%	0.70%	1.58%	2.11%	2.37%	3.17%			
		2	1.48%	1.45%	1.00%	0.97%	0.48%	0.48%	0.48%	1.11%	1.48%	1.67%	2.22%			
	0.6	9	1.75%	1.71%	1.07%	1.08%	0.67%	0.67%	0.67%	1.31%	1.75%	1.97%	2.62%			
		5.5	1.47%	1.44%	0.96%	0.91%	0.51%	0.51%	0.51%	1.10%	1.47%	1.65%	2.21%			
		2	1.03%	1.01%	0.63%	0.64%	0.40%	0.40%	0.40%	0.77%	1.03%	1.16%	1.55%			
	1.2	0.1	9	3.06%	3.00%	2.35%	2.09%	0.71%	0.71%	0.71%	0.71%	2.30%	3.06%	3.44%	4.59%	
			5.5	2.58%	2.53%	2.04%	1.76%	0.53%	0.53%	0.53%	1.93%	2.58%	2.90%	3.87%		
			2	1.81%	1.77%	1.40%	1.23%	0.41%	0.41%	0.41%	1.36%	1.81%	2.03%	2.71%		
0.3		9	2.41%	2.36%	1.58%	1.58%	0.82%	0.82%	0.82%	1.80%	2.41%	2.71%	3.61%			
		5.5	2.03%	1.99%	1.42%	1.33%	0.60%	0.60%	0.60%	1.52%	2.03%	2.28%	3.04%			
		2	1.42%	1.39%	0.98%	0.94%	0.44%	0.44%	0.44%	1.07%	1.42%	1.60%	2.13%			
0.6		9	1.68%	1.64%	1.09%	1.04%	0.59%	0.59%	0.59%	1.26%	1.68%	1.89%	2.52%			
		5.5	1.41%	1.38%	0.96%	0.88%	0.45%	0.45%	0.45%	1.06%	1.41%	1.59%	2.12%			
		2	0.99%	0.97%	0.62%	0.62%	0.37%	0.37%	0.37%	0.74%	0.99%	1.11%	1.49%			
1.35		0.1	9	2.98%	2.92%	2.33%	2.04%	0.65%	0.65%	0.65%	0.65%	2.24%	2.98%	3.35%	4.47%	
			5.5	2.51%	2.46%	2.02%	1.72%	0.49%	0.49%	0.49%	1.88%	2.51%	2.82%	3.76%		
			2	1.76%	1.73%	1.38%	1.21%	0.38%	0.38%	0.38%	1.32%	1.76%	1.98%	2.64%		
	0.3	9	2.34%	2.30%	1.60%	1.55%	0.75%	0.75%	0.75%	1.76%	2.34%	2.64%	3.52%			
		5.5	1.97%	1.93%	1.42%	1.30%	0.55%	0.55%	0.55%	1.48%	1.97%	2.22%	2.96%			
		2	1.38%	1.36%	0.97%	0.91%	0.41%	0.41%	0.41%	1.04%	1.38%	1.56%	2.08%			
	0.6	9	1.63%	1.60%	1.10%	1.02%	0.54%	0.54%	0.54%	1.22%	1.63%	1.84%	2.45%			
		5.5	1.37%	1.35%	0.96%	0.86%	0.42%	0.42%	0.42%	1.03%	1.37%	1.55%	2.06%			
		2	0.96%	0.95%	0.61%	0.60%	0.35%	0.35%	0.35%	0.72%	0.96%	1.09%	1.45%			

1. La determinazione di "capacità di rotazionali" con parametri di sezione compresi tra i limiti indicati in tabella è possibile tramite interpolazione lineare.

2. Gli stati limite considerati in tabella fanno riferimento alle Norme Tecniche per le Costruzioni Italiane:NTC_18

Tabella 2.3 Tabella per il calcolo delle capacità in rotazioni per elementi pilastro

Con riferimento al caso delle travi, si riportano a titolo di esempio la Tabella 2.4 e la Tabella 2.5 ottenute considerando rispettivamente una trave emergente di sezione 30cmx50cm e una trave in spessore di sezione 60cmx24cm, assumendo un copriferro pari a 3 cm.

Per le travi, sono riportate per brevità le tabelle per un solo valore di FC (1.35) al variare del parametro ω'/ω tra 0.2 ed 1 con passo 0.1 per tre diversi valori del rapporto Lv/h (9- 5.5- 2).

Nel caso in cui i valori dei parametri considerati siano compresi tra i limiti riportati nelle tabelle è possibile operare mediante interpolazione lineare, questo è consentito dal risultato delle analisi propedeutiche svolte, riassunte graficamente in Figura 2.2, che hanno dimostrato come tutti i fattori moltiplicativi che compaiono nella (2.7) siano ben approssimati da funzioni lineari dei parametri in gioco all'interno del loro campo di variabilità .

Tali tabelle si possono inoltre estendere anche al caso di elementi con valori di f_c diversi da 15 MPa moltiplicando i valori ottenuti dalle tabelle per il coefficiente K_{f_c} riportato in Figura 2.3. Si noti che le dimensioni geometriche assunte per le sezioni non incidono sul valore della rotazione ultima trovata nelle tabelle in quanto influiscono solo sul valore della rotazione a snervamento.

In tal senso si può osservare come utilizzando EC8 si potrebbero determinare i valori della rotazione a snervamento mediante l'ausilio della relazione (2.2) adottata per il calcolo della rotazione plastica, anch'essa indipendente dalle dimensioni della sezione.

Edifici in cemento armato ESISTENTI			TRAVI EMERGENTI										
fc = 15 [Mpa] fy = 250 [Mpa] α=0 b = 30 [cm] h = 50 [cm] Assenza di dettagli sismici Parametri Sezione C.A. ¹	Modelli di Capacità							Rotazioni alla corda per i diversi Stati Limite ² in funzione della categoria di elemento [rad]					
	Capacità di rotazione TOTALE alla corda θu[Rad]		Capacità di rotazione PLASTICA alla corda θpl[Rad]		Capacità di rotazione a SNERVAMENTO alla corda θy[Rad]			P&S	Primario		Secondario		
	FC	ω'/ω	Lv/h	NTC	EC8	NTC (θu-θy)	EC8	NTC/EC8	SLE (θy)	SLV (3/4*θu)	SLC (θu)	SLV (3/4*θu)	SLC (θu)
1.35	1	9	3.36%	3.30%	2.82%	2.34%	0.54%	0.54%	2.52%	3.36%	3.78%	5.04%	
		5.5	2.83%	2.78%	2.41%	1.97%	0.42%	0.42%	2.12%	2.83%	3.18%	4.25%	
		2	1.99%	1.95%	1.63%	1.38%	0.35%	0.35%	1.49%	1.99%	2.23%	2.98%	
	0.9	9	3.28%	3.22%	2.74%	2.27%	0.54%	0.54%	2.46%	3.28%	3.69%	4.93%	
		5.5	2.69%	2.64%	2.27%	1.85%	0.42%	0.42%	2.02%	2.69%	3.03%	4.04%	
		2	1.89%	1.85%	1.54%	1.30%	0.35%	0.35%	1.42%	1.89%	2.13%	2.83%	
	0.8	9	3.20%	3.14%	2.66%	2.19%	0.54%	0.54%	2.40%	3.20%	3.60%	4.80%	
		5.5	2.61%	2.56%	2.19%	1.77%	0.42%	0.42%	1.96%	2.61%	2.94%	3.92%	
		2	1.83%	1.80%	1.48%	1.24%	0.35%	0.35%	1.38%	1.83%	2.06%	2.75%	
	0.7	9	3.10%	3.04%	2.56%	2.11%	0.54%	0.54%	2.33%	3.10%	3.49%	4.66%	
		5.5	2.61%	2.56%	2.19%	1.77%	0.42%	0.42%	1.96%	2.61%	2.94%	3.92%	
		2	1.83%	1.80%	1.48%	1.24%	0.35%	0.35%	1.38%	1.83%	2.06%	2.75%	
	0.6	9	3.00%	2.94%	2.45%	2.01%	0.54%	0.54%	2.25%	3.00%	3.37%	4.50%	
		5.5	2.52%	2.47%	2.10%	1.69%	0.42%	0.42%	1.89%	2.52%	2.84%	3.78%	
		2	1.77%	1.74%	1.42%	1.19%	0.35%	0.35%	1.33%	1.77%	1.99%	2.66%	
	0.5	9	2.88%	2.82%	2.33%	1.90%	0.54%	0.54%	2.16%	2.88%	3.24%	4.32%	
		5.5	2.42%	2.37%	2.00%	1.60%	0.42%	0.42%	1.82%	2.42%	2.72%	3.63%	
		2	1.70%	1.67%	1.35%	1.12%	0.35%	0.35%	1.27%	1.70%	1.91%	2.55%	
	0.4	9	2.74%	2.68%	2.19%	1.78%	0.54%	0.54%	2.05%	2.74%	3.08%	4.10%	
		5.5	2.30%	2.26%	1.88%	1.50%	0.42%	0.42%	1.73%	2.30%	2.59%	3.45%	
		2	1.62%	1.58%	1.26%	1.05%	0.35%	0.35%	1.21%	1.62%	1.82%	2.42%	
	0.3	9	2.56%	2.51%	2.02%	1.63%	0.54%	0.54%	1.92%	2.56%	2.89%	3.85%	
		5.5	2.16%	2.12%	1.74%	1.38%	0.42%	0.42%	1.62%	2.16%	2.43%	3.24%	
		2	1.52%	1.49%	1.16%	0.97%	0.35%	0.35%	1.14%	1.52%	1.70%	2.27%	
0.2	9	2.34%	2.30%	1.80%	1.45%	0.54%	0.54%	1.76%	2.34%	2.63%	3.51%		
	5.5	1.97%	1.93%	1.55%	1.22%	0.42%	0.42%	1.48%	1.97%	2.22%	2.96%		
	2	1.38%	1.36%	1.03%	0.85%	0.35%	0.35%	1.04%	1.38%	1.56%	2.07%		

1. La determinazione di "capacità di rotazionali" con parametri di sezione compresi tra i limiti indicati in tabella è possibile tramite interpolazione lineare.
 2. Gli stati limite considerati in tabella fanno fede alle Norme Tecniche per le Costruzioni Italiane:NTC_18

Tabella 2.4 Tabella per il calcolo delle capacità in rotazioni per elementi travi emergenti

Edifici in cemento armato ESISTENTI			TRAVI IN SPESSORE											
$f_c = 15$ [Mpa] $f_y = 250$ [Mpa] $\alpha = 0$ $b = 60$ [cm] $h = 24$ [cm] Assenza di dettagli sismici			Modelli di Capacità						Rotazioni alla corda per i diversi Stati Limite ² in funzione della categoria di elemento [rad]					
			Capacità di rotazione TOTALE alla corda θ_u [Rad]		Capacità di rotazione PLASTICA alla corda θ_{pl} [Rad]		Capacità di rotazione a SNERVAMENTO alla corda θ_y [Rad]		P&S		Primario		Secondario	
			FC	ω'/ω	Lv/h	NTC	EC8	NTC ($\theta_u - \theta_y$)	EC8	NTC/EC8	SLE (θ_y)	SLV ($3/4 \cdot \theta_u$)	SLC (θ_u)	SLV ($3/4 \cdot \theta_u$)
1.35	1	9	3.36%	3.30%	2.75%	2.34%	0.61%	0.61%	2.52%	3.36%	3.78%	5.04%		
		5.5	2.83%	2.78%	2.35%	1.97%	0.48%	0.48%	2.12%	2.83%	3.18%	4.25%		
		2	1.99%	1.95%	1.59%	1.38%	0.40%	0.40%	1.49%	1.99%	2.23%	2.98%		
	0.9	9	3.28%	3.22%	2.67%	2.27%	0.61%	0.61%	2.46%	3.28%	3.69%	4.93%		
		5.5	2.69%	2.64%	2.21%	1.85%	0.48%	0.48%	2.02%	2.69%	3.03%	4.04%		
		2	1.89%	1.85%	1.49%	1.30%	0.40%	0.40%	1.42%	1.89%	2.13%	2.83%		
	0.8	9	3.20%	3.14%	2.59%	2.19%	0.61%	0.61%	2.40%	3.20%	3.60%	4.80%		
		5.5	2.61%	2.56%	2.13%	1.77%	0.48%	0.48%	1.96%	2.61%	2.94%	3.92%		
		2	1.83%	1.80%	1.43%	1.24%	0.40%	0.40%	1.38%	1.83%	2.06%	2.75%		
	0.7	9	3.10%	3.04%	2.49%	2.11%	0.61%	0.61%	2.33%	3.10%	3.49%	4.66%		
		5.5	2.61%	2.56%	2.13%	1.77%	0.48%	0.48%	1.96%	2.61%	2.94%	3.92%		
		2	1.83%	1.80%	1.43%	1.24%	0.40%	0.40%	1.38%	1.83%	2.06%	2.75%		
	0.6	9	3.00%	2.94%	2.39%	2.01%	0.61%	0.61%	2.25%	3.00%	3.37%	4.50%		
		5.5	2.52%	2.47%	2.04%	1.69%	0.48%	0.48%	1.89%	2.52%	2.84%	3.78%		
		2	1.77%	1.74%	1.37%	1.19%	0.40%	0.40%	1.33%	1.77%	1.99%	2.66%		
	0.5	9	2.88%	2.82%	2.27%	1.90%	0.61%	0.61%	2.16%	2.88%	3.24%	4.32%		
		5.5	2.42%	2.37%	1.94%	1.60%	0.48%	0.48%	1.82%	2.42%	2.72%	3.63%		
		2	1.70%	1.67%	1.30%	1.12%	0.40%	0.40%	1.27%	1.70%	1.91%	2.55%		
	0.4	9	2.74%	2.68%	2.12%	1.78%	0.61%	0.61%	2.05%	2.74%	3.08%	4.10%		
		5.5	2.30%	2.26%	1.82%	1.50%	0.48%	0.48%	1.73%	2.30%	2.59%	3.45%		
		2	1.62%	1.58%	1.22%	1.05%	0.40%	0.40%	1.21%	1.62%	1.82%	2.42%		
	0.3	9	2.56%	2.51%	1.95%	1.63%	0.61%	0.61%	1.92%	2.56%	2.89%	3.85%		
		5.5	2.16%	2.12%	1.68%	1.38%	0.48%	0.48%	1.62%	2.16%	2.43%	3.24%		
		2	1.52%	1.49%	1.11%	0.97%	0.40%	0.40%	1.14%	1.52%	1.70%	2.27%		
0.2	9	2.34%	2.30%	1.73%	1.45%	0.61%	0.61%	1.76%	2.34%	2.63%	3.51%			
	5.5	1.97%	1.93%	1.49%	1.22%	0.48%	0.48%	1.48%	1.97%	2.22%	2.96%			
	2	1.38%	1.36%	0.98%	0.85%	0.40%	0.40%	1.04%	1.38%	1.56%	2.07%			

1. La determinazione di "capacità di rotazionali" con parametri di sezione compresi tra i limiti indicati in tabella è possibile tramite interpolazione lineare.
 2. Gli stati limite considerati in tabella fanno fede alle Norme Tecniche per le Costruzioni Italiane:NTC_18

Tabella 2.5 Tabella per il calcolo delle capacità in rotazioni per elementi travi in spessore

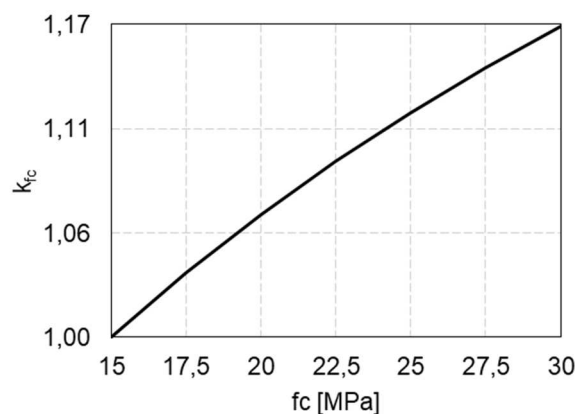


Figura 2.3 Coefficiente moltiplicativo dei valori delle capacità rotazionali ricavati in Tabella 2.4 e Tabella 2.5 al variare di f_c

2.4.3 Confronto con FEMA356

Una volta costruite le tabelle che consentono di determinare la capacità rotazionale di travi e pilastri secondo EC8 e NTC2018, è stato effettuato un confronto critico tra i valori ottenuti con i valori proposti nelle tabelle della normativa "FEMA 356". Per quest'ultimi, considerando la situazione in cui si trova il patrimonio costruito italiano, si è fatto riferimento agli elementi "Non Conformi".

Si può osservare come i valori presenti nella FEMA risultino maggiormente cautelativi rispetto a quelli forniti mediante le espressioni proposte dalla normativa italiana ed europea.

A conferma di tali risultati è interessante fare alcune considerazioni sui rapporti tra le rotazioni determinate tramite test sperimentali (*Panagiotakos, Fardis 2001*) e le rotazioni predette dalla normativa americana.

Nel caso dei pilastri, ad esempio, per basse percentuali di sforzo normale e bassi tassi di taglio, 44 prove sperimentali su campioni rappresentanti il caso in esame hanno fornito rapporti di rotazione $\theta_{pl,exp}/\theta_{pl,FEMA} = 2.75$ con una deviazione standard pari a 1.33. Inoltre, all'aumentare dello sforzo normale i valori dei rapporti tra le rotazioni ottenute dalle formulazioni sperimentali, base delle tabelle proposte, e quelle ottenute dalle FEMA risulta pari a circa 4 a fronte di rapporti tra le prove sperimentali (*Panagiotakos, Fardis 2001*) pari a 2.74 offerti dalle prove sperimentali effettuate su 12 campioni con scarti però dell'ordine di 1.57.

Nel caso studio di travi esistenti non è possibile confrontare direttamente i risultati con valori sperimentali data l'assenza di prove effettuate nel caso di travi prive di dettagli sismici ossia con staffe aperte. Nel caso di basso taglio e armatura tesa doppia rispetto alla compressa troviamo valori di rotazione forniti da EC8 fino al 75% maggiori rispetto ai valori offerti dalle normative americane, valori che tendono a salire fino al 175% per travi in presenza di alto tasso di taglio e armatura tesa doppia rispetto alla compressa, ritrovando quindi rapporti $\theta_{pl,pred}/\theta_{pl,FEMA} = 2.75$ circa.

Tale risultato può essere giustificato dalla grande generalità assunta delle tabelle fornite dalla normativa americana, che non richiama esplicitamente caratteristiche del materiale, dimensioni geometriche etc. Ritenendo che l'affidabilità delle formulazioni sia anche riconducibile alle dimensioni ed alla omogeneità dei database sperimentali da cui sono state derivate, la capacità rotazionale fornita dall'Eurocodice può essere dunque considerata un valido riferimento.

3 VERIFICHE DI DUTTILITÀ PER NUOVE COSTRUZIONI

3.1 Introduzione

Come accennato nell'introduzione di questo lavoro le NTC2018 hanno introdotto la verifica obbligatoria di duttilità (§7.3.6 e Tab.7.3.III) da effettuare, per alcune tipologie di materiale, per tutti gli elementi primari e secondari di nuova progettazione. Tale verifica è espressamente richiesta solo nel caso di progettazione con comportamento strutturale dissipativo e quindi nel caso di assunzione di fattori di comportamento $q > 1.5$.

Per tali situazioni viene pertanto richiesta, oltre alle consuete verifiche di resistenza (RES) e rigidità (RIG), la verifica di duttilità (DUT) per classi d'uso $CU \geq II$ nei confronti dello Stato limite di Collasso SLC.

La normativa fornisce indicazioni specifiche relative alla duttilità in più punti del testo, sia nella parte generale sia nella parte specifica relativa alle costruzioni di c.a., nonché nella Circolare 2019 con ulteriori precisazioni.

In questo capitolo viene proposta una sintesi ragionata di tali indicazioni, con particolare riferimento ai metodi di analisi lineari.

In tale contesto, le NTC2018 (§7.3.6.1) richiedono espressamente che la capacità di duttilità dei singoli elementi strutturali sia coerente con il fattore di comportamento q adottato e i relativi spostamenti. Per tale tipologia di analisi, e nel caso delle costruzioni in c.a. ordinario, precisano inoltre come la verifica di duttilità si possa ritenere implicitamente soddisfatta se vengono rispettate per tutti gli elementi strutturali (primari e secondari) le regole specifiche per i dettagli costruttivi, oltre a quanto imposto dalla progettazione in capacità, sempre obbligatoria.

Le possibili scelte per un progettista per il soddisfacimento delle verifiche in duttilità richieste sono quindi fondamentalmente due:

- La verifica esplicita di duttilità
- Il rispetto dei dettagli costruttivi

Per quanto riguarda il primo punto, la nuova normativa fornisce in modo esplicito ed articolato gli strumenti sia per il calcolo della domanda (§7.4.4.1.2), valutata in termini di duttilità in curvatura allo SLC, sia per il calcolo della corrispondente capacità (§4.1.2.3.4.2). Con riferimento a quest'ultima vengono introdotti specifiche leggi costitutive per il calcestruzzo in grado di tenere conto degli effetti del confinamento.

Per quanto riguarda invece la seconda possibilità, la norma prevede per i pilastri e per le travi appositi dettagli costruttivi. Il rispetto dei dettagli previsti per i pilastri in c.a. permette di ritenere automaticamente soddisfatte le verifiche di duttilità per le zone dissipative allo spicco dei pilastri primari e per le zone dissipative dei pilastri secondari, rendendo quindi di fatto non più necessarie le verifiche esplicite richieste in tali zone nella parte generale della normativa (§ 7.3.6.1) e nel corrispondente punto della Circolare 2019. Per quanto riguarda le travi, invece, le verifiche esplicite di duttilità espressamente richieste nelle zone dissipative delle travi secondarie al § C7.3.6.1 non sembrano sostituibili dal rispetto dei dettagli per la duttilità che restano invece validi per le travi primarie.

Infine, per garantire il raggiungimento della duttilità richiesta nelle zone dissipative, la Circolare 2019 al § C7.4.4 richiede esplicitamente che in condizioni sismiche non si attivino meccanismi

combinati di taglio-flessione dovuti al degrado della resistenza a taglio per condizioni cicliche nelle sezioni di estremità di tutte le travi, dei pilastri secondari e allo spiccato dei pilastri primari. In tal senso la norma richiede quindi un'ulteriore verifica a taglio che rientra di fatto nella verifica DUT. A questo scopo la normativa fornisce (§8.7.2.3.5) uno specifico modello di capacità a taglio (Biskinis et al. 2004) che sarà descritto al paragrafo 5.3.3 che tiene conto anche del degrado ciclico di resistenza in funzione dalla duttilità di rotazione richiesta.

La procedura completa di verifica di Duttilità (DUT) richiesta dalle attuali norme è quindi riassunta nel Flow-Chart rappresentato in Figura 3.1.

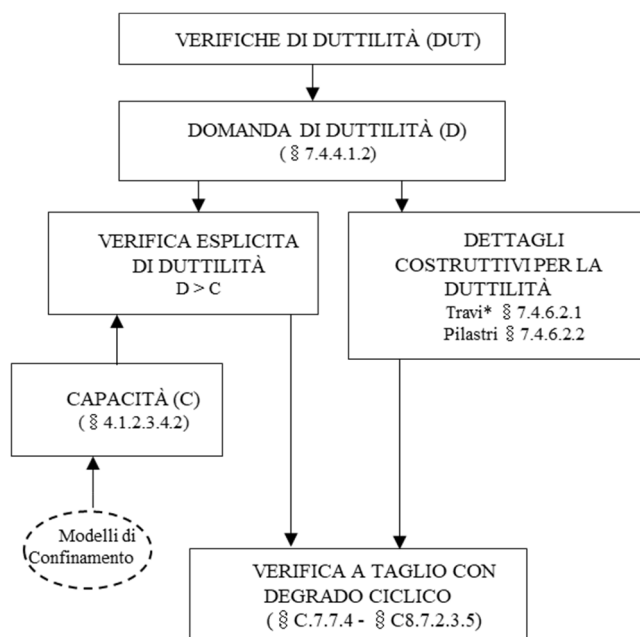


Figura 3.1 Flow Chart che riassume le verifiche DUT secondo le NTC2018 (* ad eccezione delle travi secondarie).

Le verifiche di duttilità erano comunque richieste anche dalla versione precedente della Norma (D.M. 2008, nel seguito NTC2008), al §7.3.6.2 come alternativa all'adozione delle regole di progetto specifiche e di gerarchia delle resistenze previste per gli elementi primari. In generale, la possibilità di derogare anche all'adozione di regole di gerarchia delle resistenze portava la norma a chiedere di verificare che la struttura possedesse, in tal caso, una capacità di spostamento superiore alla domanda. Tale richiesta era giustificata dal fatto che non era più garantito un predefinito meccanismo cinematico di collasso, assicurato, almeno parzialmente, dalla gerarchia delle resistenze, in particolare tra trave e pilastro.

Per quanto riguarda le strutture in c.a., la verifica di duttilità in termini di curvatura era permessa per gli elementi strutturali primari, (§7.4.4) richiedendo che la capacità risultasse maggiore di 1.5 volte la domanda di duttilità in curvatura allo SLV. Il calcolo della capacità di duttilità in curvatura non era però esplicitato, si faceva riferimento direttamente alla curvatura al limite di snervamento (e non a quella convenzionale di prima plasticizzazione introdotta dalla nuova normativa) e non si fornivano indicazioni specifiche sui modelli di confinamento da adottare.

3.2 Domanda di duttilità

La norma NTC2018 prevede che per le verifiche di duttilità a livello locale e globale si faccia riferimento rispettivamente alla duttilità in termini di curvatura μ_ϕ e di spostamento μ_d .

Nel caso in cui l'analisi del comportamento strutturale venga effettuata utilizzando modelli lineari, viene richiesta solo una verifica di duttilità locale. Tale verifica richiede che la capacità di duttilità in curvatura sia superiore alla corrispondente domanda.

Per stimare la domanda di duttilità in curvatura μ_ϕ è possibile partire dalla stima della domanda di duttilità in spostamento μ_d . Tale valore della domanda può essere espresso direttamente in funzione del fattore di comportamento q utilizzato per calcolare lo spettro di risposta inelastico allo SLV:

$$\mu_d = \begin{cases} q & \text{se } T_1 \geq T_c \\ 1 + (q - 1) \cdot \frac{T_c}{T_1} & \text{se } T_1 < T_c \end{cases} \quad (3.1)$$

Le NTC2018 riportano la relazione (3.1) al § 7.3.3.3, per il calcolo della domanda di duttilità in spostamento allo SLV. La norma indica inoltre che per ottenere la domanda allo SLC è sufficiente amplificare la domanda allo SLV di un fattore pari a 1.25.

Per gli edifici di nuova costruzione progettati secondo la gerarchia delle resistenze è plausibile assumere un "meccanismo cinematico completo di trave" (garantito, ad esempio, dal rispetto della gerarchia trave e colonna in tutti i nodi della struttura), in base al quale si ha che la domanda di duttilità globale di spostamento μ_d risulti approssimativamente uguale alla domanda di duttilità in rotazione alla corda μ_θ di tutti gli elementi alle cui estremità si può formare una cerniera plastica (Fardis 2009). Si ricorda come la rotazione alla corda θ è definita come il rapporto tra lo spostamento δ del punto di flesso rispetto alla tangente all'asse dell'elemento all'estremo di interesse e la luce di taglio L_s . È pertanto possibile introdurre l'uguaglianza:

$$\mu_\theta = \mu_d \quad (3.2)$$

Per legare la domanda di duttilità in rotazione alla corda μ_θ alla domanda di duttilità in curvatura μ_ϕ è possibile utilizzare la seguente relazione semplificata:

$$\mu_\theta = 1 + 0.5(\mu_\phi - 1) \quad (3.3)$$

La precedente relazione è tipicamente cautelativa in quanto deriva dall'assunzione di una lunghezza di cerniera plastica estremamente contenuta, che porta quindi a sovrastimare il valore di μ_ϕ a parità di μ_θ . Tale sovrastima sembra di fatto compensare l'assunzione di un "meccanismo completo di trave" che in realtà non è totalmente assicurato dai valori di sovreresistenza adottati nella gerarchia trave-colonna (Kuntz e Browning, 2003).

Invertendo la relazione (3.3) e sostituendovi le espressioni (3.1) e (3.2), si ottiene la relazione proposta dalla norma NTC2018 per il calcolo della domanda di duttilità in curvatura allo SLV (avendo posto q_0 in luogo di q):

$$\mu_{\phi}^{SLV} = \begin{cases} 2q_0 - 1 & \text{se } T_1 \geq T_c \\ 1 + 2(q_0 - 1) \frac{T_c}{T_1} & \text{se } T_1 < T_c \end{cases} \quad (3.4)$$

In accordo alle NTC2018, la domanda di duttilità in curvatura μ_{ϕ} allo SLC può essere determinata amplificando la domanda allo SLV di un fattore 1.2, ottenendo la seguente relazione:

$$\mu_{\phi}^{SLC} = \begin{cases} 1,2(2q_0 - 1) & \text{se } T_1 \geq T_c \\ 1,2 \left(1 + 2(q_0 - 1) \frac{T_c}{T_1} \right) & \text{se } T_1 < T_c \end{cases} \quad (3.5)$$

È interessante osservare come nell'espressioni (3.4) e (3.5) la norma introduca il valore di base del fattore di comportamento q_0 - e non direttamente q - in quanto quest'ultimo potrebbe risultare minore, come avviene nel caso di edifici irregolari in elevazione, comportando una sottostima della corrispondente domanda di duttilità locale (Fardis 2009, Fardis et al. 2005).

Un'ulteriore osservazione riguarda il caso di edifici a nucleo, che presentano un comportamento sismico caratterizzato da una forte disomogeneità nella richiesta di duttilità tra i vari elementi, in contrasto con l'ipotesi di meccanismo completo di trave alla base della (3.2) e di conseguenza alla base delle (3.4) e (3.5). In tal caso sembra ragionevole, come suggerito da (Fardis, 2009), adottare un valore del fattore di comportamento q per la verifica di duttilità maggiore rispetto a quello utilizzato per la riduzione delle forze. A questo proposito si ricorda anche che per questi edifici l'analisi lineare stessa tende a sottostimare gli spostamenti dovuti alla rotazione attorno all'asse verticale.

Nelle espressioni (3.4) e (3.5) la domanda di duttilità in curvatura dipende dal valore base del fattore di comportamento q_0 e dal rapporto tra il periodo proprio di vibrazione T_1 della struttura e il periodo corrispondente all'inizio del tratto a velocità costante dello spettro T_c . L'andamento di μ_{ϕ} al variare di T_1/T_c e di q_0 è rappresentato in Figura 3.2.

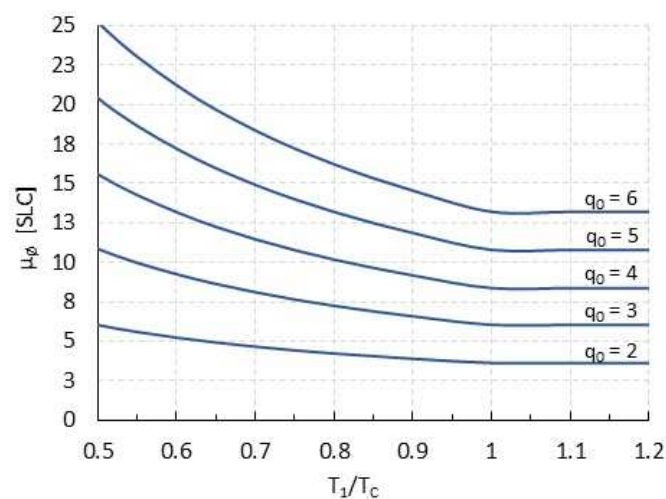


Figura 3.2 Variazione della domanda di duttilità μ_{ϕ} al variare del periodo proprio della struttura T_1 rapportato a T_c e di q_0

Si può notare che, nel campo di variabilità di q_0 da 2 a 6 e di T_1/T_c da 0.5 a 1.2 i valori di duttilità in termini di μ_ϕ variano da 4 a 25. Inoltre, dato che il valore di T_c varia al variare della tipologia di sottosuolo e della sismicità del sito assumendo valori variabili da 0.25s a 0.67s nel territorio italiano per lo stato limite di interesse, si possono ottenere a parità di struttura (e quindi del fattore di comportamento e periodo proprio T_1) domande di duttilità sensibilmente diverse, fino a circa 2 volte superiori.

3.3 Verifica esplicita di duttilità locale

La verifica di duttilità locale basata sul calcolo esplicito (CE) della capacità consiste nel confronto diretto fra domanda e capacità in termini di duttilità in curvatura. Viene anche indicata con il termine “verifica esplicita”, in contrapposizione alla “verifica implicita” presentata al paragrafo 3.4.

Per quanto riguarda il calcolo della domanda, è possibile fare riferimento a quanto esposto al paragrafo precedente. Per quanto riguarda il calcolo della capacità di duttilità si fa riferimento alla curvatura di primo snervamento convenzionale introdotta al 1.2.1 e ai modelli costitutivi presentati al 1.2.1.

È interessante osservare come la capacità in duttilità calcolata con le (1.30) - (1.31) secondo le attuali indicazioni normative (NTC2018) risulta pertanto ridotta rispetto a quella calcolata con la versione precedente della normativa italiana. In tal senso giova osservare che, come anticipato in precedenza, la domanda di duttilità in curvatura μ_ϕ sia valutata in NTC2018 allo SLC, moltiplicando come si è visto per un fattore pari a 1.2 il corrispondente valore allo SLV, mentre nella normativa precedente si utilizzava un fattore moltiplicativo pari a 1.5.

Inoltre, nel calcolo della duttilità della sezione, così come nel calcolo della resistenza, l'attuale normativa dà particolare importanza al confinamento del calcestruzzo, che come noto ne migliora il comportamento. A tal fine, le NTC2018 introducono esplicitamente due differenti legami costitutivi per il calcestruzzo confinato, oltre a consentire l'utilizzo di leggi costitutive di comprovata validità

3.3.1 Algoritmo per la costruzione del diagramma momento-curvatura

I valori della curvatura ultima e della curvatura di plasticizzazione possono essere calcolati analiticamente o numericamente. Nel presente lavoro, il calcolo è avvenuto a valle della costruzione della curva momento – curvatura della sezione. La sua costruzione può avvenire per punti, fissando un set di valori della curvatura e calcolando per essi il corrispondente momento sviluppato dalla sezione, corrispondente ad un determinato valore dello sforzo normale agente. Il procedimento utilizzato per la determinazione del momento sviluppato dalla sezione per un certo valore di curvatura è riportato in (Fardis, 2009) e può essere schematizzato come segue:

- Fissato il valore della curvatura ϕ , si assume un valore della posizione dell'asse neutro x e si calcola la corrispondente distribuzione di deformazioni sulla sezione come $\varepsilon = \phi \cdot y$ (con y posizione della fibra misurata rispetto alla posizione dell'asse neutro di tentativo). Utilizzando le leggi costitutive $\sigma - \varepsilon$ per i materiali che compongono la sezione, viene calcolata la distribuzione di tensioni agente. L'integrale delle tensioni viene confrontato con lo sforzo normale agente N e la posizione dello sforzo normale di tentativo viene aggiornata, fino a che la seguente condizione di equilibrio non risulta soddisfatta:

$$N = \int \sigma dA \quad (3.6)$$

- A questo punto, il momento M corrispondente alla curvatura ϕ viene valutato come $M = \int \sigma \cdot y_{cg} dA$ dove il termine y_{cg} rappresenta la distanza della fibra dal baricentro geometrico della sezione.
- Il procedimento viene ripetuto per ciascun valore di curvatura ϕ considerato, utilizzando come valore di partenza della posizione dell'asse neutro quello ottenuto dalla condizione di convergenza del valore di curvatura precedente.

Nel presente lavoro, i diagrammi momento-curvatura son stati ricavati incrementando la curvatura in modo monotono, fino al raggiungimento della condizione ultima. La curva ottenuta può essere pertanto effettivamente rappresentativa del comportamento della sezione in condizioni non cicliche.

Soltanto una parte della sezione può considerarsi composta da *calcestruzzo confinato*, mentre la rimanente parte (esterna alle armature trasversali) è da considerarsi costituita da *calcestruzzo non confinato*. Al fine di tenere in conto tale comportamento, le sezioni analizzate si considerano composte da due porzioni che lavorano in parallelo: una parte confinata (interna), denominata *nucleo confinato*, ed una parte non confinata (esterna). I contributi globali in termini di sforzo normale N e di momento flettente M forniti dalla sezione si possono considerare come somma dei singoli contributi forniti dalle due distinte porzioni sopra definite. Alle due porzioni vengono assegnate differenti leggi costitutive del calcestruzzo, come richiesto al §C4.1.2.1.2.1 della circolare delle NTC2018. Qualora la deformazione nelle fibre della porzione non confinata raggiunga il valore ultimo definito dalla corrispondente legge $\sigma - \varepsilon$, esse non forniscono più alcun contributo tensionale, simulando la perdita per espulsione del calcestruzzo che costituisce il copriferro. Generalmente tale fase si riflette in un tratto decrescente della curva $M - \phi$, la cui pendenza dipende dalla forma del ramo della curva $\sigma - \varepsilon$ che porta all'annullamento della tensione. Si osserva che l'utilizzo di leggi costitutive con un tratto softening successivo al picco e/o l'implementazione dell'annullamento della resistenza nelle fibre appartenenti al copriferro (una volta espulso) determinano un andamento del legame costitutivo non più monotono crescente. Come conseguenza, l'equazione (3.6) può avere più di una soluzione. In altre parole, possono esistere diverse distribuzioni di deformazioni associate al medesimo valore di sforzo normale N . Tale situazione, nei casi esaminati nel presente studio, si verifica solo per valori piuttosto elevati del rapporto $v_d = N/(f_{cd} \cdot A)$, ad esempio $v_d > 0.6$.

La costruzione delle curve $M - \phi$ utilizzate per le valutazioni parametriche presentate nei paragrafi successivi sono state create implementando l'algoritmo sopraesposto in ambiente Matlab® (Mathworks, 2019) e strutturando il codice in modo da permettere la futura implementazione di altre leggi costitutive per l'acciaio e per il calcestruzzo definite dall'utilizzatore. In Figura 3.3 viene presentato un esempio di curva momento - curvatura ottenuta con il procedimento sopra descritto.

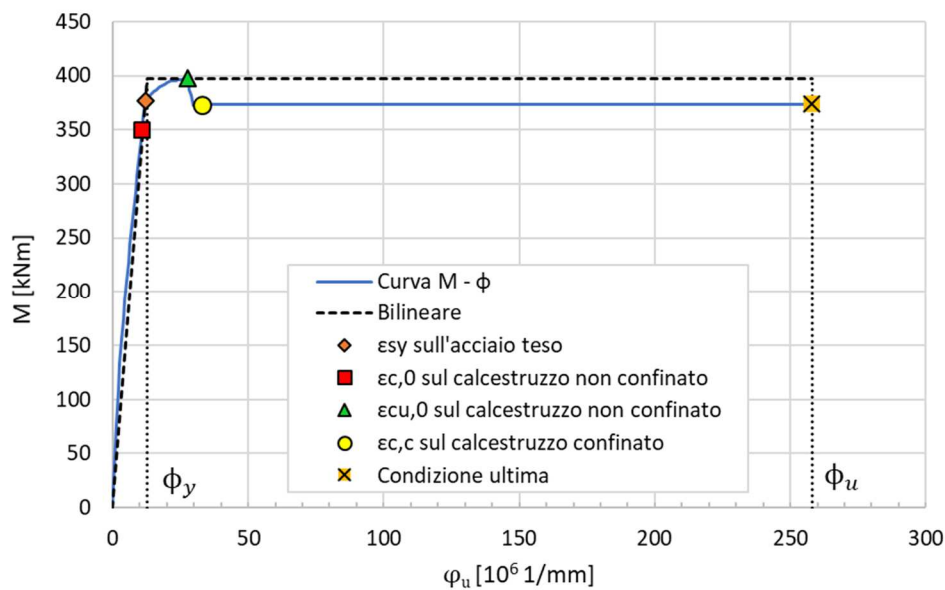


Figura 3.3 Esempio di curva momento – curvatura con indicazione degli stati significativi raggiunti dalla sezione in termini di distribuzione di deformazioni

3.3.2 Analisi parametrica

Utilizzando le ipotesi di calcolo descritte nei paragrafi precedenti, si è svolta un'analisi parametrica su una sezione tipologica di pilastro quadrato $40\text{cm} \times 40\text{cm}$, illustrato schematicamente in Figura 3.4. Nel calcolo, l'armatura è stata ipotizzata come concentrata in due sole posizioni, una inferiore ed una superiore. Con riferimento a tale schematizzazione di calcolo, la sezione del pilastro è caratterizzata da valori dei rapporti geometrici di armatura longitudinale $\rho = \rho' = 0.75\%$. È stato adottato un copriferro pari a 50mm valutato a partire dall'asse delle armature longitudinali. Si è assunto un calcestruzzo C25/30 ed un acciaio d'armatura di classe B450C con $f_{y,k} = 450\text{MPa}$, deformazione a snervamento $\epsilon_{s,yk} = 0.00225$ e deformazione ultima di calcolo pari a: $\epsilon_{su,d} = 0.9 \cdot \epsilon_{su,k} = 0.0675$.

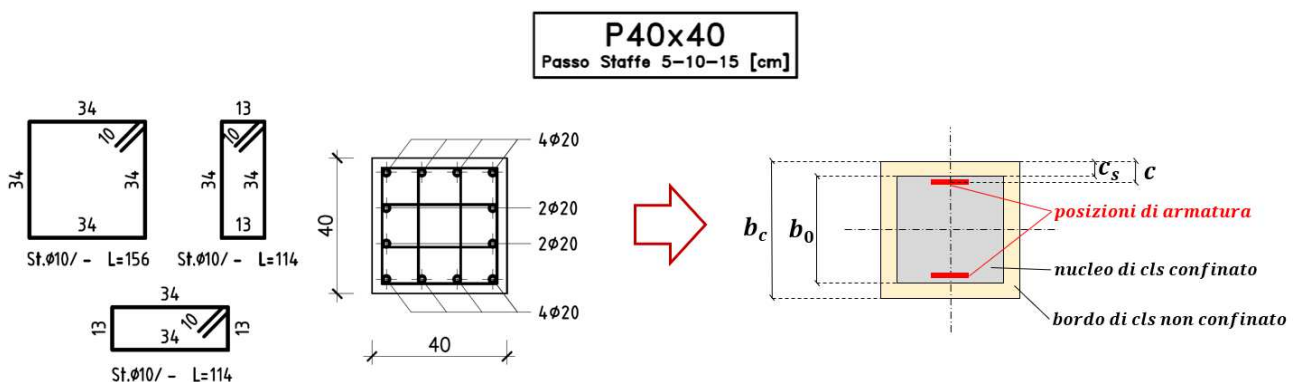


Figura 3.4 Caratteristiche geometriche della sezione del pilastro utilizzato come caso studio per le analisi parametriche

Sono state analizzate le tre differenti configurazioni di armatura trasversale indicate in Tabella 3.1, dove sono riportati anche i corrispondenti parametri per il calcolo del confinamento.

Le configurazioni di armatura adottate per i tre casi identificano rispettivamente situazioni con *confinamento basso* (staffatura Tipo 1), *confinamento medio* (staffatura Tipo 2) e *confinamento alto* (staffatura Tipo 3).

Tabella 3.1. Configurazioni di staffatura adottate

Tipo di staffatura	$\rho_{w,x} = \rho_{w,y}$ [%]	ρ_w [%]	α	$\sigma_2/f_{c,k}$
Tipo 1 4 braccia $\phi 10/15\text{cm}$	0.64%	1.28%	0.49	0.06
Tipo 2 4 braccia $\phi 10/10\text{cm}$	0.95%	1.90%	0.59	0.10
Tipo 3 4 braccia $\phi 10/5\text{cm}$	1.90%	3.80%	0.71	0.24

Le analisi sono state eseguite per diversi valori dello sforzo normale adimensionalizzato di progetto v_d .

In Figura 3.5 viene presentato, a titolo di esempio, un confronto fra le curve momento – curvatura ottenute per i due modelli costitutivi, relativamente al caso di confinamento medio (staffe tipo 2) e a sei livelli di sforzo normale: $v_d = 0.15$, $v_d = 0.20$, $v_d = 0.30$, $v_d = 0.40$, $v_d = 0.45$ e $v_d = 0.60$.

Come si può osservare, dopo il raggiungimento della deformazione $\varepsilon_{cu,0}$ nella fibra di calcestruzzo più esterna si ha una riduzione locale del momento resistente, dovuto al brusco annullamento della tensione nel calcestruzzo che, a partire dalla fibra più esterna, procede rapidamente verso l'interno della sezione fino a che si raggiunge il valore di $\varepsilon_{cu,0}$ nell'ultima fibra di calcestruzzo non confinato, che corrisponde alla linea d'asse delle staffe. Come si può osservare in Figura 3.5, la diminuzione di resistenza che riproduce l'effetto dell'espulsione del copriferro è tanto maggiore quanto maggiore è il grado di compressione presente. Il calo di resistenza è inoltre maggiore in termini percentuali all'aumentare del rapporto tra lo spessore del copriferro e l'altezza della sezione, mentre diminuisce all'aumentare del livello di confinamento della sezione stessa.

A tale proposito è importante notare come la perdita percentuale di momento sviluppato dalla sezione dipende dal rapporto tra il contributo resistente offerto dal calcestruzzo non confinato (che poi viene perso) e quello offerto dal calcestruzzo confinato (che rimane). Aumentando il confinamento, quindi, diminuisce l'importanza relativa del contributo offerto dal calcestruzzo non confinato, comportando di conseguenza una minore diminuzione percentuale del momento sviluppato dalla sezione.

Confrontando le curve $M - \phi$ ottenute per i due modelli costitutivi si vede come esse siano molto simili per bassi valori di sforzo normale, per i quali si raggiunge la ϕ_u per rottura acciaio, mentre si discostano leggermente per $v_d = 0.45$ e $v_d = 0.60$, in termini di ϕ_u (che in questo caso corrisponde a rottura del calcestruzzo confinato) che risulta di poco maggiore per il Modello 2.

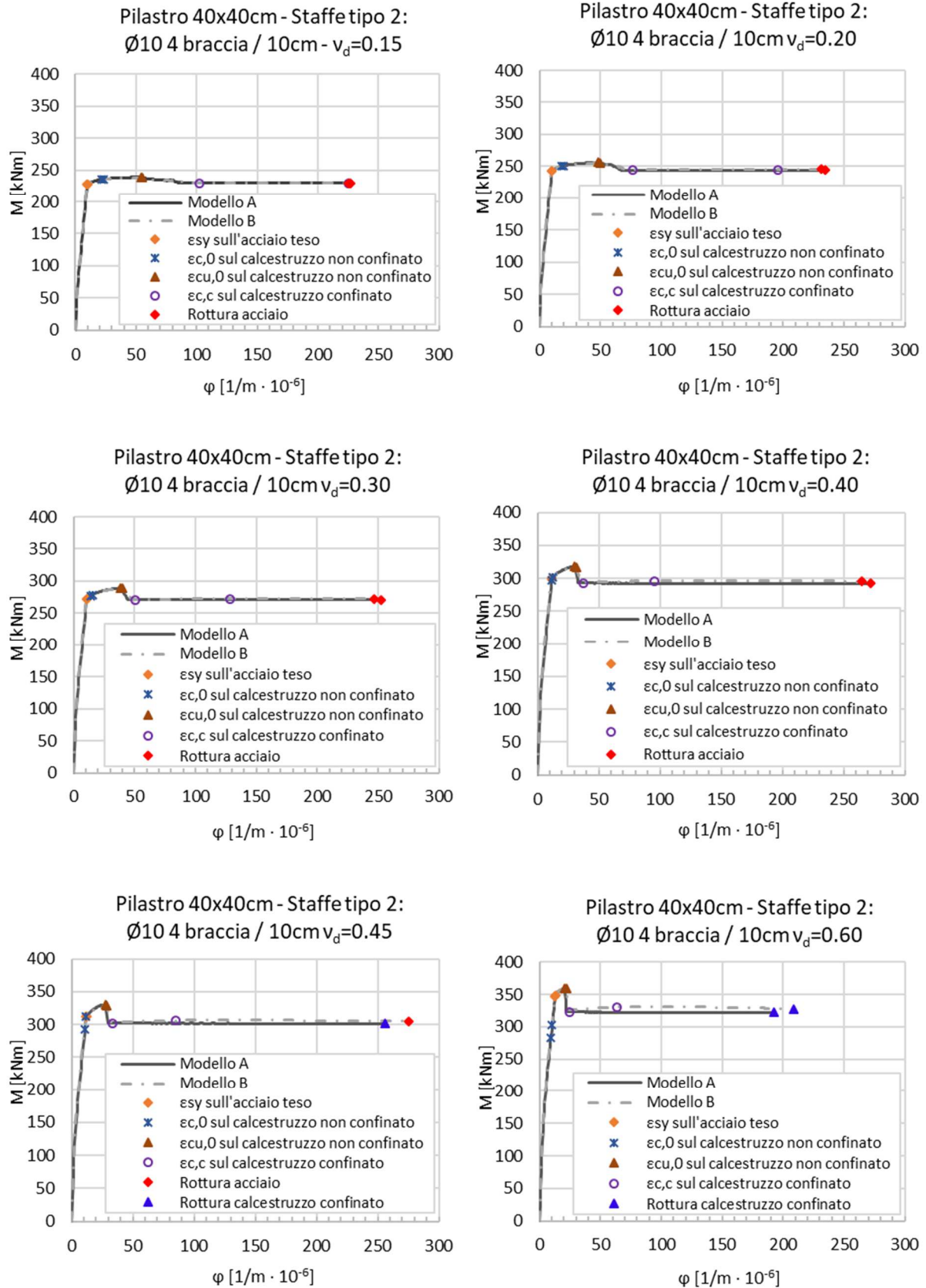


Figura 3.5 Diagrammi momento-curvatura ottenuti per i diversi modelli costitutivi del calcestruzzo e con diversi valori dello sforzo normale, per la staffatura di tipo 2 definita nella Tabella 3.1

Al fine di analizzare l'influenza dello sforzo normale, in Figura 3.6 vengono rappresentati i diagrammi momento – curvatura ottenuti per il modello 1 con la staffatura di tipo 2. Si osserva chiaramente come la presenza e l'incremento dello sforzo normale comporti un aumento della resistenza massima della sezione. Per quanto riguarda la capacità in curvatura della stessa, diverse considerazioni possono essere dedotte. All'aumentare dello sforzo normale, la curvatura di prima plasticizzazione non subisce importanti variazioni. Viceversa, il valore di curvatura per il quale si verifica l'inizio dell'espulsione del copriferro diminuisce drasticamente. Per quanto riguarda la curvatura ultima, l'andamento in funzione dello sforzo normale dipende dalla modalità con cui si verifica la rottura. Per rotture lato acciaio, all'aumentare dello sforzo normale, la curvatura ultima aumenta. Un andamento opposto si verifica nel caso di rottura lato calcestruzzo. È il caso di notare inoltre, che se nel calcolo non fosse considerato il comportamento della sezione successivo all'espulsione del copriferro, la duttilità assumerebbe valori assai ridotti e all'aumentare dello sforzo normale diminuirebbe in maniera monotona.

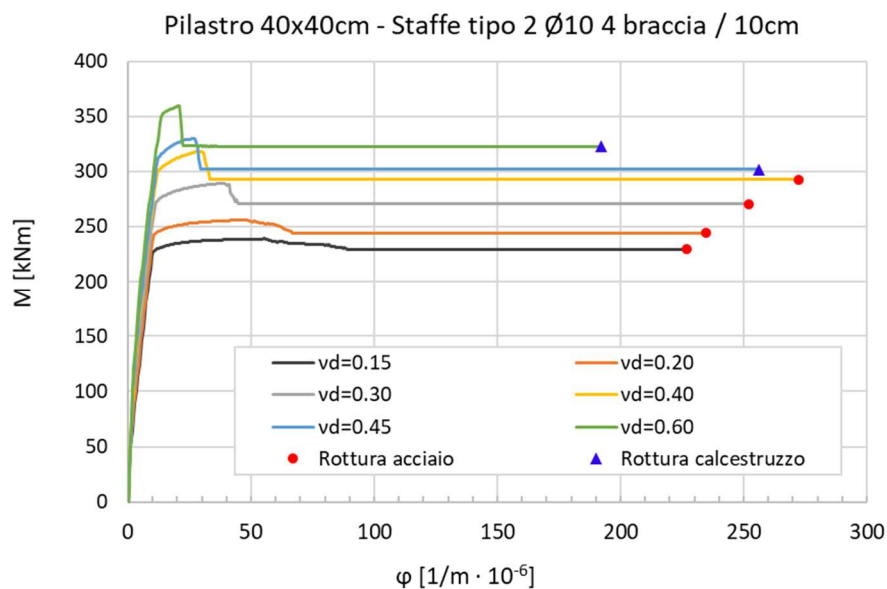


Figura 3.6 Confronto dei diagrammi momento-curvatura ottenuti per i diversi valori dello sforzo normale utilizzando il modello 1 per il legame costitutivo del calcestruzzo, per la staffatura di tipo 2 definita nella Tabella 3.1

Al fine di comprendere meglio la dipendenza della curvatura convenzionale di prima plasticizzazione ϕ_{yd} e della curvatura ultima ϕ_u dallo sforzo normale adimensionale v_d e dal modello costitutivo del calcestruzzo, sono stati realizzati dei grafici di confronto al variare di questi parametri, per i tre diversi tipi di staffatura considerati, che vengono presentati in Figura 3.7.

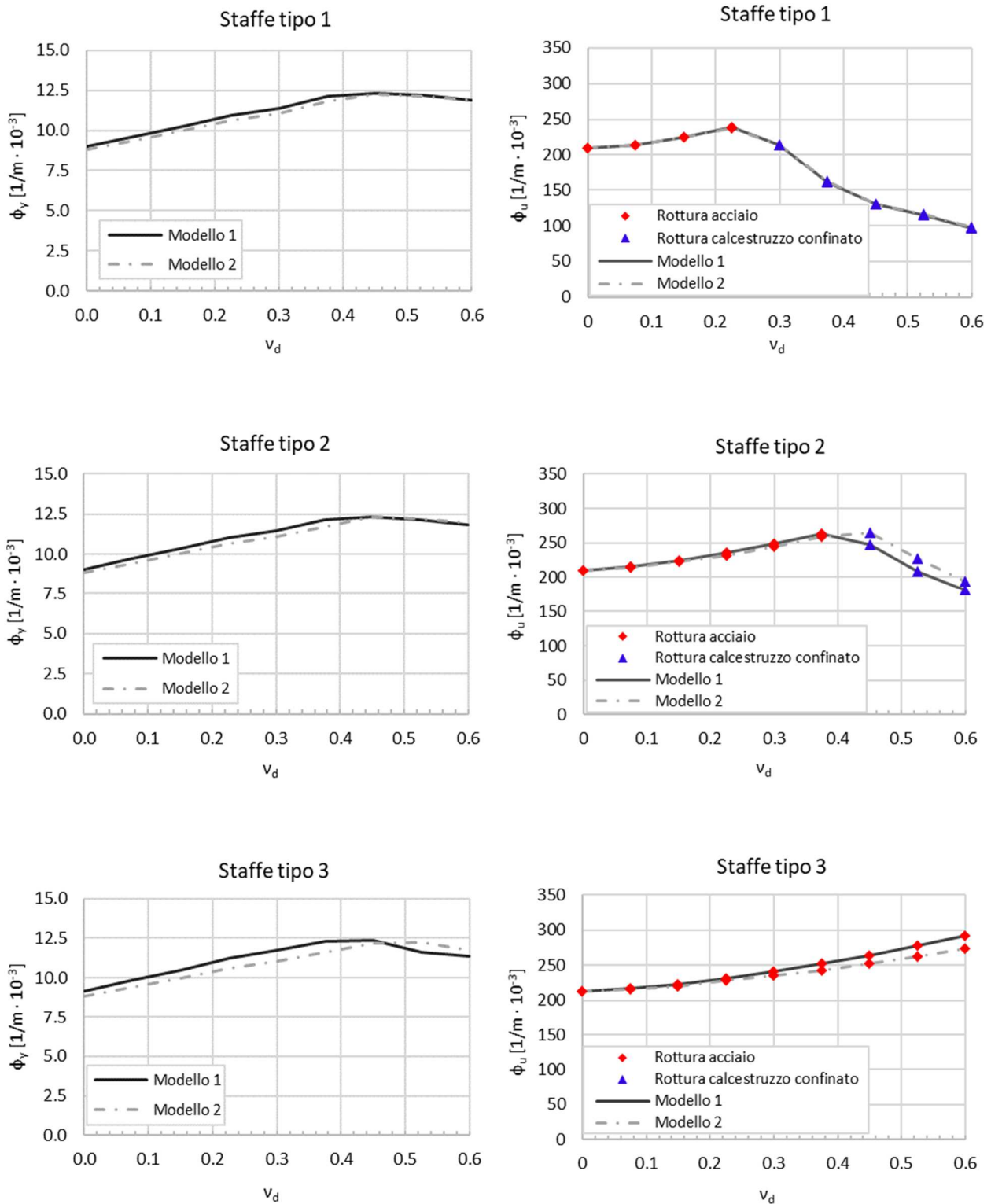


Figura 3.7 Curvatura convenzionale di prima plasticizzazione e curvatura ultima al variare dello sforzo normale adimensionalizzato per le diverse condizioni di staffatura definite nella Tabella 3.1

In Figura 3.7 è possibile osservare che per valori ridotti dello sforzo normale la sezione raggiunge la condizione ultima per crisi dell'acciaio ed i valori di curvatura ultima forniti dai due modelli risultano simili tra loro. Fintanto che tale modalità di rottura permane, all'aumentare dello sforzo normale si ottengono valori crescenti di ϕ_u . Raggiunto un certo valore di ν_d , la modalità di rottura cambia e la sezione sviluppa la curvatura massima in corrispondenza alla crisi del calcestruzzo.

Il valore dello sforzo normale adimensionalizzato per cui avviene il passaggio da una modalità di rottura all'altra aumenta all'aumentare del livello di confinamento fino a che nel caso di confinamento alto, la condizione ultima si raggiunge per crisi dell'acciaio per tutti i valori dello sforzo normale considerati.

Si osserva come, in nessuno dei casi esaminati, la curvatura ultima valutata secondo normativa è legata alla diminuzione del momento superiore al 15% del momento massimo. Da alcune prove svolte si è visto come tale condizione possa invece essere raggiunta per pilastri di piccole dimensioni, con rapporti elevati tra copriferro e altezza delle sezioni, per i quali in corrispondenza dell'espulsione del copriferro si ha, come già detto, un forte calo del momento resistente che in diversi casi può essere maggiore del 15%, comportando quindi una drastica diminuzione della deformazione ultima e quindi della duttilità.

La curvatura convenzionale di prima plasticizzazione valutata secondo i due modelli costitutivi considerati per il calcestruzzo presenta valori molto simili. È inoltre possibile notare come il suo andamento in funzione dello sforzo normale sia caratterizzato da un tratto crescente, seguito poi da un ramo costante o decrescente. Tale andamento è dovuto al cambio della modalità con cui viene identificata la curvatura di prima plasticizzazione: Fintanto che la plasticizzazione è raggiunta lato acciaio (ossia per raggiungimento di ε_{sy} nell'acciaio teso) l'andamento del diagramma della curvatura è crescente. Per i casi in cui la plasticizzazione avviene lato calcestruzzo (ossia per raggiungimento di ε_{c2} sul calcestruzzo compresso) l'andamento della curvatura è decrescente, all'aumentare dello sforzo normale. Il punto di massimo della curva identifica lo sforzo normale per il quale la plasticizzazione lato acciaio e quella lato calcestruzzo avvengono contemporaneamente.

In Tabella 3.2 sono presentati i valori di ϕ'_{yd} per alcuni valori dello sforzo normale adimensionalizzato. Inoltre, viene indicata la modalità di raggiungimento di tale condizione (lato acciaio se $\varepsilon_s = \varepsilon_{s,y}$ o lato calcestruzzo se $\varepsilon_c = \varepsilon_{c2}$), i corrispondenti valori di curvatura convenzionale di prima plasticizzazione ϕ_{yd} , e la differenza percentuale tra ϕ_{yd} e ϕ'_{yd} .

Come si può osservare, i valori di ϕ'_{yd} trovati con i due modelli costitutivi sono molto simili tra loro, la loro differenza aumenta all'aumentare dello sforzo normale e del livello di confinamento. In particolare, nei casi esaminati la differenza massima si ha per alto confinamento con $\nu_d = 0.45$, per il quale con il modello 1 si raggiunge ϕ'_{yd} lato calcestruzzo, con il modello 2 invece lato acciaio. In ogni caso, come si può vedere dalla Tabella 3.2 e dalla Figura 3.7, riferendosi alla curvatura convenzionale di prima plasticizzazione ϕ_{yd} invece di ϕ'_{yd} i valori trovati tra i due modelli diventano più omogenei.

In Figura 3.8, infine, si riportano i valori corrispondenti di duttilità in curvatura μ_ϕ . È possibile notare un andamento dei grafici che chiaramente richiama quello osservato per la curvatura ultima. Si nota inoltre che le differenze maggiori tra i due modelli si hanno nel caso di alto confinamento e alti valori di sforzo normale, e sono dell'ordine del 10%.

Tabella 3.2. Confronto delle curvature sostanzialmente elastiche e le curvature convenzionali di prima plasticizzazione, valutate secondo le NTC2018 usando il modello 1 per il legame costitutivo del calcestruzzo

Modello 1					
Livello di confinamento	ν_d	ϕ'_{yd} [1/m *10-3]		ϕ_{yd} [1/m *10-3]	Δ [%]
Basso (Staffe tipo 1)	0.15	9.8	(acc)	10.3	5.2%
	0.30	10.8	(acc)	11.6	6.6%
	0.45	11.1	(cls)	12.3	10.8%
Medio (Staffe tipo 2)	0.15	9.8	(acc)	10.4	5.2%
	0.30	10.9	(acc)	11.6	6.5%
	0.45	11.0	(cls)	12.3	12.4%
Alto (Staffe tipo 3)	0.15	10.0	(acc)	10.5	5.0%
	0.30	11.2	(acc)	11.9	6.3%
	0.45	10.5	(cls)	12.3	17.1%

Tabella 3.3. Confronto delle curvature sostanzialmente elastiche e le curvature convenzionali di prima plasticizzazione, valutate secondo le NTC2018 usando il modello 2 per il legame costitutivo del calcestruzzo

Modello 2					
Livello di confinamento	ν_d	ϕ'_{yd} [1/m *10-3]		ϕ_{yd} [1/m *10-3]	Δ [%]
Basso (Staffe tipo 1)	0.15	9.6	(acc)	10.0	4.9%
	0.30	10.6	(acc)	11.3	6.2%
	0.45	11.6	(cls)	12.3	6.0%
Medio (Staffe tipo 2)	0.15	9.6	(acc)	10.0	4.9%
	0.30	10.6	(acc)	11.2	6.1%
	0.45	11.6	(cls)	12.3	5.8%
Alto (Staffe tipo 3)	0.15	9.5	(acc)	10.0	4.9%
	0.30	10.5	(acc)	11.2	6.3%
	0.45	11.6	(acc)	12.2	6.0%

Si ricorda come i risultati siano stati ottenuti assumendo l'armatura longitudinale concentrata in due sole posizioni, una inferiore ed una superiore. Tale assunzione può in alcuni casi comportare un'approssimazione nel risultato ottenuto. Un approfondimento su tale aspetto viene presentato al 3.5.3 con riferimento a sezioni di elementi trave.

Nel seguito del presente lavoro è stato utilizzato il legame per il calcestruzzo relativo al modello 1 (parabola-rettangolo) per condurre le analisi.

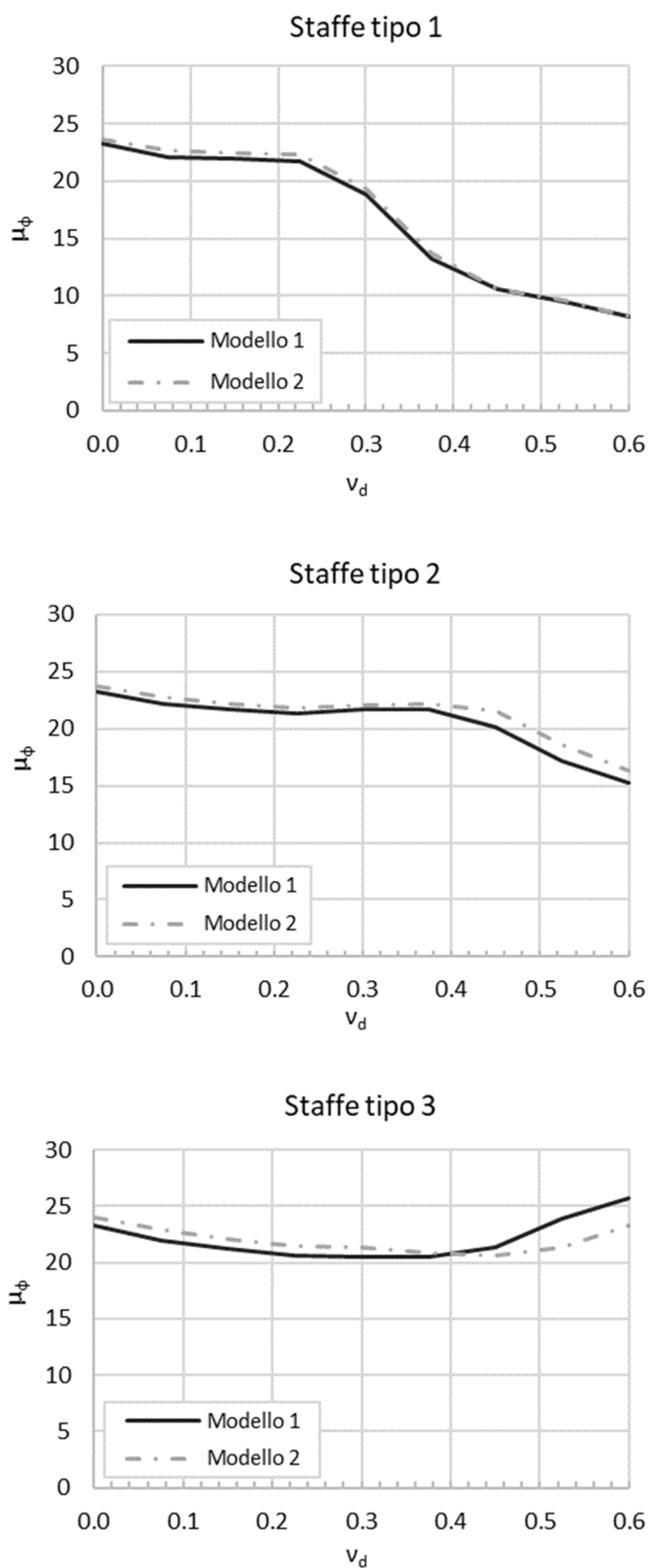


Figura 3.8 Duttività in curvatura in funzione dello sforzo normale adimensionalizzato per i casi: Confinamento basso (staffe tipo 1); Confinamento medio (staffe tipo 2); Confinamento alto (staffe tipo 3)

3.4 Verifica implicita di duttilità locale: dettagli costruttivi

La norma italiana NTC2018 e la norma europea EN 1998-1 consentono di ritenere implicitamente soddisfatte le verifiche di duttilità qualora nella progettazione vengano rispettate specifiche regole per i materiali e per i dettagli costruttivi delle diverse tipologie di elementi strutturali, in aggiunta alle regole che garantiscono un comportamento strutturale basato sulla gerarchia delle resistenze. In altre parole, garantendo il rispetto di tali prescrizioni non risulta più necessario effettuare alcuna verifica esplicita di duttilità basata sul confronto fra capacità e domanda. In tal senso, il rispetto di tali regole garantisce implicitamente il comportamento duttile della struttura e di conseguenza il controllo del rispetto di tali regole può considerarsi come una “verifica implicita” di duttilità (o “*calcolo implicito*”, CI). Essa è alternativa alla “verifica esplicita” di duttilità (o “*calcolo esplicito*”, CE), basata sul confronto diretta fra capacità e domanda in termini di duttilità, illustrata al paragrafo 3.3.

Nel seguito sono descritte ed analizzate le principali prescrizioni fornite dalle NTC2018 e dalla norma EN 1998-1 per la verifica implicita di duttilità di pilastri e travi in calcestruzzo armato.

3.4.1 Pilastri

Regole secondo EN 1998-1

Al fine di ritenere implicitamente soddisfatte le verifiche di duttilità per i pilastri, la norma richiede che sia presente una quantità di armatura trasversale minima, valutata in funzione della domanda di duttilità e dello sforzo normale presente attraverso la seguente relazione:

$$\alpha\omega_{wd} \geq 30\mu_{\phi} \cdot \nu_d \cdot \varepsilon_{sy,d} \cdot \frac{b_c}{b_0} - 0,035 \quad (3.7)$$

dove b_c è la larghezza minima della sezione trasversale lorda, b_0 è larghezza del nucleo confinato che coincide con b_x o b_y delle relazioni (1.8) e (1.9) e ω_{wd} è il rapporto meccanico dell’armatura trasversale di confinamento:

$$\omega_{wd} = \rho_w \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \quad (3.8)$$

La genesi dell’equazione (3.8) è spiegata in dettaglio in (Fardis et al., 2005) e (Fardis, 2009).

Regole secondo NTC2018

Le norme NTC2018, al §7.4.6.2.2 ed in particolare nella sezione dedicata specificatamente ai dettagli costruttivi per la duttilità dei pilastri, specificano la necessità di eseguire le verifiche di duttilità nelle zone dissipative allo spiccatto dei pilastri primari e nelle zone terminali di tutti i pilastri secondari. Analogamente a quanto avviene per la norma EN 1998-1, anche la norma italiana NTC2018 richiede il rispetto della relazione (3.7), al fine di considerare implicitamente soddisfatte le verifiche di duttilità per i pilastri.

In Figura 3.9 la relazione (3.7) viene rappresentata graficamente, per un tipico valore del rapporto $b_c/b_0 \approx 1.2$. Si può notare che la richiesta di armatura trasversale volumetrica, espressa in termini $\alpha\omega_{wd}$, vari in funzione della domanda di duttilità e dello sforzo normale presente.

Si sottolinea come questa variabilità costituisca un’importante novità rispetto alla precedente versione della normativa italiana (NTC2008) che invece richiedeva direttamente una quantità minima

di armatura trasversale ω_{wd} (da applicare in entrambe le direzioni) indipendentemente dalla domanda di duttilità e dallo sforzo normale. In particolare, veniva richiesto un rapporto volumetrico meccanico totale pari a ω_{wd} pari a 0.16 e 0.24, rispettivamente per CDB e CDA, senza alcun riferimento al valore del coefficiente di efficienza del confinamento α .

Per poter quindi confrontare le prescrizioni dell'attuale normativa (NTC2018) con quelle della precedente versione (NTC2008), è quindi necessario riferirsi a possibili valori del coefficiente α , non esplicitamente indicati. Combinando le prescrizioni minime previste per la spaziatura delle staffe e le distanze massime concesse tra due barre longitudinali fissate tra loro da ganci è possibile identificare dei valori minimi di α , che per la precedente versione della normativa, sono pari 0.25 e 0.35 rispettivamente per strutture in CDB e CDA. Adottando questi valori di α sono state quindi tracciate le due linee orizzontali (in rosso) in Figura 3.9 rappresentative dei minimi di armatura trasversale richiesti dalle NTC2008 espressi in termini di $\alpha\omega_{wd}$.

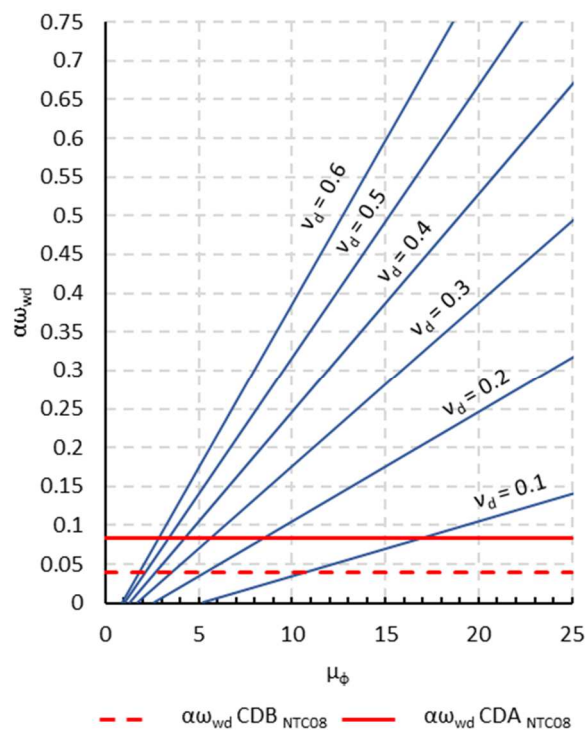


Figura 3.9 Richiesta di armatura trasversale al variare della domanda di duttilità e dello sforzo normale adimensionalizzato, confronto con NTC2008

È utile dare un'indicazione sui valori che può assumere il rapporto $\alpha\omega_{wd}$ in casi usuali di elementi di nuova progettazione secondo NTC2018. Esso può variare da circa 0.05 (valore ad esempio valido per un pilastro 40x40 con staffe $\varnothing 10$ 2 braccia passo 15cm) a circa 0.7 (per un pilastro 40x40 con staffe $\varnothing 10$ 4 braccia passo 5cm). Con riferimento alla sezione di pilastro presentata al paragrafo 3.3.2, si ha che la staffatura di Tipo 1 corrisponde ad un coefficiente $\alpha\omega_{wd} = 0.17$, quella di Tipo 2 a 0.30 e quella di Tipo 3 a 0.71.

Dalla Figura 3.9 si nota come, a domande di duttilità $\mu_{\phi} < 20$, corrispondano richieste di armatura trasversale compatibili con i casi reali sopra citati. Per $\mu_{\phi} > 20$ e alto sforzo normale ($v_d = 0.6$) le richieste di armatura trasversale diventano sempre più importanti e, di fatto, estremamente difficili

da raggiungere in termini di capacità, come dimostrato al paragrafo 3.5.1. Bisogna peraltro osservare che domande di duttilità prossime o superiori a 20-25 corrispondono, in base alla relazione (1), a strutture con periodi propri T_1 bassi e fattori di comportamento elevati, che potrebbero indicare scelte di impostazione strutturale non corrette. Infatti, un edificio con periodo T_1 basso è caratterizzato o da una grande rigidità, e di conseguenza di fatto anche da una corrispondente resistenza, o da una massa ridotta, situazioni entrambe che in genere non richiedono grandi riduzioni della forza elastica e quindi elevati valori del fattore di comportamento q .

Per quanto riguarda invece quanto previsto dalla precedente versione della normativa, i minimi richiesti per l'armatura trasversale corrispondono - confrontandosi con le attuali prescrizioni fornite dalla relazione (3.7) - nel migliore dei casi in CDA, a valori di duttilità maggiori di 8 solo per bassi valori di sforzo normale ($v_d < 0.2$).

3.4.2 Travi

Regole secondo EN 1998-1

Per quanto riguarda gli elementi trave, la verifica di duttilità si ritiene implicitamente soddisfatta se vengono rispettate le seguenti limitazioni sulle quantità di armatura longitudinale:

$$\rho^* \geq 0.5 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \quad \text{su tutta la trave} \quad (3.9)$$

$$\frac{\rho'^*}{\rho^*} \geq 0.5 \quad \text{nelle zone critiche} \quad (3.10)$$

$$\rho^* < \rho'^* + \frac{0.0018}{\varepsilon_{sy,d} \mu_\phi} \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad \text{nelle zone critiche} \quad (3.11)$$

Dove $\rho^* = A_s/bd$ e $\rho'^* = A'_s/bd$ rappresentano le percentuali geometriche di armatura longitudinale rispettivamente tesa e compressa riferite all'altezza utile della sezione d . A_s e A'_s sono l'area di armatura tesa e compressa della sezione, f_{yk} , f_{yd} e f_{ck} , f_{yd} rappresentano rispettivamente i valori caratteristici e di progetto della resistenza a trazione dell'acciaio e a compressione del calcestruzzo ed f_{ctm} è la resistenza media a trazione del calcestruzzo. I termini b , d e H rappresentano rispettivamente la larghezza, l'altezza utile e l'altezza complessiva della trave.

Regole secondo NTC2018

Al capitolo §7.4.6.2.1 le NTC2018 precisano come, per garantire modalità di collasso coerenti con la classe di duttilità adottata, si debbano rispettare per tutta la lunghezza della trave le seguenti condizioni:

$$\rho > \frac{1,4}{f_{yk}} \quad \text{nelle zone critiche} \quad (3.12)$$

$$\frac{\rho'}{\rho} \geq 0.25 \quad \text{in tutta la trave} \quad (3.13)$$

$$\frac{\rho'}{\rho} \geq 0.5 \quad \text{nelle zone critiche} \quad (3.14)$$

$$\rho < \rho' + \frac{3,5}{f_{yk}} \quad \text{nelle zone critiche} \quad (3.15)$$

dove $\rho = A_s/bH$ e $\rho' = A'_s/bH$ rappresentano le percentuali geometriche di armatura longitudinale rispettivamente tesa e compressa. Una prima evidente differenza con quanto previsto da Eurocodice consiste nel fatto che secondo la norma italiana le percentuali geometriche di armatura sono definite con riferimento all'area totale della sezione bH anziché all'area bd .

La norma definisce con l'espressione (3.12) un limite inferiore di armatura longitudinale tesa, necessario per evitare che la rottura della sezione avvenga immediatamente dopo la fessurazione del calcestruzzo. Inoltre, attraverso l'equazione (3.15) la norma fissa anche un limite superiore per la percentuale di armatura longitudinale tesa. Si noti come la costante numerica pari a 3.5 abbia le dimensioni di una tensione.

L'espressione (3.15) è sostanzialmente differente dalla sua omologa in Eurocodice, equazione (3.11). Si osserva infatti come la regola (3.15) non faccia alcun riferimento alla domanda di duttilità in curvatura μ_ϕ , contrariamente all'equazione (3.11) proposta dall'Eurocodice.

In Figura 3.10 sono rappresentate le curve limite definite dalle relazioni (3.12), (3.14) e (3.15), mentre l'area campita in grigio rappresenta il dominio in cui tutte e tre le disuguaglianze sono rispettate. In altre parole, il rispetto delle condizioni (3.12), (3.14) e (3.15) conduce a coppie di valori di ρ e $\frac{\rho'}{\rho}$ che appartengono alla porzione campita del grafico.

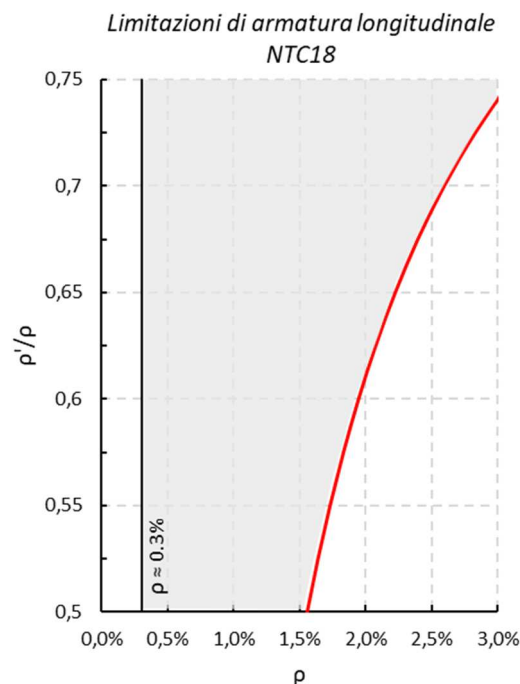


Figura 3.10 Valori del rapporto ρ'/ρ minimo al variare dell'armatura longitudinale tesa ρ per rispettare le regole di dettaglio delle NTC2018

La curva limite rossa, che identifica il rispetto in senso stretto della condizione (3.15), associa ad ogni valore di ρ'/ρ i massimi valori di ρ accettabili secondo la norma e fornisce di fatto valori di ρ sempre maggiori di 1.5%. Si osserva come tale valore risulti essere abbastanza elevato per elementi

sismici primari, in relazione alla pratica costruttiva comune, anche nell'ottica di garantire il rispetto della progettazione in gerarchia e la verifica a taglio dei nodi, ovvero il rispetto delle prescrizioni di ancoraggio delle barre negli stessi.

Per confrontare opportunamente le formulazioni proposte dalle due norme, è possibile calcolare il valore della domanda di duttilità μ_ϕ a cui corrisponde il coefficiente costante assunto dalla regola delle NTC2018. Per prima cosa occorre esplicitare a sinistra nelle espressioni (3.11) e (3.15) rispettivamente, i termini $\rho^* - \rho'^*$ e $\rho - \rho'$. Conviene poi trasformare il termine $\rho - \rho'$ nella (3.15) nel termine $\rho^* - \rho'^*$, facendo uso del coefficiente $\left(1 - \frac{c}{H}\right)$, dove c è il copriferro di calcolo delle armature longitudinali (assunto uguale per l'armatura inferiore e quella superiore). Successivamente, uguagliando i membri di destra rimanenti nelle due equazioni, è possibile ricavare la seguente espressione per la domanda di duttilità, ricavata dalla (3.16) ipotizzando valida la (3.11):

$$\mu_\phi^{NTC} = 0.0018 \cdot \frac{f_{yk}}{f_{yd}} \cdot \frac{E_s}{3.5} \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot \left(1 - \frac{c}{H}\right) \quad (3.16)$$

In Figura 3.11 vengono rappresentate una serie di curve realizzate utilizzando la relazione (3.11), assumendo come costanti i parametri $E_s = 200000\text{MPa}$, $f_{yk} = 450\text{MPa}$, $f_{yd} = 391.3\text{MPa}$, $f_{cd} = 14.17\text{MPa}$ e facendo variare la domanda di duttilità μ_ϕ e il rapporto ρ'/ρ . Sull'asse verticale a destra è riportato il valore di μ_ϕ ed il corrispondente valore di q_0 nel caso, più favorevole, in cui valga $T_1 > T_c$.

La Figura 3.11 può essere utilizzata come un abaco, valido per sezioni di travi realizzate con calcestruzzo C25/30, e acciaio B450C, che fornisce, per una determinata domanda di duttilità in curvatura μ_ϕ (legata a q_0 da T_1/T_c), fissato un rapporto di armatura ρ , il minimo rapporto ρ'/ρ necessario per garantire il rispetto della regola di dettaglio di Eurocodice 8 e, quindi, il livello di duttilità richiesto.

L'abaco può essere utilizzato anche a ritroso, ossia scegliendo una coppia di valori ρ e ρ'/ρ ed ottenendo il corrispondente valore della capacità di duttilità in curvatura μ_ϕ ottenibile ed il relativo valore di q_0 sotto l'ipotesi $T_1 > T_c$.

Per rappresentare nel diagramma di Figura 3.11 la regola di dettaglio fornita dalla norma NTC2018, è possibile valutare il valore della domanda di duttilità attraverso l'equazione (3.16), utilizzando a titolo di esempio un valore del rapporto c/H pari a 0.1. Si ottiene un valore della domanda pari a 3.85. Utilizzando tale valore nell'equazione (3.11) si ottiene la curva rossa rappresentata in Figura 3.11. Tale curva rappresenta la regola di dettaglio fornita dalla norma NTC2018 che, come osservato, non dipende dalla domanda di duttilità μ_ϕ .

È necessario osservare che, secondo la norma EN 1998-1, la domanda di duttilità μ_ϕ è valutata a partire dal valore di q_0 con riferimento allo SLV. Per utilizzare l'abaco di Figura 3.11 con riferimento allo SLC, la domanda di duttilità dovrebbe essere aumentata di un fattore 1.2; viceversa, la capacità dovrebbe essere ridotta di un fattore 1.2.

Si nota infine come, fissando un intervallo di valori di armatura longitudinale tesa tipici per le travi, compresi tra 0.8% e 1.25%, il rapporto minimo $\rho'/\rho = 0.5$ non risulti sempre sufficiente a garantire quanto richiesto dalla relazione (18), in particolar modo per richieste di duttilità $\mu_\phi > 8$.

Per raggiungere questi valori è quindi preferibile adottare rapporti ρ'/ρ maggiori di 0.5 onde evitare di dover limitare in maniera eccessiva la quantità di armatura longitudinale.

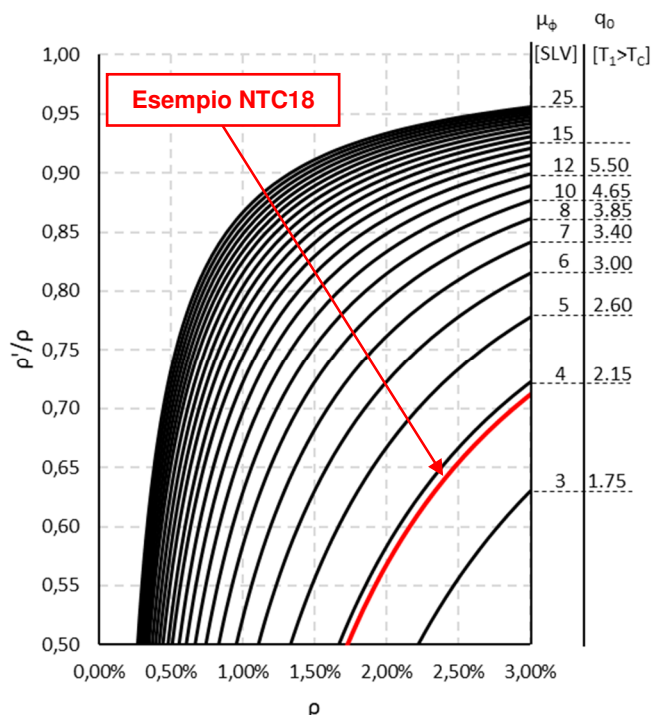


Figura 3.11 Abaco che riporta il rapporto ρ'/ρ minimo da utilizzare secondo Eurocodice 8 al variare dell'armatura longitudinale tesa ρ in funzione della domanda in curvatura μ_ϕ o del corrispondente valore di q_0)

Si noti come l'asse delle ordinate che riporta i valori della domanda di duttilità μ_ϕ non abbia intervalli regolari. In tal senso, ad un valore unitario del rapporto $\frac{\rho'}{\rho}$ sull'asse delle ordinate di sinistra, corrisponde un valore della domanda di duttilità μ_ϕ praticamente infinito. In altre parole, in accordo alla regola di dettaglio (3.11) proposta da Eurocodice, qualunque sia il valore della domanda di duttilità, la verifica in duttilità sarà sempre soddisfatta adottando valori del rapporto $\frac{\rho'}{\rho}$ prossimi all'unità. Appare chiaro, come verrà illustrato in dettaglio nel seguito, che tale assunzione non corrisponde alla realtà.

3.5 Confronto tra verifica esplicita e verifica implicita

In questo paragrafo viene presentato un confronto tra l'approccio di verifica "implicito" descritto al paragrafo 3.4, che prevede il solo controllo del rispetto dei dettagli costruttivi, e l'approccio di verifica "esplicito", descritto al paragrafo 3.3. Per effettuare tale confronto, le regole da rispettare per le limitazioni di armatura previste dalle norme sono state utilizzate a ritroso per calcolare un valore della capacità di duttilità in curvatura. Tale valore di capacità è stato poi confrontato con quello fornito dal calcolo esplicito per sezioni aventi le medesime caratteristiche geometriche e meccaniche.

In tal modo è possibile formulare alcune considerazioni critiche sulle regole di dettaglio fornite dalle normative, seguite da alcuni suggerimenti per un possibile miglioramento delle stesse.

3.5.1 Pilastr

Si consideri la sezione di pilastro utilizzata per lo studio parametrico presentato al paragrafo 3.3.2 e schematizzata in Figura 3.4. Per tale sezione, la capacità di duttilità in curvatura è stata valutata con il procedimento per il calcolo esplicito illustrato al paragrafo 3.3, per differenti valori della quantità di armatura trasversale, espressa dal prodotto $\alpha\omega_{wd}$, e dello sforzo normale adimensionalizzato v_d (in questo caso assunto pari a 0.2; 0.4; 0.6). Per quanto riguarda il legame costitutivo del calcestruzzo, confinato e non confinato, è stato adottato il legame parabola – rettangolo.

Invertendo la relazione (3.7) si è ottenuta un'espressione per il calcolo di μ_ϕ . I valori da essa ricavati per la sezione esaminata sono stati confrontati con quelli ottenuti dal calcolo esplicito. Il confronto è rappresentato in Figura 3.12.

Si osserva come la relazione (3.7), rappresentata da rette di pendenza via via decrescente all'aumentare dello sforzo normale adimensionalizzato v_d , non fornisca un limite superiore per la capacità di duttilità, in quanto non tiene conto della rottura lato acciaio. Si deve però ricordare che valori di duttilità prossimi o maggiori di 25 sono difficili da ottenere nelle strutture reali, sia in termini di capacità che di domanda, come precedentemente precisato.

Dal confronto tra le rette e la curva corrispondente alla capacità ottenuta dal calcolo esplicito di duttilità, si osserva come la relazione (3.7) fornisca valori di duttilità tendenzialmente inferiori rispetto a quelli determinati mediante un calcolo esplicito, tranne nel caso di alto confinamento con valori bassi di sforzo normale. In questo caso la relazione (3.7) fornisce valori di duttilità che sono maggiori, ma in realtà non ottenibili per raggiungimento della crisi dell'acciaio.

Dalla Figura 3.12 si può notare come il calcolo esplicito della capacità, all'aumentare del parametro $\alpha\omega_{wd}$ (e quindi del livello di confinamento della sezione), fornisca valori della capacità che ad un certo punto si assestano ad un valore massimo pari a circa 25, legato alla rottura dell'acciaio teso.

Si può infine osservare come i tre casi di confinamento corrispondenti ai tre tipi di staffatura presentati al paragrafo 3.3.2 siano rappresentativi di condizioni diverse, la prima (basso confinamento) in cui il rispetto della regola di dettaglio (3.7) fornisce un livello di duttilità sempre cautelativo rispetto al calcolo esplicito, la seconda (medio confinamento) in cui esso è sostanzialmente cautelativo, la terza (alto confinamento) in cui può essere o meno cautelativo al variare dello sforzo normale adimensionalizzato.

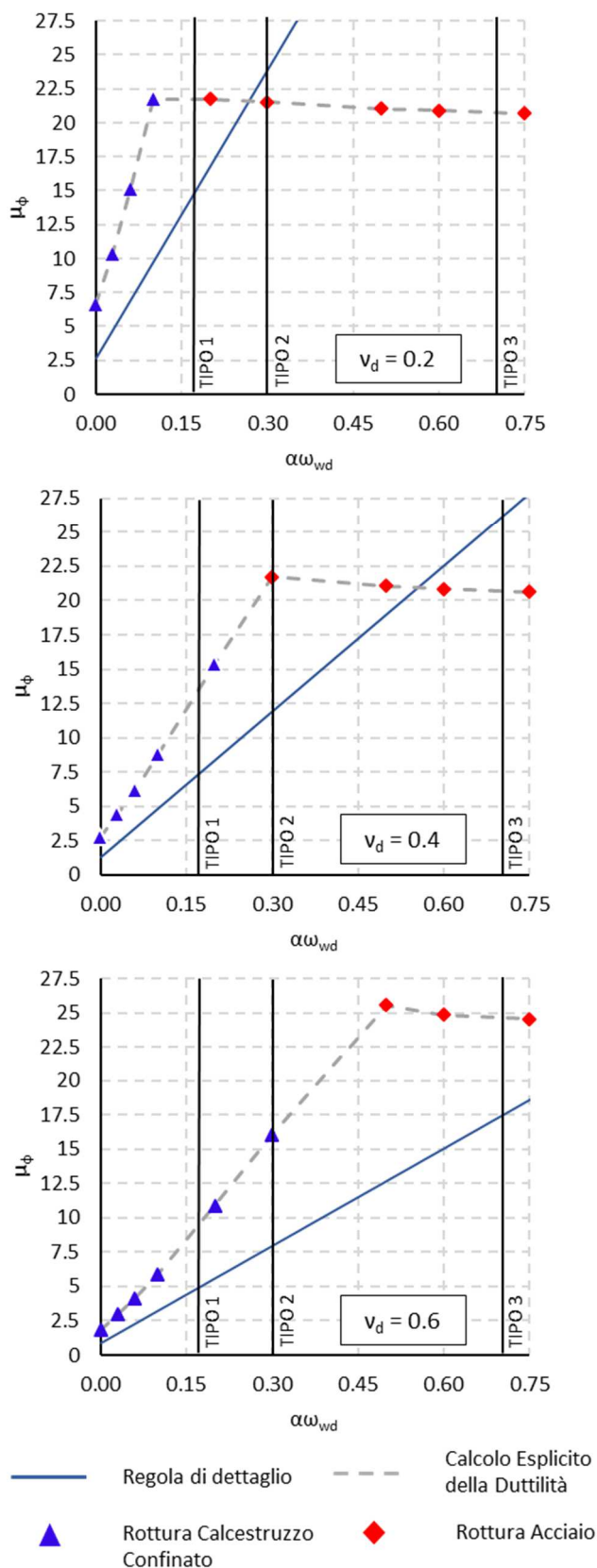


Figura 3.12 Confronto tra la duttilità in curvatura ottenuta dalla formula del dettaglio costruttivo e quella ottenuta con il calcolo esplicito al variare della percentuale volumetrica di armatura trasversale per $v_d = 0.2 - 0.4 - 0.6$

È il caso di sottolineare che valori della domanda di duttilità superiori a 20 – 25 sono poco frequenti nella pratica progettuale e potrebbero essere indice di una strategia di progettazione non corretta.

Si ricorda inoltre che la procedura utilizzata per il calcolo esplicito della capacità di duttilità utilizza una schematizzazione della sezione avente due sole posizioni di armatura longitudinale. Se tale assunzione coincide in molti casi con la realtà per gli elementi trave, raramente ciò si verifica per elementi pilastro. Pertanto, la lettura dei risultati deve avvenire in maniera ponderata, tenendo conto delle approssimazioni di cui è affetta la procedura di calcolo. Come anticipato precedentemente, al paragrafo 3.5.3 viene presentato un caso studio in cui è valutato l'effetto della presenza delle armature di parete sulla capacità di duttilità di elementi trave.

3.5.2 Travi senza di armatura di parete

Nel caso degli elementi trave, la regola di dettaglio (3.15) fornita dalla norma NTC2018 non permette di ricavare la capacità di duttilità μ_ϕ . I limiti di tale approccio confrontati con quello proposto dalla norma EN 1998-1 sono stati precedentemente discussi al paragrafo 3.4.2.

In questo paragrafo si è scelto di confrontare la regola di dettaglio proposta dall'Eurocodice, equazione (3.11), con i risultati in termini di capacità forniti dal calcolo esplicito.

Invertendo la relazione (3.11) è possibile ottenere un'espressione per il calcolo della massima duttilità in curvatura per la sezione della trave garantita dal rispetto del dettaglio costruttivo:

$$\mu_\phi = 0.0018 \cdot \frac{1}{\rho^*} \cdot \frac{1}{\varepsilon_{sy,d}} \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot \frac{1}{1-\rho'/\rho^*} \quad (3.17)$$

La relazione (3.17) può essere riscritta in funzione di $\rho = A_s/bH$ e $\rho' = A'_s/bH$ come:

$$\mu_\phi = 0.0018 \cdot \left(1 - \frac{c}{H}\right) \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \frac{1}{\varepsilon_{sy,d}} \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot \frac{1}{1-\rho'/\rho} \quad (3.18)$$

Come anticipato in precedenza, la genesi dell'equazione (3.11), viene discussa in dettaglio da (Fardis et al., 2005) e (Fardis, 2009). È utile, in questa sede, richiamare brevemente le ipotesi assunte per derivare l'espressione (3.11), la quale conduce all'espressione (3.18). Le ipotesi possono essere raggruppate in due classi:

Ipotesi sulla curvatura ultima

- A1: il legame costitutivo a compressione assunto per il calcestruzzo è di tipo parabola-rettangolo e la condizione di rottura avviene per raggiungimento della deformazione ultima del calcestruzzo $\varepsilon_{cu} = 3.5\text{‰}$ nella fibra più compressa della sezione;
- A2: l'armatura al lembo teso è snervata a trazione;
- A3: l'armatura al lembo compresso è snervata a compressione.

Sotto tali ipotesi, la curvatura ultima ϕ_u può essere calcolata come:

$$\phi_u = \frac{1}{d} \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \frac{1}{\rho^*} \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot \frac{1}{1-\rho'/\rho^*} = \frac{1}{H} \cdot \varepsilon_{cu} \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \cdot \frac{1}{1-\rho'/\rho} \quad (3.19)$$

Ipotesi sulla curvatura a snervamento

- B1: la condizione limite per cui la sezione sviluppa la curvatura a snervamento è determinata dal raggiungimento della deformazione a snervamento $\varepsilon_{sy,d}$ nell'acciaio al lembo teso.
- B2: posto il rispetto di tutte le ipotesi precedenti (A1, A2, A3, B1), la curvatura a snervamento deve soddisfare la seguente relazione:

$$\phi_y = 1.575 \cdot \frac{\varepsilon_{sy,d}}{d} = 1.575 \cdot \frac{1}{1-\frac{c}{H}} \cdot \frac{\varepsilon_{sy,d}}{H} \quad (3.20)$$

L'analisi delle ipotesi delle classi "A" e "B", dalle quali sono state derivate le espressioni (3.11) e (3.18), ha permesso di ricavare le equazioni (3.19) e (3.20), che consentono di calcolare la curvatura ultima ϕ_u e la curvatura a snervamento ϕ_y in accordo alla regola (3.11) prescritta dalla norma EN 1998-1. Così facendo, il confronto fra calcolo esplicito e calcolo implicito può essere effettuato non solo in termini di duttilità in curvatura, ma anche in termini di curvatura ultima e curvatura a snervamento.

Per effettuare il confronto sono state analizzate tre sezioni di trave di larghezza fissata pari a 30cm e altezza variabile, rispettivamente pari a 30, 50 e 70cm. Sono stati considerati tre valori della percentuale di armatura tesa ρ pari a 0.3%, 1.0% e 2.5% ed il rapporto ρ'/ρ è stato fatto variare tra 0 ed 1. Si è fatto riferimento ad un calcestruzzo C25/30 ed un acciaio B450C, assumendo per il calcolo delle curvature il valore di progetto delle resistenze. Per il calcestruzzo è stato adottato il legame costitutivo parabola - rettangolo (in accordo all'ipotesi A1 della formulazione per il calcolo implicito di Eurocodice) e non è stato considerato alcun effetto di confinamento. Il modulo elastico per l'acciaio d'armatura è stato assunto pari a 200000 MPa. È stato fissato un valore del copriferro di calcolo c pari a 5cm, considerato un valore tipico per un caso in cui vengano applicate le prescrizioni minime sulla durabilità imposte dalla normativa e siano utilizzati valori usuali per i diametri delle barre d'armatura. In Figura 3.13 è illustrato la schematizzazione assunta per le sezioni di trave analizzate.

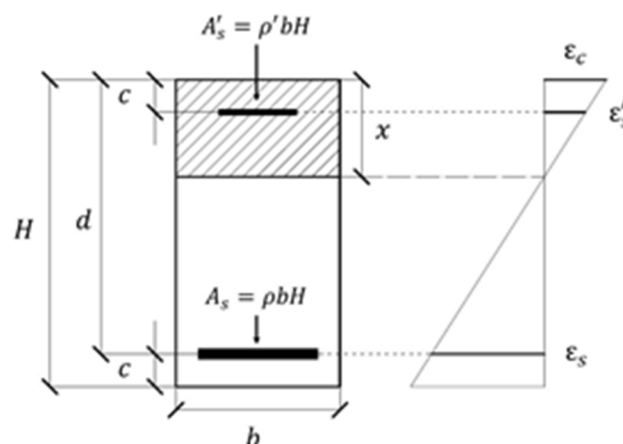


Figura 3.13 Geometria della sezione e generico diagramma delle deformazioni per le travi analizzate

In prima istanza, nel calcolo esplicito della duttilità si sono assunte le armature tese e compresse concentrate a distanza c dai rispettivi lembi della sezione, trascurando il contributo offerto dalle

eventuali armature di parete. Successivamente, l'effetto di tale semplificazione è stato analizzato e discusso, confrontandolo con un caso in cui la presenza e la posizione effettiva delle armature di parete sono state considerate esplicitamente nel calcolo.

Nel seguito vengono confrontati i risultati ottenuti in termini di curvatura a snervamento, curvatura ultima e duttilità in curvatura, mediante le due modalità di valutazione: rispetto della regola di dettaglio costruttivo (di seguito "DC") e calcolo esplicito (di seguito "CE").

In Figura 3.14 è riportato il confronto in termini di curvatura ultima, al variare del rapporto ρ'/ρ .

Con riferimento ai casi con percentuale di armatura 0.3%, si osserva una non corrispondenza tra le curve ottenute con i due metodi praticamente per tutte le altezze di trave. È interessante osservare che in questi casi si è nelle condizioni di una profondità dell'asse neutro limitata, e conseguentemente di armatura superiore non snervata (in contrasto con l'ipotesi A3). Inoltre, per il caso di trave bassa ($H=30\text{cm}$) si osserva un andamento della curva ottenuta con il metodo CE decrescente all'aumentare del rapporto ρ'/ρ , giustificato dal fatto che si è in una condizione molto particolare di asse neutro posto nel copriferro, e di conseguenza di armatura superiore tesa, anziché compressa (in contrasto con l'ipotesi A3).

Per tutti i casi esaminati, si osserva come le curve del calcolo implicito tendano a fornire valori di curvatura ultima prossimi ad infinito quando il rapporto ρ'/ρ tende all'unità. Tale comportamento, come illustrato nel seguito, si riflette anche sulla duttilità in curvatura. Questo aspetto era già stato evidenziato al paragrafo 3.4.2 ed in particolare attraverso l'analisi dell'abaco di Figura 3.11.

Nonostante esistano degli intervalli di ρ'/ρ per cui i risultati ottenuti tramite i due metodi alternativi (CE e DC) sono in ottimo accordo tra loro, essi hanno un'estensione piuttosto limitata. Inoltre, prima e dopo i suddetti intervalli, le curve ottenute tendono a scostarsi progressivamente tra loro.

Per quanto riguarda i grafici relativi al calcolo della curvatura a snervamento riportati in Figura 3.14, questi evidenziano come i risultati ottenuti tramite DC si discostino generalmente da quelli ottenuti mediante CE con differenze puntuali massime di circa il 25-30%. Per il caso studio relativo ad alte percentuali di armatura (2.5%) si nota come al crescere di ρ'/ρ nella curva che corrisponde alla soluzione del CE si susseguono un tratto crescente ed uno decrescente. Nel primo tratto (ramo crescente) la sezione raggiunge la condizione di snervamento per plasticizzazione del calcestruzzo (in contrasto con l'ipotesi B1), nel secondo tratto (ramo decrescente) per snervamento dell'acciaio teso.

Per percentuali di armatura medio-basse (1%, 0.3%) per tutte le altezze di trave considerate (30cm, 50cm, 70cm) la condizione di snervamento avviene invece sempre per snervamento dell'acciaio teso. Si osserva comunque che anche nei casi in cui lo snervamento avviene effettivamente nell'acciaio teso è possibile riscontrare delle differenze significative tra i valori calcolati con i due metodi, attribuibili al fatto che l'ipotesi B2 non risulta verificata.

Nella Figura 3.15 vengono confrontati i risultati in termini di duttilità in curvatura. Essendo la duttilità valutata come rapporto tra la curvatura ultima e la curvatura a snervamento, l'andamento delle curve risente di quanto osservato per i grafici di Figura 3.14 relativi al confronto in termini di curvatura.

Si può notare come esistano casi isolati in cui il calcolo esplicito ed il dettaglio costruttivo forniscono lo stesso risultato in termini di duttilità, anche se non vi è una corrispondenza nel confronto dei singoli termini di curvatura a snervamento e curvatura ultima. Si nota inoltre come i valori ottenuti mediante CE siano generalmente più bassi rispetto a quelli ottenuti con DC in particolare per rapporti $\rho'/\rho > 0.5$, limite imposto dalla norma per le zone critiche in base alla condizione (3.14).

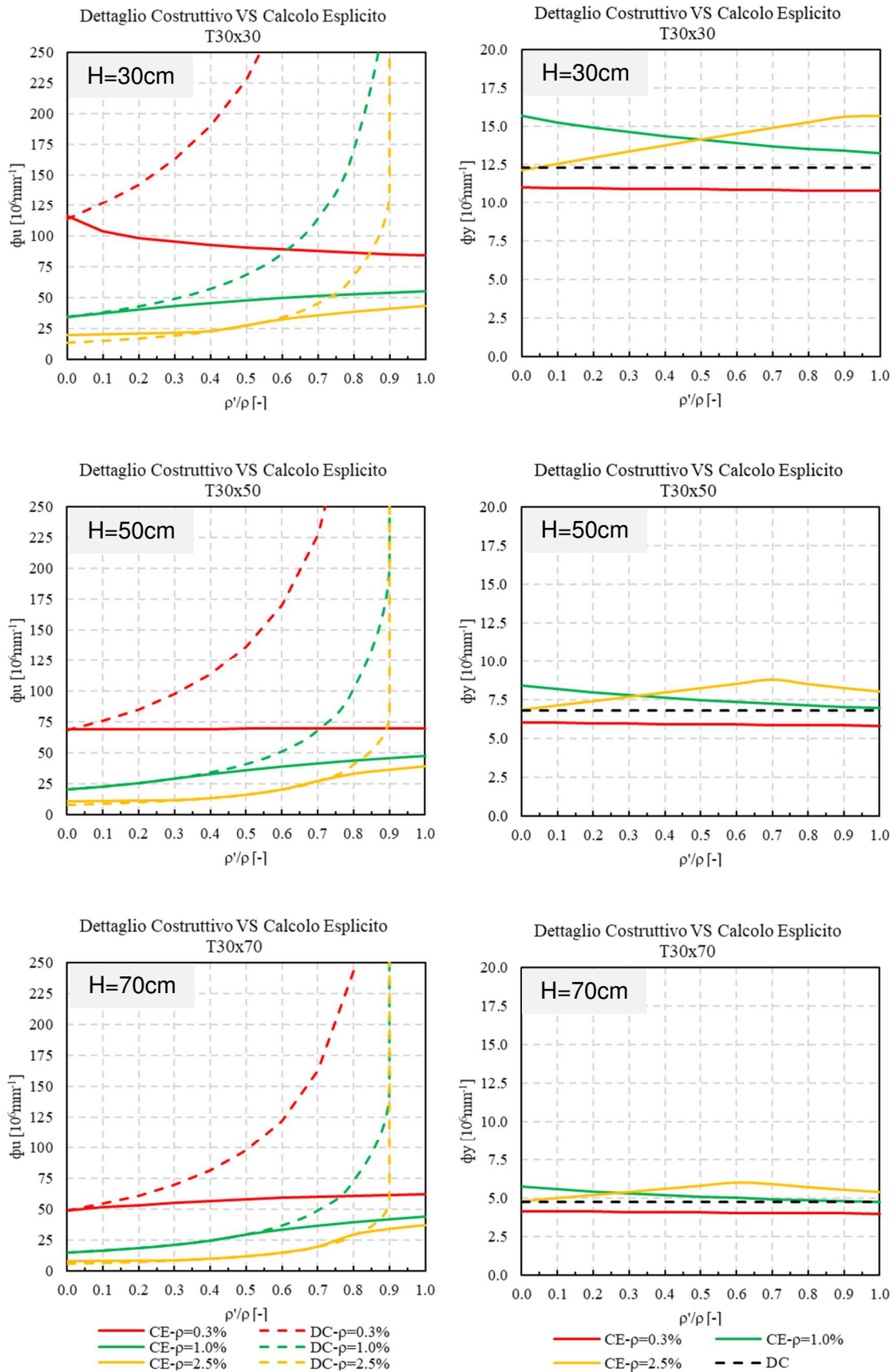


Figura 3.14 Confronto tra risultati del calcolo esplicito (CE) e del calcolo secondo le regole di dettaglio costruttivo (DC) in termini di curvatura ultima e curvatura a snervamento

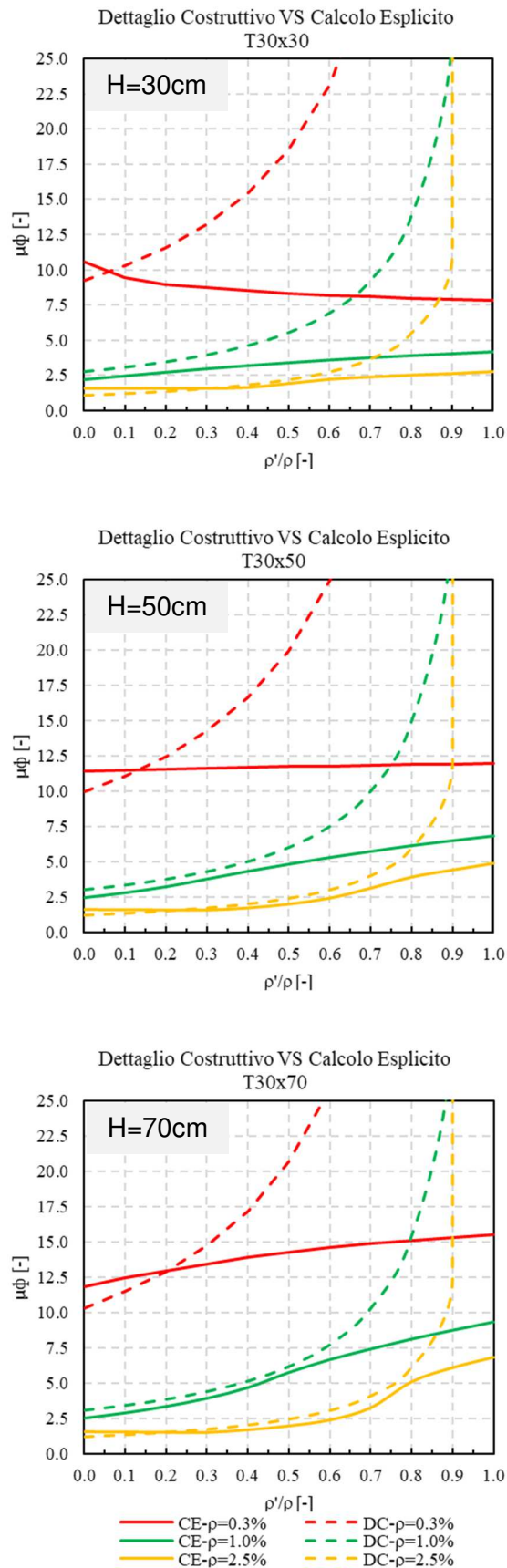


Figura 3.15 Confronto tra risultati del calcolo esplicito (CE) e del calcolo secondo le regole di dettaglio costruttivo (DC) in termini di duttilità in curvatura

Osservando i diagrammi di Figura 3.14 e Figura 3.15 appare chiaro come la regola di dettaglio proposta da Eurocodice, attraverso il rispetto della condizione (3.11), fornisca valori di duttilità in curvatura non in linea con quelli che si ottengono dal calcolo esplicito della capacità. In molti casi anzi, come si nota in Figura 3.15, il rispetto della regola di dettaglio sembra garantire dei livelli di duttilità ampiamente sovrastimati rispetto a quelli calcolati esplicitamente. Tale aspetto evidenzia la necessità di comprendere a fondo quali sono le limitazioni insite nella formulazione della regola di dettaglio, al fine di individuare una possibile strategia di miglioramento e/o modifica della stessa.

Precedentemente sono state elencate le ipotesi su cui si fonda la regola di dettaglio proposta dall'Eurocodice. Appare utile, per quanto detto poco sopra, analizzare più a fondo quali sono i casi in cui tali ipotesi sono soddisfatte (e di conseguenza la regola di dettaglio fornisce una stima attendibile della capacità di duttilità) e quali sono i casi in cui non sono soddisfatte (e conseguentemente non è garantito che la regola di dettaglio fornisca risultati in linea con il calcolo esplicito).

A tale scopo, appare utile analizzare l'estensione del campo di validità delle ipotesi "A" e "B", per il calcolo rispettivamente della curvatura ultima e della curvatura a snervamento nella regola di dettaglio costruttivo secondo Eurocodice. Nella Figura 3.16 vengono riportati i campi di validità per cui si verificano le ipotesi "A" sulla curvatura ultima e le ipotesi "B" sulla curvatura a snervamento in funzione dei parametri adimensionali ρ , ρ'/ρ e c/H . Per variare il rapporto c/H è stata fatta variare l'altezza H , fissando un valore del copriferro di calcolo c . Per il calcolo dei campi è stato fatto riferimento alle caratteristiche geometriche e meccaniche della sezione descritta all'inizio del presente paragrafo ed utilizzata per il confronto fra CE e DC.

In Figura 3.16 vengono riportati i campi di validità relativi all'ipotesi sulla curvatura ultima su cui si basa l'equazione (3.11) e di conseguenza l'equazione (3.18). Nella zona campita in azzurro è garantito il rispetto dell'ipotesi A1. Nell'area campita in arancio valgono simultaneamente le ipotesi A1 e A2. Infine, nella zona campita in giallo, tutte le ipotesi sulla curvatura ultima (A1, A2 e A3) sono contemporaneamente soddisfatte. Si osserva come tale campo abbia un'estensione comunque limitata rispetto all'intero intervallo di variazione considerato per le variabili ρ'/ρ e H .

In Figura 3.16 sono riportati anche i campi di validità relativi alle ipotesi B1 e B2 sulla curvatura a snervamento. Nella zona campita in grigio è valida l'ipotesi B1, secondo la quale la curvatura a snervamento viene raggiunta per snervamento dell'acciaio teso. Nella zona campita in bianco la curvatura a snervamento si raggiunge invece per plasticizzazione del calcestruzzo al lembo compresso. La curva verde rappresenta il luogo dei punti che soddisfano simultaneamente le ipotesi B1 e B2.

Questa curva, visibile solo nei grafici relativi a $\rho = 0.3\%$ e $\rho = 1\%$, divide l'area campita in grigio in due parti, che corrispondono ad una zona in cui la curvatura a snervamento calcolata esplicitamente è maggiore di quella fornita dalla (3.20) (zona al di sotto della curva) e ad una zona in cui è minore (zona al di sopra della curva). Nell'ultimo grafico la curva verde non è visibile, in quanto i punti della curva hanno ordinata superiore al limite massimo assunto per il grafico stesso (ossia, in tutti i punti dell'area grigia la curvatura a snervamento è maggiore di quella fornita dall'equazione (3.20)).

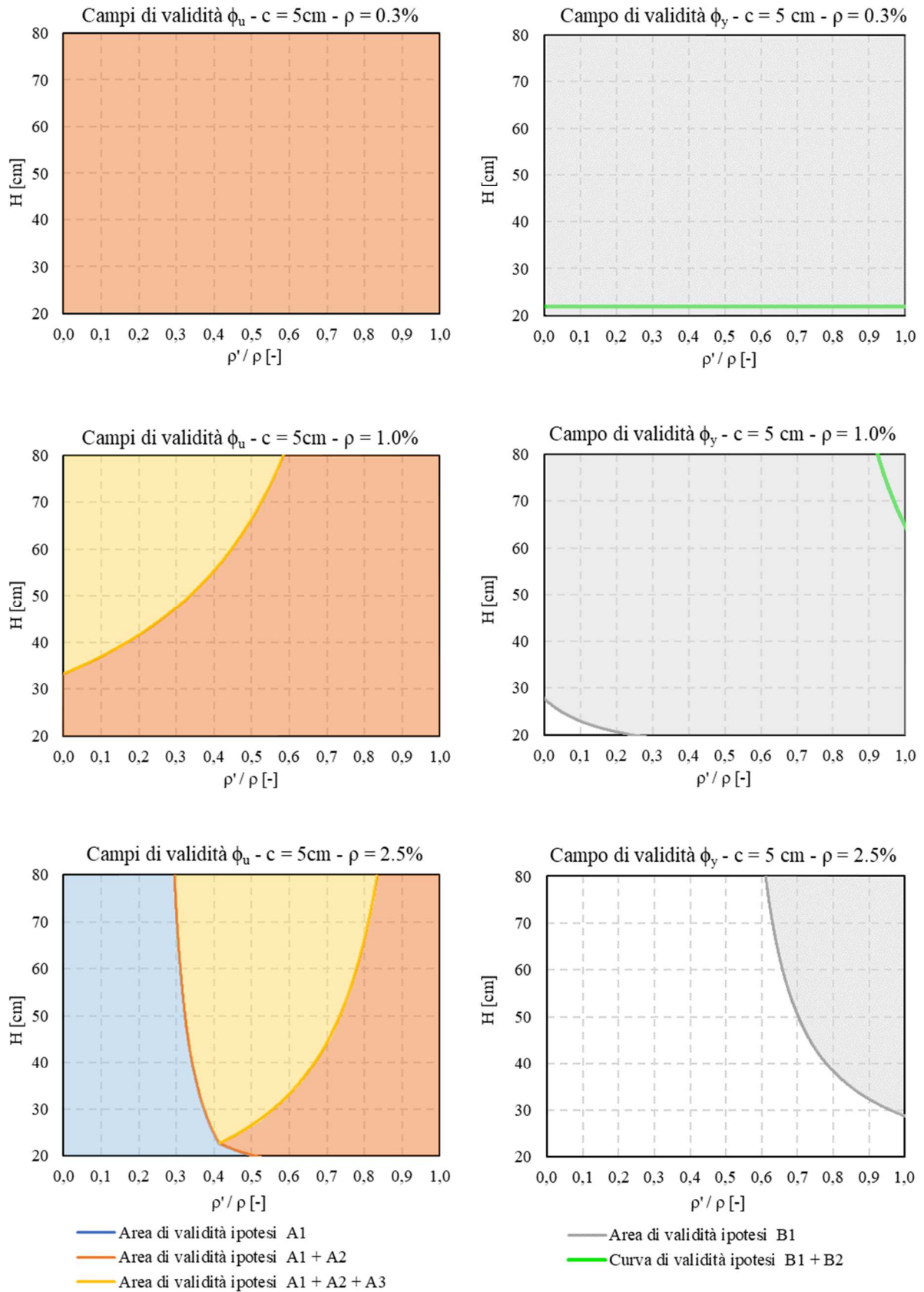


Figura 3.16 Campi di validità delle ipotesi "A" e "B" alla base della regola di dettaglio di Eurocodice per la verifica implicita di duttilità nelle travi

Nei casi in cui le ipotesi "A" e "B" sono rispettate, le espressioni (3.19) e (3.20) sono utilizzate in modo coerente con le ipotesi su cui si basano e forniscono valori della curvatura ultima e della curvatura a snervamento uguali a quelli che si ottengono dal calcolo esplicito, a patto che questo venga effettuato utilizzando un legame costitutivo del calcestruzzo coerente con l'ipotesi A1 (legame parabola – rettangolo e deformazione ultima $\varepsilon_{cu} = 3.5\text{‰}$). Conseguentemente, anche la duttilità in curvatura fornita dalla regola di dettaglio risulterà uguale a quella ottenuta dal calcolo esplicito.

Quando invece si è nel caso, assai frequente, in cui le ipotesi "A" oppure le ipotesi "B" (o entrambe) non siano soddisfatte, il calcolo implicito fornirà valori di duttilità differenti dal calcolo esplicito.

Come già evidenziato in precedenza, osservando i grafici di Figura 3.14 si nota che la maggior differenza tra percentuale tra i risultati di CE e DC si osserva per i valori della curvatura ultima calcolati in corrispondenza di valori di ρ'/ρ tendenti all'unità. Osservando i grafici di Figura 3.16 relativi alle ipotesi sulla curvatura ultima, si nota che per tali valori di ρ'/ρ l'ipotesi A3 non risulta quasi mai soddisfatta. In altre parole, per valori di ρ'/ρ elevati e prossimi all'unità l'armatura longitudinale posizionata al lembo compresso non risulta quasi mai snervata a compressione nei casi considerati. Pertanto, la regola di dettaglio di Eurocodice non fornisce valori attendibili della curvatura ultima, e conseguentemente della duttilità in curvatura, per tali valori elevati di ρ'/ρ . Tale aspetto è tutt'altro che secondario se si considera che la norma prescrive di utilizzare valori $\rho'/\rho > 0.5$ nelle zone critiche, dove la domanda di duttilità risulta maggiore.

In Figura 3.17 viene illustrato un esempio in cui si possono osservare le zone in cui viene soddisfatto il rispetto di alcune o tutte le ipotesi su cui si basa la relazione (3.19). Al fine di evidenziare tutte le possibili casistiche, l'esempio riportato fa riferimento ad una elevata percentuale geometrica di armatura longitudinale; mentre per i casi tipici delle percentuali di armatura (0.5%-2%) compaiono solo le zone (gialla e arancio) caratterizzate dal rispetto dell'ipotesi A2, rappresentative di modalità di rottura con acciaio teso snervato. Osservando il grafico di destra in Figura 3.17 è evidente come i risultati del calcolo esplicito e della regola di dettaglio coincidano soltanto per le sezioni in cui la modalità di rottura avviene rispettando tutte le ipotesi "A".

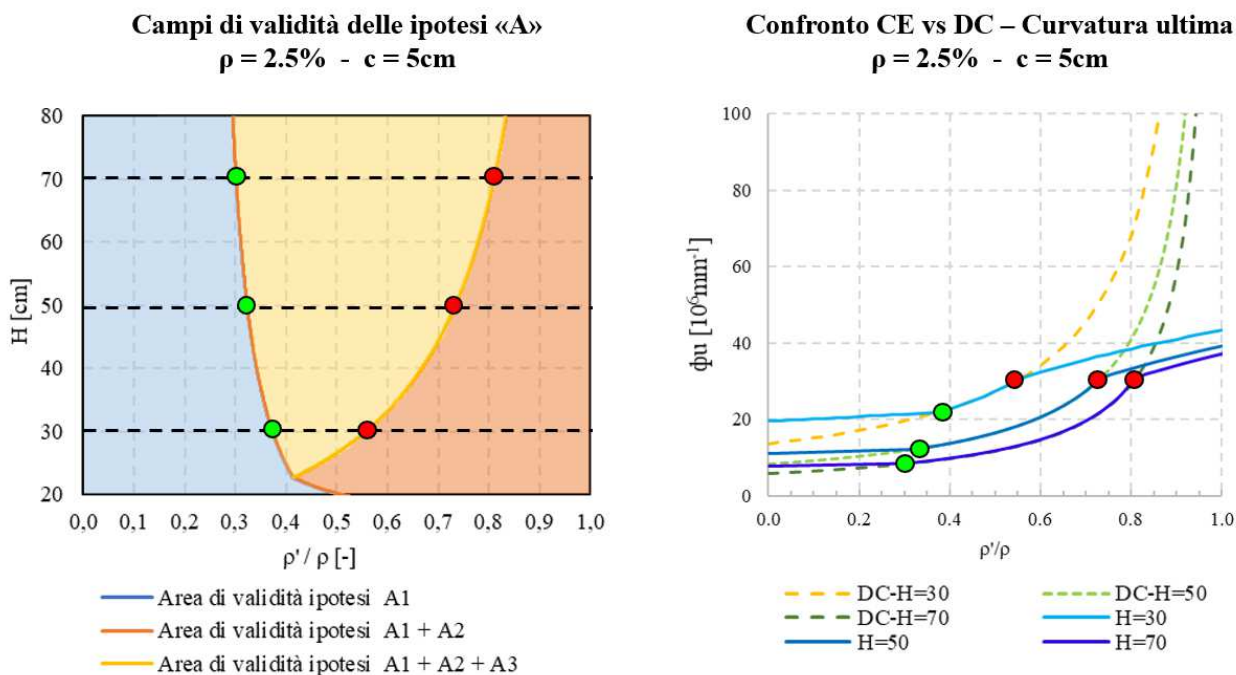


Figura 3.17 Esempio di determinazione degli intervalli di ρ'/ρ in cui la formula (3.19) fornisce valori della curvatura ultima analoghi a quelli ottenuti con il calcolo esplicito

In Figura 3.17 si osserva che, superato un certo valore di ρ'/ρ dipendente dal rapporto c/H , l'ipotesi alla base della formula di Eurocodice non risulta più soddisfatta e l'equazione (3.19) sovrastima la curvatura ultima, rispetto a quella calcolata con il calcolo esplicito. Di conseguenza, anche la duttilità in curvatura risulterà sovrastimata rispetto a quella ottenuta con CE.

Per ovviare a tale inconveniente sarebbe sufficiente utilizzare, in luogo della (3.19), una formulazione per il calcolo della curvatura ultima che tenga conto anche dei casi in cui l'acciaio compresso non risulta snervato a compressione. Nei lavori di (Park e Ruitong, 1988) e (Fardis, 2009) vengono fornite già delle espressioni adatte a tale scopo. In tal modo, anche l'espressione (3.18) (e di conseguenza la regola di dettaglio (3.11)) risulterebbero modificate e la regola di dettaglio fornirebbe prescrizioni associate a valori della capacità di duttilità più realistici e a favore di sicurezza.

3.5.3 Travi con armatura di parete

Nel presente paragrafo viene analizzata l'influenza sulla duttilità in curvatura di eventuali armature di parete presenti all'interno di travi medio – alte. La valutazione è stata effettuata a titolo di esempio per due sezioni di trave di altezza pari a 50cm e 70cm aventi rispettivamente 1 e 2 livelli di armatura di parete equi-distanziati rappresentati da 2 $\emptyset 12$ ciascuno. Le caratteristiche geometriche e meccaniche delle sezioni sono le medesime assunte al paragrafo precedente. In Figura 3.18 sono messi a confronto i valori di duttilità in curvatura ottenuti mediante DC e calcolo esplicito senza armatura di parete (CE) e con armatura di parete (CE_AP).

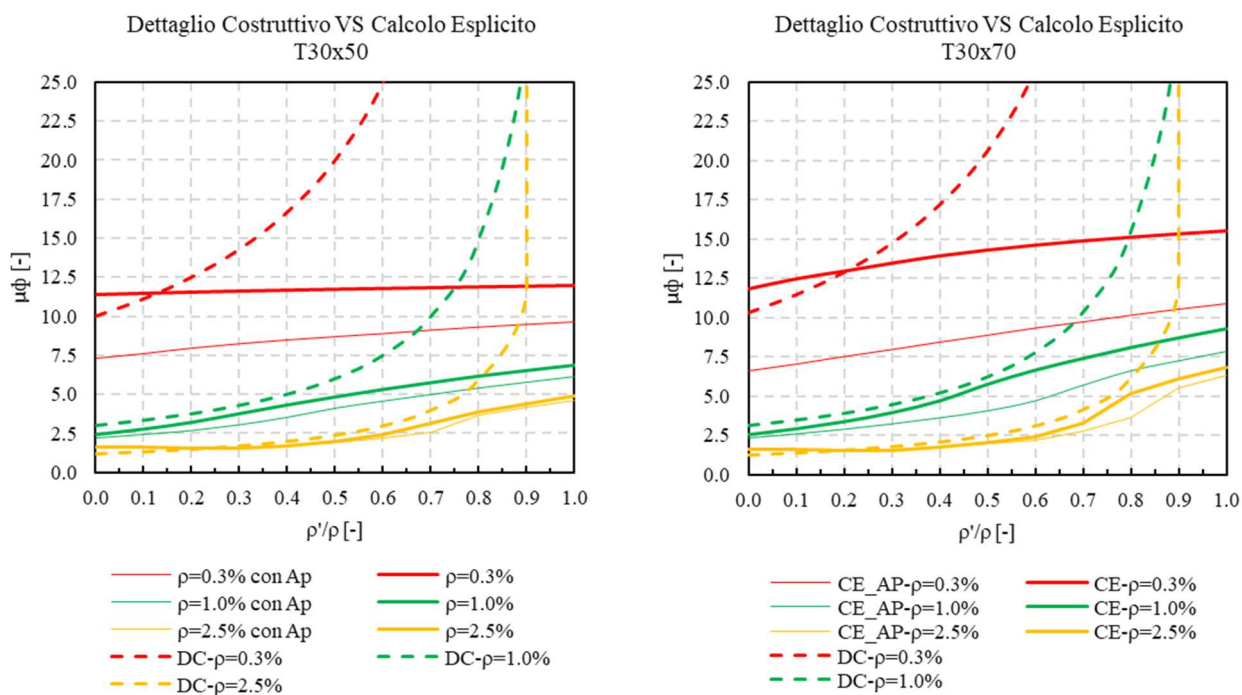


Figura 3.18 Confronto tra risultati del calcolo esplicito (CE) e del calcolo secondo le regole di dettaglio costruttivo (DC) in termini di duttilità in curvatura considerando l'armatura di parete

Nei casi esaminati, la presenza dell'armatura di parete tende generalmente a ridurre in maniera marcata i valori di curvatura ultima, a fronte di variazioni limitate della curvatura a snervamento. Le riduzioni di curvatura ultima risultano più importanti quando la maggior parte dell'armatura di parete si trova nella zona tesa della sezione. Infatti, tenendo conto del fatto che nei casi considerati la rottura viene raggiunta lato calcestruzzo, aumentando l'armatura in zona tesa la deformazione sull'acciaio al lembo inferiore in condizione ultima diminuisce, e con essa la curvatura ultima. Tale condizione si ha ad esempio per valori piccoli della percentuale di armatura tesa in quanto la sezione presenta valori ridotti della profondità di asse neutro. È infatti possibile notare come i valori ottenuti mediante CE_AP risultino tanto più bassi di quelli valutati con CE quanto più bassa è la percentuale di armatura tesa.

In tali casi i risultati analitici ottenuti tenendo conto anche delle armature di parete portano a valori di duttilità molto inferiori rispetto a quelli ricavabili con il rispetto delle regole di dettaglio. Queste situazioni meritano quindi particolare attenzione perché in tali casi l'utilizzo di un'analisi semplificata può portare a soluzioni meno cautelative dell'analisi più complessa e dettagliata.

3.6 Cenni sulle prescrizioni per la duttilità degli elementi secondari

Quanto precisato ai capitoli precedenti si applica anche agli elementi secondari per i quali le NTC2018 richiedono (§7.2.3) la presenza di dettagli costruttivi sufficienti per sostenere i carichi gravitazionali quando soggetti a spostamenti valutati allo SLC coerenti con il fattore di comportamento q assunto (§7.3.3.3). Nella Circolare 2019 (§C7.2.3) si precisa come, in assenza di plasticizzazioni, per garantire un'adeguata capacità in spostamento sia sufficiente il rispetto dei

dettagli costruttivi previsti per il progetto statico (Cap.4); in caso contrario valgono le regole previste nel caso di azioni sismiche (Cap.7).

Per gli elementi secondari, in condizioni sismiche viene richiesta esclusivamente la verifica di duttilità (DUT) con le stesse condizioni degli elementi sismici primari. Nello svolgere la verifica di duttilità per gli elementi secondari, dalla lettura della norma, l'unica differenza che sembra esserci rispetto a quanto detto per i primari, riguarda le travi secondarie per le quali non sembra sufficiente rispettare il dettaglio costruttivo ma permane necessaria la verifica esplicita di duttilità nelle zone dissipative. Per determinare la presenza o meno di possibili plasticizzazioni negli elementi secondari, può essere utile fare riferimento a quanto presente nella parte relativa alla verifica a taglio (§C8.7.2.3.5). In tale parte viene precisato che, per valutare le possibili plasticizzazioni sugli elementi, è necessario verificare che la domanda a flessione o a pressoflessione non superi la corrispondente capacità al limite elastico (momento di prima plasticizzazione) in entrambe le direzioni principali della sezione.

In caso di plasticizzazione degli elementi secondari si ritiene importante rispettare comunque le limitazioni di armatura previste per le armature trasversali nelle zone dissipative in modo da impedire l'insorgere di fenomeni di instabilità delle barre longitudinali.

PARTE II
MODELLI DI CAPACITA' A TAGLIO

4 IL TAGLIO NELLE STRUTTURE IN C.A.

4.1 Comportamento a taglio di elementi in c.a.: considerazioni preliminari

La sollecitazione tagliante è presente nella maggior parte degli elementi strutturali ed è generalmente accoppiata alla sollecitazione flessionale dato il legame di equilibrio che correla le due componenti. La prematura crisi a taglio conduce, da un lato, a una riduzione della capacità flessionale dell'elemento, ma soprattutto ne limita la capacità di deformazione in campo post-elastico, motivo per cui può definirsi una crisi di tipo fragile. I meccanismi resistenti a taglio, infatti, non sono caratterizzati da elevati impegni plastici dell'acciaio di armatura ma coinvolgono soprattutto il calcestruzzo, sia in compressione sia in trazione, che possiede limitate capacità deformative rispetto all'acciaio. Pertanto, le crisi a taglio possono avvenire bruscamente con repentine cadute di resistenza e senza segni premonitori soprattutto in elementi privi di specifica armatura trasversale. Come ben noto, il comportamento di travi e pilastri in c.a. soggette a sforzo di taglio non risulta sempre direttamente rappresentabile tramite la teoria classica del solido di De Saint-Venant (1856) dove le tensioni tangenziali vengono direttamente determinate mediante la semplice formulazione di Jourawski (1856). Facendo ad esempio riferimento al caso di una trave in c.a. soggetta a un carico uniformemente distribuito q , come quella riportata in Figura 4.1, all'aumentare del carico, la comparsa, la diffusione e l'estensione delle fessure comportano variazioni dello stato tensionale interno della trave che si traducono in una modifica del comportamento resistente della trave sostanzialmente riconducibile ai due seguenti stati:

- STATO I – Trave non fessurata;
- STATO II – Trave fessurata.

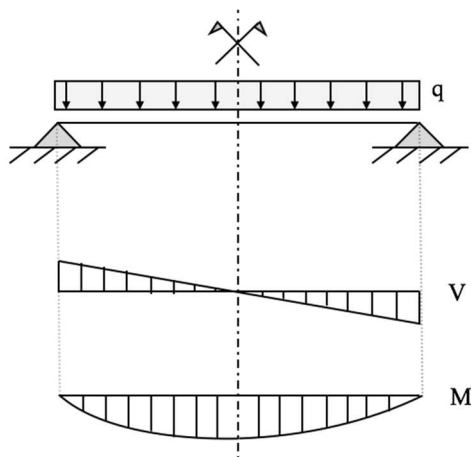


Figura 4.1 Trave in c.a. soggetta ad un carico uniformemente distribuito

STATO I: per entità di carico modeste, fino a che in nessun punto della trave viene superata la resistenza a trazione del calcestruzzo (condizione che corrisponde alla prima fessurazione), il comportamento della generica sezione trasversale della trave è riconducibile a quello della sezione interamente reagente. In questa condizione il taglio ed il momento flettente sono quindi equilibrati da un sistema di tensioni che si sviluppa nel calcestruzzo lungo le direzioni principali individuate mediante le linee isostatiche di compressione e trazione che risultano ortogonali tra loro come riportato in Figura 4.2.

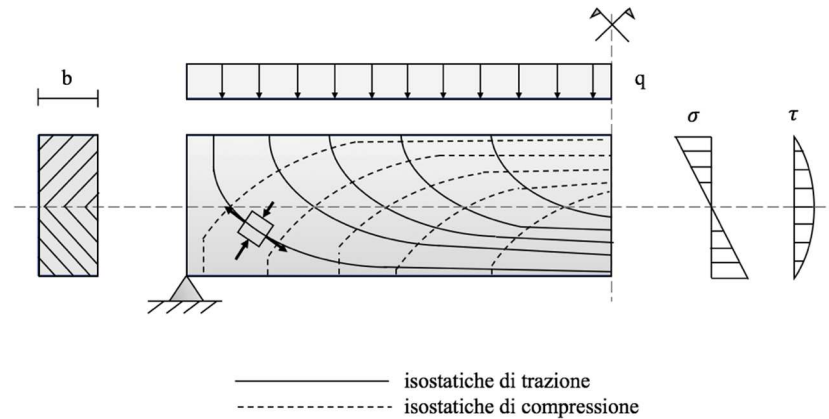


Figura 4.2 Andamento delle linee isostatiche relative al caso di sezione totalmente reagente

In STATO I è quindi possibile valutare le tensioni tangenziali prodotte dagli sforzi di taglio mediante la formulazione di Jourawski, valida per sezioni omogenee e facendo riferimento alla sezione omogeneizzata, come segue:

$$\tau = \frac{VS}{Jb} \tag{4.1}$$

dove:

τ è il valore medio della tensione tangenziale su di una corda di lunghezza b della sezione retta; S è il momento statico baricentrico di una delle due parti di sezione individuate dalla corda stessa; J è il momento d'inerzia baricentrico dell'intera sezione.

Nella trattazione approssimata del taglio, si assume che τ sia costante lungo la corda; ciò è corretto nel caso di sezioni molto sottili ed è ancora accettabile per le sezioni rettangolari con larghezza minore dell'altezza, nel caso di travi in spessore, invece, l'approssimazione è rilevante.

Si ricorda che in questa prima fase di sezione interamente reagente la valutazione delle tensioni prodotte dal taglio non risulta influenzata dalla presenza di sforzo normale o momento flettente.

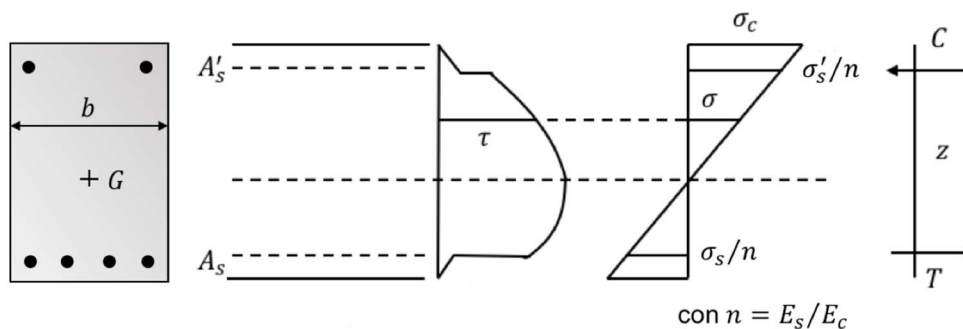


Figura 4.3 Tensioni in STATO I – Sezione non fessurata

La verifica nella condizione non fessurata consiste quindi nel controllare che le tensioni principali di trazione σ_1 e di compressione σ_2 non superino i rispettivi limiti di resistenza del calcestruzzo.

STATO II: all'aumentare del carico, non appena la tensione principale di trazione supera la resistenza a trazione del calcestruzzo, compaiono le prime fessure da taglio e la trave entra in fase

fessurata. Tali fessure si formano lungo direzioni ortogonali alle isostatiche di trazione, ovvero, lungo le isostatiche di compressione. A questo punto è possibile ipotizzare che il comportamento della generica sezione trasversale sia riconducibile a quello della sezione parzializzata omogeneizzata. In questo modo è possibile applicare la trattazione di Jourawski con riferimento a questa sezione che porterebbe, dunque, nella zona di calcestruzzo teso, al di sotto dell'asse neutro, una distribuzione delle tensioni tangenziali costante.

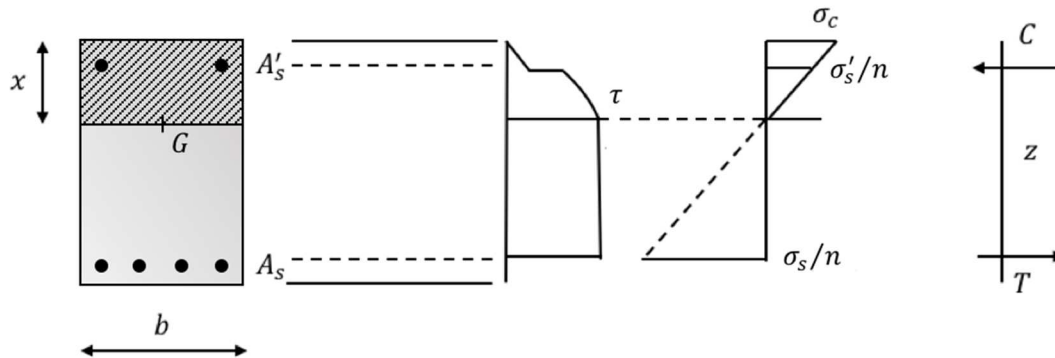


Figura 4.4 Tensioni in STATO II – Sezione fessurata

Per la sezione parzializzata, l'asse baricentrico (asse neutro) non coincide più con l'asse geometrico della stessa ma risulta traslato verso l'alto. In questa fase, le tensioni tangenziali sono dipendenti dallo stato di sollecitazione M ed N , o meglio dal loro rapporto, in quanto il baricentro della sezione dipende dall'entità della sezione reagente. L'ipotesi di calcestruzzo non reagente a trazione, fa sì che lo stato tensionale della zona al di sotto dell'asse neutro sia composto solo da tensioni tangenziali, con tensioni normali di trazione nulle che porta ad avere isostatiche di compressione e trazione con inclinazione costante e pari a 45° (Figura 4.5).

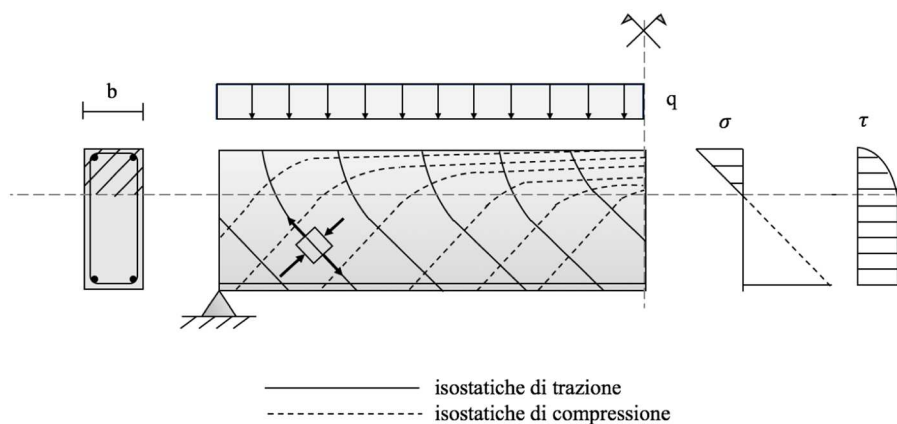


Figura 4.5 Andamento delle linee isostatiche relative al caso di sezione parzializzata

Le tensioni si dirigono entro i due correnti della trave, quello teso, rappresentato dall'armatura metallica e quello compresso limitato dalla profondità dell'asse neutro. Il flusso di sforzi a 45° non riesce però a diffondersi sulla parte tesa della sezione provocandone, quindi, il teorico collasso per scorrimento orizzontale e quindi per tranciamento dei conci d'anima a livello del loro incastro nel

corrente compresso oppure per completo distacco delle sezioni lungo la giacitura a 45° delle fessure a taglio.

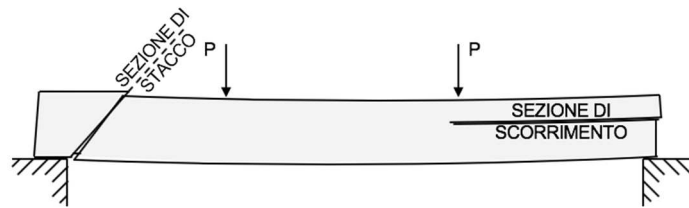


Figura 4.6 Modalità di collasso per tranciamento dei conci d'anima o per scorrimento orizzontale

Chiaramente la presenza di queste lesioni mette in evidenza una prima grande incongruenza di questo modello di taglio per c.a. in STATO II: le tensioni tangenziali sono ricavate applicando la formula di Jourawski alla sezione reagente omogeneizzata, ipotizzando cioè che il calcestruzzo non abbia resistenza a trazione, ma la presenza di tensioni tangenziali porta inevitabilmente alla presenza di una tensione principale di trazione, incompatibile con l'ipotesi fatta.

Per giustificare la resistenza a taglio degli elementi in c.a. sembrerebbe quindi inevitabile la presenza di armatura trasversale o di ferri piegati disposti lungo la trave necessari a cucire tra loro le fibre inferiori e superiori impedendone quindi lo scorrimento laterale o il relativo distacco tra i conci lungo le fessure a taglio, realizzando il ben noto meccanismo di resistenza a traliccio (traliccio di Morsch) che verrà, di seguito, trattato in maniera più approfondita.

Tuttavia, in fase fessurata, non è corretto affermare che siano soltanto le armature a determinare una possibile capacità tagliante a travi in c.a. Il notevole numero di sperimentazioni effettuate da diversi autori su travi e pilastri non dotati di armatura trasversale hanno dimostrato la presenza di numerosi fattori che garantiscono una certa capacità di resistere a taglio a travi prive di armatura trasversale fessurate, ossia entrate in STATO II.

È quindi fondamentale nella valutazione della resistenza a taglio di un elemento in c.a. tenere in considerazione sempre anche il possibile contributo offerto dalla sola matrice in calcestruzzo che interviene anche in travi armate a taglio potenziandone quindi il meccanismo resistente a traliccio.

Come vedremo di seguito, per quanto riguarda i contributi di resistenza a taglio offerti dai ben noti meccanismi a traliccio, la letteratura scientifica ed i principali codici normativi internazionali si trovano in buon accordo tra loro, per quanto riguarda invece i possibili contributi offerti dai meccanismi legati alla resistenza del calcestruzzo sono presenti numerose trattazioni analitiche o sperimentali che sfortunatamente forniscono però, in molti casi, valori di resistenza molto diversi.

Prima di affrontare l'analisi dei modelli di capacità a taglio di elementi in c.a. e dei diversi approcci normativi si ritiene utile riportare una breve sintesi della storia dello sviluppo della conoscenza sul taglio negli elementi in c.a. che ha segnato le principali tappe dell'evoluzione teorica e normativa in questo ambito.

4.2 Breve storia del taglio

4.2.1 Storia del Taglio e delle normative fino al 1950

Un interessante riferimento bibliografico in cui è descritta la storia del taglio fino al 1950, mettendone in evidenza i passaggi fondamentali che hanno portato allo sviluppo delle prime normative, è rappresentato dal lavoro di Hognestadt del 1952 "*What do you know about diagonal tension and web reinforcement in concrete? An historical study*". Questo lavoro nacque dalla volontà di ricostruire

la genesi delle indicazioni normative americane di quel periodo confrontandole con le normative della Germania del tempo, che si presentavano già allora diverse su alcuni punti importanti. In questo capitolo si riprende il lavoro di Hognestadt, che colpisce per la sua chiarezza nel descrivere sia l'evoluzione dei concetti di taglio-orizzontale e taglio-trazione diagonale sia la questione ancora attuale del considerare o meno il contributo del calcestruzzo per la resistenza a taglio nel dimensionamento dell'armature d'anima.

Come è successo anche per altre tipologie di strutture, in muratura, in acciaio o in legno, molte grandi strutture in calcestruzzo armato furono realizzate in passato prima ancora che venisse sviluppata una procedura di progettazione razionale ed unica.

Le prime realizzazioni erano supportate da un grande numero di brevetti ideati dai grandi costruttori del tempo e tra i principali si riportano W.B.Wilkinson e T.E. Tyerman del 1854, Francois Coignet del 1855, J.Monier del 1867, T. Hyatt del 1878, F.Hennebique del 1892.

L'approccio utilizzato per l'analisi del calcestruzzo armato nei confronti delle sollecitazioni di sforzo normale, di momento e di taglio era fino agli inizi del 1900 sostanzialmente basato sulla teoria elastica relativa ai solidi omogenei isotropi nell'ipotesi di sezione trasversale interamente reagente, quindi nelle ipotesi di calcestruzzo resistenze a trazione. La trattazione classica del taglio per elementi in c.a. era quindi basata sulla teoria classica del solido di De Saint Venant (1856) ed in particolar modo sulla teoria approssimata di Jourawski (1856) che consentiva di valutare, con riferimento alla sezione trasversale, la tensione tangenziale lungo una generica corda assumendola costante e pari al suo valore medio.

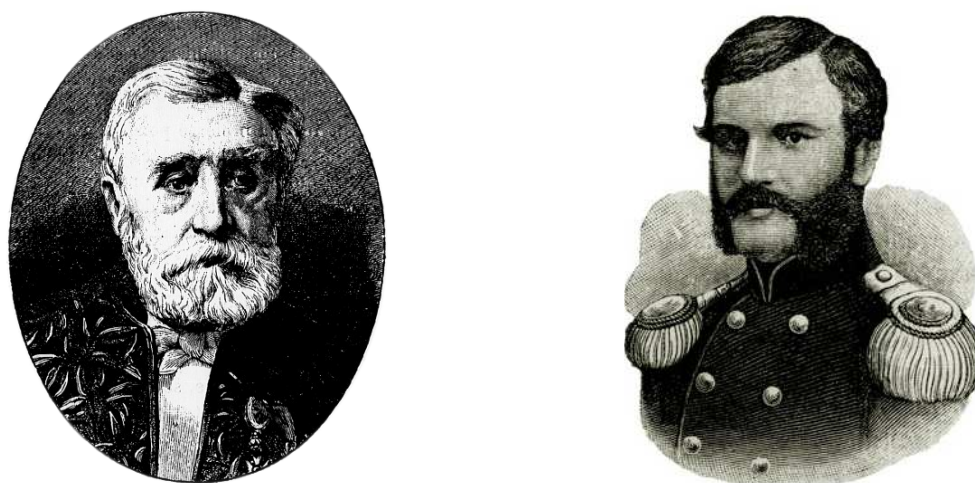


Figura 4.7 Adhémar-Jean-Claude Barré de Saint-Venant (1797-1886) e Dmitrij Ivanovič Žuravskij (1821-1891) tradizionalmente noto come Jourawski

La prima vera pubblicazione riguardante lo studio degli effetti indotti dalla presenza di armatura trasversale nelle travi in c.a. risale al 1899 a firma del tedesco W. Ritter che presentò un lavoro dal titolo "Die Bauweise Hennebique" dove fondamentalmente l'autore riportava e analizzava il sistema costruttivo brevettato ed ideato da F.Hennebique nel 1892 che prevedeva di adottare una particolare tipologia di armatura trasversale ideale per incrementare le prestazioni delle travi nei confronti delle sollecitazioni taglianti.



Figura 4.8 – Francois Hennebique (1841-1921) e Wilhelm Ritter (1847-1906)

Fu presentata pubblicamente in questa occasione per la prima volta la teoria denominata “truss analogy” o a “traliccio equivalente” basata sull’idealizzazione della trave in c.a., successivamente alla formazione di fessure diagonali, in una sorta di trave reticolare dove l’asse neutro individua il corrente compresso, l’armatura tesa inferiore rappresenta il corrente teso, le bielle compresse di calcestruzzo delimitate dalle fessure costituiscono le aste diagonali e l’armatura trasversale funge da montante completando così lo schema reticolare con inclinazione delle bielle a 45°, in linea con un’ipotetica distribuzione del flusso degli sforzi all’interno della trave che viene dalla teoria elastica, Figura 4.9.

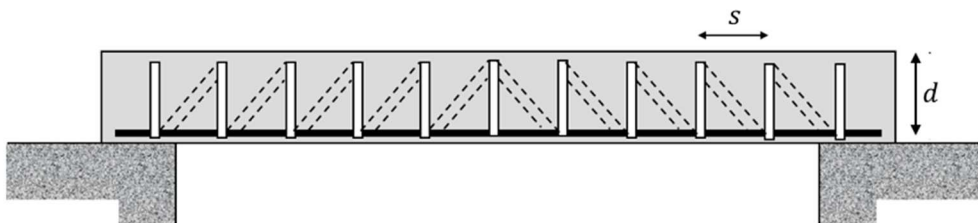


Figura 4.9 – Schema a traliccio

Riuscì quindi a trattare il problema del taglio in maniera molto semplificata permettendo, mediante semplici equazioni di equilibrio, di determinare il quantitativo di armatura trasversale necessaria per sopperire all’azione di taglio totale presente sulla trave tramite l’utilizzo della ben nota equazione:

$$V = \frac{A_{sw} f_v z}{s} \quad (4.2)$$

dove:

A_{sw} è l’area dell’armatura trasversale;

f_v è la tensione di trazione ammissibile nell’armatura d’anima;

z è il braccio delle forze interne (in genere, nella letteratura del tempo, indicato come jd);

s è l’interasse dell’armatura trasversale.

Tale trattazione non ebbe, però, un immediato successo in quanto, come detto in precedenza, fino a quel momento i progettisti dell'epoca erano familiari (per il calcolo dell'acciaio e del legno) a trattare il problema del taglio mediante un approccio figlio della teoria classica del solido omogeneo che forniva la tensione tangenziale omogenea con la relazione di Jourawski in analogia con i metodi di calcolo utilizzati, ad esempio, per valutare gli sforzi sui chiodi nell'acciaio o sulle cosiddette chiavi di taglio per i sistemi in legno, metodi quindi legati ad un concetto definito allora come "taglio orizzontale".

Tale equazione venne applicata per lo studio di travi in c.a. da un'autorità dell'epoca, il professore francese P. Christophe (1902), che scriveva: "*This stress (horizontal shear) divided by the sectional area of the metal (in stirrups) gives the unit resistance of the reinforcement which must be below its limit of resistance to shearing*". Nello stesso periodo, ci furono le prime evidenze che il calcestruzzo da solo poteva resistere a bassi sforzi di taglio, mentre la combinazione di calcestruzzo-acciaio mediante l'utilizzo di armatura trasversale consentiva di resistere a tensioni di taglio molto maggiori. I primi test sperimentali mirati allo studio del taglio sul calcestruzzo vennero effettuati nel 1902 dal tedesco E. Mörsch, che studiò il comportamento a taglio di campioni in calcestruzzo. Si trattava di prove ispirate dalla scuola di pensiero dell'epoca basata sul cosiddetto concetto di taglio orizzontale.



Figura 4.10 –Paul Christophe (1870-1957) e Emil Mörsch (1872-1950)

Solo un anno dopo, nel 1903, lo stesso autore effettuò ulteriori test su 4 travi in c.a. progettate per analizzare gli effetti benefici per il taglio di staffe verticali, inclinate e ferri piegati, comprendendo così come la causa di rottura delle travi non fosse lo scorrimento orizzontale ma la trazione diagonale e presentò il modello a traliccio per spiegare l'effetto delle armature d'anima.

Si formarono, quindi, ben presto due differenti scuole di pensiero, una legata al concetto di rottura per taglio orizzontale ed una legata al concetto di fessurazione diagonale e per quasi dieci anni gli studiosi si ritrovarono a discutere sulla correttezza di un metodo rispetto all'altro.

Alla fine, prevalse il metodo legato alla fessurazione diagonale e questo successo è da attribuire al Prof. Ritter e ai suoi sostenitori che riuscirono a far prevalere il loro metodo, senza però far risultare una sconfitta del metodo utilizzato in precedenza.

4.2.1.1 Evoluzione del concetto del "Taglio Orizzontale"

La scuola di pensiero legata al concetto di "taglio orizzontale" come causa della rottura per taglio nelle travi in c.a. si sviluppò prevalentemente in Europa e non fu mai completamente accettata dalla società americana, tant'è che i primi autori Americani di spicco A.N. Talbot e M.O. Withey nemmeno prendevano in considerazione tale concetto nei loro studi su evidenze sperimentali.

Erano rari gli americani che difendevano i concetti europei, tra questi ricordiamo l'americano E.Thacher, che nel 1903 affermò che le staffe e i ferri piegati nella travi in calcestruzzo armato fossero totalmente inutili, e C.F. Marsh che pubblicò un libro nel 1904 dove riportava, confermandolo, il lavoro svolto dal francese Christophe, pioniere del concetto del taglio orizzontale.

Tornando in Europa nel 1903 M.R. Thullie e L. A. Sanders effettuarono numerosi studi teorici in merito alla distribuzione degli sforzi tangenziali orizzontali sul calcestruzzo armato, sviluppando la seguente equazione per determinare la massima tensione di taglio per il progetto delle sezioni in c.a.:

$$\tau = \frac{1,5V}{bt} \quad (4.3)$$

dove t è l'altezza totale della trave.

Studi simili sono stati poi condotti da Weiske, 1904, che propose una modifica alla precedente Eq. (4.3), formulando la relazione:

$$\tau = \frac{1,5V}{bd} \quad (4.4)$$

dove d rappresenta l'altezza utile della sezione.

Nel 1904 comparvero le prime prescrizioni ufficiali tedesche per le strutture in c.a. Le tensioni nominali di taglio vennero valutate con la ben nota formula suggerita da Mörsch:

$$\tau = \frac{V}{bz} \quad (4.5)$$

dove z rappresenta il braccio delle forze interne.

Per la verifica o il progetto della sezione il valore così ottenuto doveva risultare inferiore ad un limite massimo imposto pari a circa $\tau_0 = 64psi = 4,5 \text{ kg/cm}^2$, valore identificato a seguito dei risultati di test sperimentali. Era permesso inoltre aumentare il valore di tale limite fino ad un massimo del 20% ($5,4 \text{ kg/cm}^2$) nel caso in cui fosse presente dell'apposita armatura trasversale, anche se fondamentalmente non era ancora noto un metodo standard per valutare l'entità dell'armatura necessaria.

Con questa formulazione Mörsch evitò di entrare esplicitamente nella questione taglio orizzontale-fessurazione diagonale, accontentando così entrambe le filosofie di pensiero.

Per ovviare al problema legato all'armatura trasversale senza scomodare il meccanismo a traliccio, nel 1906 S. Zipkes portò la teoria legata al taglio orizzontale al massimo livello, inserendo nell'Eq. (4.5) il contributo offerto dalle eventuali armature trasversali, pervenendo in caso di travi armate a taglio alla relazione:

$$\tau = \frac{V}{bz + n \frac{z}{s} A_{sw}} \quad (4.6)$$

dove n rappresenta il coefficiente di omogeneizzazione (rapporto tra i moduli di taglio) che assunse pari a 15, in linea con il concetto di sezione omogeneizzata utilizzata dai progettisti del periodo.

Questa relazione riscosse molto successo tra i progettisti dell'epoca.

Dal 1908 il concetto di taglio orizzontale cominciò gradualmente a scomparire, grazie in particolare al contributo di Mörsch, lasciando sempre più spazio al meccanismo di collasso a taglio per fessurazione diagonale. Qualche ritorno a questo concetto si vedrà poi solo attorno al 1920 in alcune discussioni dell'americano E. Godfreyh che affermava come l'armatura verticale fosse inutile per la resistenza a taglio di travi in c.a.

4.2.1.2 Evoluzione del concetto di rottura per "Fessurazione Diagonale"

La letteratura non fornisce indicazioni chiare sull'origine effettiva della nascita dell'approccio legato ad un meccanismo di rottura a taglio per fessurazione diagonale. La causa potrebbe essere imputata al fatto che era l'epoca dei brevetti e quindi i metodi di calcolo non venivano spesso resi noti.

Nel 1899, come accennato in precedenza, fu il prof. Ritter il primo a mettere in luce il concetto di fessurazione diagonale, ma senza avere un grande successo fino ad essere praticamente dimenticato a favore del più popolare concetto legato al taglio orizzontale.

Nel 1903 l'americano J.S. Sewell, esaminando i risultati delle modalità di rottura su alcuni test sperimentali effettuati su travi in c.a., notò la formazione di fessure lungo delle possibili direzioni principali di tensione e pose in luce la necessità di avere una formulazione in grado di identificare la quantità di armatura trasversale necessaria per assorbire tali sforzi di trazione, che successivamente vennero chiamati di trazione diagonale.

Qualche mese dopo, J.W. Shaub presentò una formula di progetto per determinare la quantità di armatura trasversale necessaria per travi uniformemente caricate:

$$A_{sw} = \frac{4A_{sl}}{L} \left(1 - \frac{2x + 1}{L} \right) \quad (4.7)$$

con:

A_{sw} l'area di armatura trasversale per unità di lunghezza, espressa in piedi [ft];

A_{sl} l'area di armatura longitudinale;

L la lunghezza della trave [ft];

x la distanza della sezione dall'appoggio [ft].

Tale equazione è basata sull'assunzione che la forza di trazione lungo le barre longitudinali vari parabolicamente dalla mezzera della trave fino all'appoggio. La variazione della forza di trazione lungo l'asse si assumeva fosse trasferita al corrente compresso mediante tensioni di compressione inclinate di 45° , la cui componente verticale veniva contrastata da una forza di trazione esercitata dalle staffe. Tale formulazione portò alla nascita di numerosi sistemi di armatura a taglio, tra i quali ad esempio il "Kahn Trussed Bar" rappresentato in Figura 4.11.



Figura 4.11 –The Kahn Trussed Bar

Nel frattempo nel 1903, in Europa, il tedesco Mörsch lavorava assiduamente per provare a sconfiggere il principio legato alla teoria lineare elastica e al “taglio orizzontale”. In uno dei suoi lavori del 1903 affermò che se c’era uno stato di taglio puro erano presenti tensioni taglianti verticali e orizzontali che generavano una tensione di trazione diagonale disposta a 45° di pari entità. I risultati di prove sperimentali su travi in c.a. mostravano chiaramente fessure diagonali riconducibili a tale stato di trazione, Figura 4.12 e Figura 4.13.

Tale affermazione venne poi rimarcata in un lavoro del 1906 nato per discutere l’Eq. (4.6).

Innanzitutto, Mörsch mostrò come il valore di tensione τ valutata dalla (4.5) per travi senza armatura a taglio sperimentalmente testate fosse molto vicino ai valori di resistenza a trazione del calcestruzzo, mentre il valore della resistenza a taglio come determinata da “punching test” fosse oltre tre volte maggiore. Perciò la rottura a taglio doveva essere legata a trazione diagonale e non a taglio orizzontale.



Figura 4.12 – Prova sperimentale di Mörsch con espulsione del copriferro

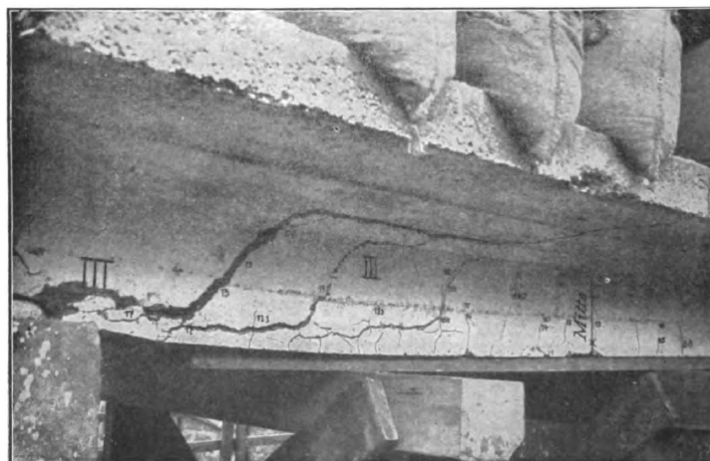


Figura 4.13 – Prova sperimentale di Mörsch senza espulsione del copriferro

In un secondo momento mostrò come le staffe che lavorano a taglio non potevano trasferire le forze al calcestruzzo con pressioni di contatto, ma intuì che potevano farlo solo tramite l’aderenza acciaio-calcestruzzo. Infine, mostrò che lo sforzo di taglio nell’acciaio doveva essere minore di 1,5 volte la resistenza massima di aderenza, quindi poiché l’efficacia delle staffe come armature d’anima superava ampiamente quella corrispondente a tale valore, Mörsch concluse che le staffe non agivano a taglio orizzontale come i connettori a taglio nelle travi di legno.

Nel manuale del c.a. pubblicato da Mörsch nel 1909 e tradotto anche in inglese egli riassume i concetti principali dei suoi studi sul taglio affermando che:

- La rottura a taglio del c.a. è dovuta ad un fenomeno di fessurazione diagonale, quindi, a sforzi di trazione diagonali;
- L'Eq. (4.5) è stata sviluppata per calcolare una tensione tangenziale nominale che è una misura della trazione diagonale;
- Le staffe non possono agire per assorbire il taglio orizzontale.

Le modalità di collasso per fessurazione diagonale possono essere rappresentate mediante uno schema di corpo rigido libero come mostrato in Figura 4.14(a) che si realizza dopo la formazione di una fessura diagonale che generalmente avviene a circa il 60% del carico ultimo. Si riconosce nella Figura 4.14, ripresa dal testo di Hognestadt (1952), lo schema che oggi chiamiamo "ad arco". Poiché attraverso la fessura non si trasmettono tensioni di trazione le forze V , T e C devono garantire l'equilibrio. Si osserva che la forza T era assunta leggermente inclinata rispetto all'orizzontale in accordo con la modalità di rottura manifestata sperimentalmente, ma data la scarsa resistenza a trazione del calcestruzzo l'inclinazione della forza T risultava molto limitata.

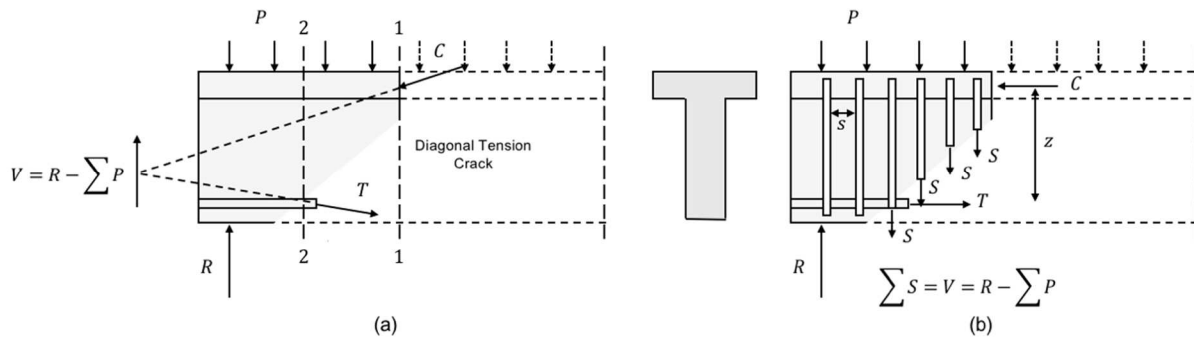


Figura 4.14 – Schema di corpo rigido libero per il Taglio

Considerando quindi una trave provvista di armatura trasversale come riportato nello schema di Figura 4.14(b), le condizioni di equilibrio risultano possibili tramite l'Eq. (4.8), formalmente analoga all'Eq. (4.2) di Ritter (1899):

$$V = \sum S = S \frac{z}{s} = \frac{A_{sw} f_v z}{s} \tag{4.8}$$

dove z/s rappresenta il numero di barre trasversali che attraversano la fessura.

Nel 1908 Mörsch spiegò, inoltre, che il meccanismo resistente a traliccio poteva essere trattato sia idealizzandolo in versione semplice che multipla come raffigurato in Figura 4.15.

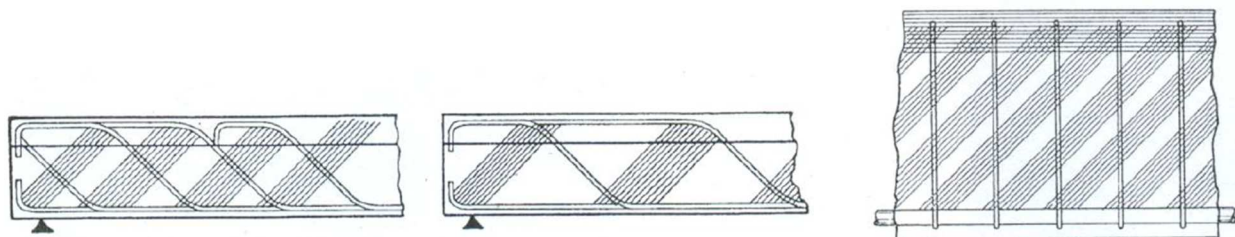


Figura 4.15 – Traliccio semplice e multiplo (Mörsch 1908)

Negli anni a seguire un gran numero di autori anche extra europei lavorarono a tale principio presentando lavori simili che introducevano l'analogia del traliccio anche per i ferri piegati con spaziatura non omogenea delle staffe e al variare dell'andamento del diagramma di taglio. Il calcolo delle tensioni tangenziali nominali, anche per travi di altezza variabile, veniva espresso tramite la relazione:

$$\tau = \frac{V \pm \frac{M}{d} \tan\beta}{bz} \quad (4.9)$$

In cui β rappresenta l'angolo tra le due facce opposte della trave di altezza variabile e si deve considerare il segno negativo se M aumenta in valore assoluto all'aumentare di d ; in caso contrario si considera il segno positivo.

Fu raccomandato inoltre, in modo chiaro, di non utilizzare in presenza di elevati sforzi di taglio solo staffe ma di utilizzare anche ferri piegati.

La normativa tedesca dal 1907 (Prussian Code 1907) seguì il pensiero del Prof. Mörsch identificando, per la prima volta in ambito normativo, il meccanismo per fessurazione diagonale come causa della rottura a taglio di travi in c.a. e continuò a mantenere salda tale posizione, nonostante le accese discussioni, anche nelle sue successive edizioni fino alla morte di Mörsch nel 1950.

Nel frattempo, in America numerose campagne di prove sperimentali su elementi in c.a. evidenziavano chiaramente come la fessurazione diagonale fosse la modalità di rottura a taglio degli elementi in c.a. Uno dei primi lavori che riportano tali risultati è stato pubblicato nel 1906 dall'Università del Wisconsin a firma dell'autore E.A. Moritz.

I primi studi effettivi sulla fessurazione diagonale sono da attribuire invece a A.N. Talbot che nel 1906, a seguito di una campagna sperimentale, pubblicò un lavoro dove venivano presentate diverse tipologie di rottura di elementi in c.a., tra le quali la rottura per raggiungimento della tensione limite sull'acciaio longitudinale teso, la rottura per raggiungimento dei limiti di compressione del calcestruzzo, la rottura a taglio del calcestruzzo, la rottura per mancanza di aderenza delle barre d'armatura e ovviamente la rottura a taglio dominata dalla trazione diagonale. Egli, inoltre, accettò e sviluppò l'Eq. (4.5), assumendo che il taglio orizzontale sia pari alla trazione diagonale se si considera il calcestruzzo non resistente a trazione.

Lo stesso autore nel 1907 effettuò altri 7 test dai quali ebbe chiara evidenza di come l'armatura trasversale permettesse di ottenere valori di tensione nominale a taglio τ molto elevati, superiori a 600psi (circa 40kg/cmq). Successivi test gli permisero inoltre di affermare come la resistenza a compressione del calcestruzzo giochi un ruolo fondamentale nella resistenza a taglio incrementando quindi i limiti di resistenza imposti in funzione della tipologia di calcestruzzo.

Negli stessi anni M.O. Withey introdusse l'Eq. (4.2) di Ritter nella letteratura americana, affermando comunque che non era possibile che tutta l'azione di taglio si trasferisse mediante le staffe ma che un contributo di resistenza a taglio veniva certamente fornito anche dal calcestruzzo compresso, anche quando la sezione era fessurata a taglio. Inoltre, Withey ipotizzò che una parte del taglio potesse venire assorbita dall'effetto bietta (dowel effect) dell'armatura longitudinale.

Nel 1909 Talbot presentò uno studio sui risultati di ben 188 prove sperimentali su travi in c.a. riportando le seguenti osservazioni in merito a travi con e senza armatura trasversale:

1. Travi senza armatura a taglio: la tensione nominale resistente τ aumenta con l'aumento di contenuto di cemento all'interno dell'impasto, con l'aumentare dell'età del calcestruzzo, con

l'aumentare della quantità di barre longitudinali presenti e con il diminuire della luce della trave a parità di sezione;

2. Travi con ferri piegati: risulta vantaggioso utilizzare barre longitudinali dritte lungo la trave e ferri piegati in prossimità delle zone con alti tassi di taglio;
3. Travi con staffe: la tensione sulle armature determinata con L'Eq. (4.2) è troppo alta. È da raccomandare che il dimensionamento delle staffe venga effettuato per i 2/3 del taglio esterno. La restante parte di taglio è assorbita dalla resistenza del calcestruzzo nella zona compressa.

Tutti gli scritti di Talbot che riguardavano la trazione diagonale terminavano con il seguente avvertimento:

“Diagonal tension weakness is particularly undesirable because of the possibility of sudden failure and of injury after repeated applications of load and because of the difficulty of detecting incipient failure when the sides of the beam are not available for inspection. Ample safety against these conditions is important and means should be provided to resist the diagonal tension”.

Questi concetti sullo sforzo di taglio vennero poi raccomandati dal primo comitato americano sul calcestruzzo armato (J.C. Progress Report del 1909). Furono accettate ufficialmente le Eq. (4.2) e (4.5) e per travi con ferri piegati fino a 45° fu presentata la seguente relazione:

$$A_{sw}f_v = 0,7 \frac{V_s}{z} \quad (4.10)$$

Dal 1910 l'America come l'Europa accettò definitivamente che il collasso delle travi in c.a. per taglio avviene per fessurazione diagonale.

4.2.1.3 Sviluppo della Normativa Tedesca ed Europea dal 1907-1943

In Europa l'evoluzione degli studi e delle normative nell'ambito del taglio è legata in particolare alla Germania, che ebbe la fortuna di aver avuto uno dei più grandi ingegneri della storia di tutti i tempi, il Prof. Emil Mörsch, illustre professore, brillante progettista e soprattutto scienziato. Egli dedicò tutta la sua vita allo studio del calcestruzzo armato e grazie alla sua forte personalità fu in grado di sfidare i grandi preconcetti del periodo in maniera intelligente, portando a termine battaglie anche quando aveva tutti contro.

Si può sin da subito affermare che il modo con cui la Germania ha affrontato i temi legati al taglio nelle strutture in c.a. e quindi il concetto di fessurazione diagonale e la richiesta di armatura trasversale - fu molto diverso da quello seguito negli Stati Uniti molto probabilmente a causa del diverso costo relativo tra acciaio, calcestruzzo e manodopera (Hognestadt, 1952).

Dopo i primi studi di Mörsch, importanti campagne di sperimentazione su travi in c.a. furono promosse dal Comitato Tedesco per il Calcestruzzo Armato – “Deutscher Ausschuss für Eisenbeton (D.A.f.Eb), dal 1941 ad oggi Deutscher Ausschuss für Stahlbeton (D.A.f.Stb), Figura 4.16. Molte furono svolte sotto la supervisione di Mörsch stesso, al Stutgard Institute of Technology da O.Graf e C.Bach.



Figura 4.16 – Deutscher Ausschuss für Stahlbeton

Durante lo sviluppo dei primi esperimenti nel 1907, in Germania era in vigore il “Prussian Code” che prescriveva una resistenza minima a compressione del calcestruzzo pari a circa 105kg/cmq (1500psi) e in accordo con l’Eq. (4.5) una resistenza a taglio nominale τ pari a circa 4,5 kg/cmq (64psi) che poteva essere aumentata a circa 5,4 kg/cmq (77psi) in presenza di armatura trasversale, come mostrato schematicamente in Figura 4.17.

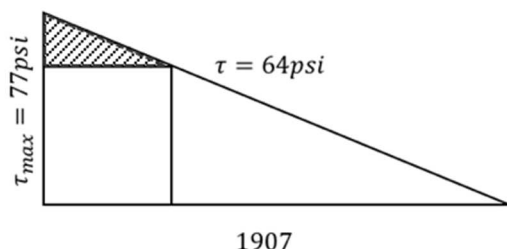


Figura 4.17 – Prussian Code 1907 (riadattato da Hognestadt 1952)

Nel 1911, vennero effettuate dal D.A.f.Eb le prime due serie di prove di carico su travi in c.a. con sezione a T. La prima serie, composta da 69 travi, aveva come scopo quello di analizzare l’efficacia di eventuale armatura trasversale sulla resistenza a taglio. La seconda serie, composta da 87 travi, era invece indirizzata a studiare l’efficacia dei ferri piegati. Ad integrazione di quest’ultima serie nel 1912 venne effettuata, sempre dal D.A.f.Eb una terza serie di test, comprensiva di 51 travi finalizzata ad esaminare l’efficacia della presenza simultanea di staffe e ferri piegati.

I risultati delle tre serie mostrarono come staffe e ferri piegati risultino essenziali per la resistenza a taglio di elementi in c.a. fornendo inoltre risultati in accordo con la teoria dello schema a traliccio equivalente esposta da Ritter nel 1899.

Tra il 1913 e il 1914 alcuni autori austriaci, tra i quali R.Saliger e A.Kleinlogel effettuarono ulteriori test sperimentali su 40 travi in c.a. sostanzialmente confermando quanto ottenuto dai test effettuati dal D.A.f.Eb.

Alla luce delle scoperte effettuate, nel 1916 la normativa tedesca (Prussian Code del 1907) venne sensibilmente rivista. A calcestruzzi con valori minimi di resistenza a compressione di 147kg/cmq (2100psi) venne associata una resistenza a taglio nominale τ , ridotta rispetto alla precedente, pari a circa 4 kg/cmq (57 psi) con la possibilità però di portarla a circa 14kg/cmq (200psi) in presenza di armatura trasversale, prescrivendo che, in caso di superamento della tensione resistente minima fornita dal calcestruzzo, il taglio agente dovesse essere assorbito integralmente dalla armatura sia essa costituita da staffe o ferri piegati, come mostrato in Figura 4.18.

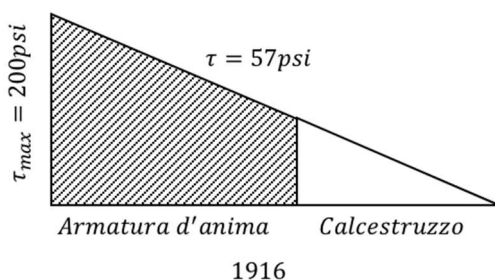


Figura 4.18 – German Code 1916 (riadattato da Hognestadt 1952)

Le modifiche apportate alla normativa nel 1916, sebbene la rendessero più restrittiva rispetto a quella precedente furono accolte senza particolari obiezioni da parte dei progettisti dell'epoca, anche se non era ancora presente in normativa una formulazione precisa per la determinazione dell'armatura trasversale, ma veniva data però per scontata la validità del modello a traliccio equivalente.

Nel frattempo, la campagna sperimentale sulle travi in c.a. proseguiva ininterrottamente. Tra il 1917 e il 1921 furono effettuati numerosi altri test su travi rettangolari e su travi a T.

Nel 1921 il D.A.f.Eb pubblicò i risultati della sua quarta serie di prove sperimentali composta da 5 travi di 5,5 m circa realizzate con un calcestruzzo molto performante, con resistenza a compressione pari a circa 280 kg/cmq. Le travi avevano la stessa armatura longitudinale in campata. Per quanto riguarda l'armatura trasversale, una ne era priva, una presentava due barre da 1 pollice rialzate verso ciascuno degli appoggi in accordo con la norma del 1907 e le altre tre presentavano cinque barre piegate, in particolare una delle travi aveva barre da 1 pollice (come previsto dalla norma del 1916), una da 3/4 di pollice e una da 5/8 di pollice. La trave senza armatura trasversale e quella con armatura in accordo con la norma del 1907 ruppero con fessurazione diagonale per taglio in corrispondenza di un carico molto basso, per le altre tre solo quella con le barre da 5/8 di pollice ruppe a taglio, dimostrando quindi come la norma 1916 richiedesse una quantità di armatura trasversale circa doppia rispetto alla stretta necessario per avere una rottura flessionale.

Nel 1922 Mörsch effettuò 15 prove sperimentali su travi con altezza variabile confermando quanto riportato dall'Eq. (4.9) formulata dallo stesso autore sulla riduzione della tensione a taglio in prossimità della variazione di altezza (rastremazione) agli appoggi.

Dopo ulteriori studi effettuati anche da O. Haunsen nel 1924, nel 1925 fu effettuata una ulteriore revisione della normativa tedesca prescrivendo una maggior quantità di armatura trasversale rispetto alla precedente. In particolare, veniva specificato come una volta superata la resistenza del calcestruzzo, pari sempre a circa 4kg/cmq doveva essere affidato all'armatura trasversale l'intero taglio presente su metà luce della trave, senza tener in considerazione alcun contributo offerto dal calcestruzzo, questo è indicato schematicamente in Figura 4.19.

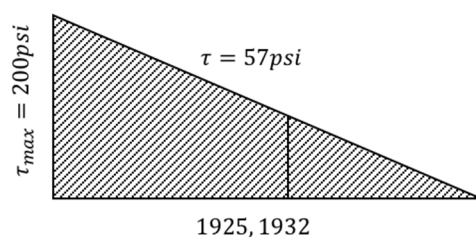


Figura 4.19 – German Code 1925 (riadattato da Hognestadt 1952)

Tale modifica suscitò molte proteste da parte degli ingegneri dell'epoca che, guidati in particolar modo da E. Probst e E. Rausch, ritenevano troppo conservativi e antieconomici i nuovi limiti imposti dalla normativa anche alla luce delle evidenze sperimentali ottenute dalla quarta serie di prove condotte dal D.A.f.Eb. Nel 1927 Mörsch rispose alle critiche mosse affermando come lui stesso fosse uno dei maggiori sostenitori di tali prescrizioni normative esprimendosi su tre punti fondamentali:

1. L'armatura a taglio deve essere in una quantità tale da garantire che non avvenga in nessun modo la rottura per fessurazione diagonale, che è di tipo fragile ed improvvisa, a favore della rottura per flessione;
2. Nell'ottica di uno schema a traliccio, affinché le armature trasversali possano lavorare, la trave deve fessurarsi e pertanto non è pensabile che il calcestruzzo possa contribuire alla resistenza a taglio della trave;
3. L'utilizzo di molti ferri piegati richiesto dalla normativa del 1925 comportava una riduzione del quantitativo di acciaio necessario, che corrispondeva quindi ad una soluzione più economica.

Nel pieno rispetto dei risultati ottenuti dalla quarta serie di prove in esame, Mörsch fece inoltre notare che per le suddette prove si era utilizzato un calcestruzzo molto performante con resistenza di circa 280kg/cm² a fronte di una resistenza minima del calcestruzzo di soli 105 kg/cm² prevista dalla norma del 1925. Tali spiegazioni non furono però sufficienti a placare le obiezioni mosse nei suoi confronti da parte di moltissimi studiosi.

Nel 1928 Mörsch pubblicò un nuovo lavoro dove riassumeva tutti i suoi concetti principali in merito al problema della rottura a taglio, all'importanza dell'utilizzo combinato di staffe e ferri piegati, alle condizioni ottimali di ancoraggio delle barre di armatura in zona compressa, al fatto che non si può assumere che il calcestruzzo sia in grado di assorbire sforzi di taglio se non in certi tipi di solette.

Nel frattempo, il leader dell'"opposizione", E. Probst continuava la sua campagna affermando come:

- le prescrizioni presenti nella normativa del 1907 e del 1925 fossero rispettivamente troppo conservative, troppo antieconomiche e promuovendo le prescrizioni del 1916;
- il minimo di resistenza del calcestruzzo previsto per 105 kg/cm² era troppo basso e non doveva essere usato, l'utilizzo di calcestruzzi più performanti ne avrebbe quindi migliorato la resistenza a taglio;
- non sussistevano grandi differenze se la rottura avveniva per flessione o per taglio.

Nel 1928, Mörsch e O. Graf seguirono la quinta serie di prove sperimentali condotte dal D.A.f.Eb. La serie prevedeva 4 travi a T con rastremazione alle estremità e con uno sbalzo ad una estremità in modo tale da poter simulare l'effetto di una trave continua.

I risultati mostrarono come si poteva raggiungere la condizione di rottura per flessione solo se l'armatura trasversale e ferri piegati erano progettati assumendo che essi assorbissero l'intero taglio sollecitante. Allo stesso tempo Probst continuava ad affermare che la rottura per taglio non era peggiore della rottura per flessione, supportato anche dai risultati di una campagna di prove sperimentali svolte in America dall'Università dell'Illinois. I risultati di queste ultime prove furono poi discussi e rivalutati in seguito da O. Graf che fece notare come le misurazioni di deformazione in questa campagna erano state effettuate in modo scorretto e che le travi testate erano incompatibili con la tipologia costruttiva del periodo.

Quanto il tema del taglio nel c.a. in questi anni fosse sentito lo dimostrò la sesta edizione del libro di Mörsch (Der Eisenbetonbau) apparso alla fine degli anni '20 in cui furono dedicate 256 pagine alla questione delle armature trasversali.

Nel 1931 il D.A.f.Eb effettuò la sesta serie di prove sperimentali su 6 travi realizzate rispettando i requisiti minimi richiesti per il calcestruzzo del tempo di circa 125 kg/cm². I risultati mostrarono ancora una volta come la progettazione dell'armatura a taglio in grado di assorbire il taglio totale fosse fondamentale per garantire rotture di tipo flessionale, dimostrando inoltre come fosse importante prevedere l'ancoraggio delle armature nella zona compressa.

Nello stesso anno O. Graf scrisse tre lavori nei quali commentava i risultati ottenuti dalla sesta serie di prove sperimentali, valorizzando sempre di più i contenuti e le prescrizioni previste dalla norma

del 1925 e sembrò finalmente porsi fine alla controversia tra l'utilizzo o meno di una formulazione additiva tra calcestruzzo e acciaio nella valutazione della resistenza a taglio.

Le norme tedesche furono aggiornate poi nel 1932 non apportando però cambiamenti nei confronti degli aspetti legati al taglio rispetto a quella del 1925.

Nel 1930 Rausch effettuò alcune analisi sperimentali su travi a mensola tozze e su travi con carico molto vicino agli appoggi facendo notare come in tali situazioni l'armatura trasversale fosse molto meno efficace rispetto ai ferri piegati e proponendo quindi in tali circostanze di affidare tutto il taglio ai ferri piegati progettandoli con la seguente relazione:

$$A_{sw}f_v = \frac{V}{\sqrt{2}} \quad (4.11)$$

Nel 1935 Rausch riuscì poi a confermare questi risultati mediante ulteriori prove sperimentali, pertanto l'Eq. (4.11) venne inserita all'interno della nuova versione della normativa del 1943. La norma del 1943, per quanto riguarda gli aspetti legati al taglio, fondamentalmente, manteneva le stesse basi di quella del 1925. Fu inserita la possibilità di utilizzare quattro diverse tipologie di calcestruzzo, da una resistenza a compressione cubica minima di circa 120kg/cm² fino a 300kg/cm². A queste veniva associata una resistenza nominale a taglio massima che variava tra 11,6 e 6,7 % della resistenza a compressione del calcestruzzo, ed un valore di tensione nominale a taglio al di sotto della quale non era necessaria armatura trasversale che variava tra il 3,3 e il 2,7 %, con percentuali decrescenti all'aumentare della resistenza a compressione.

La normativa finale del 1943 si basava quindi su tre aspetti fondamentali:

1. Le strutture in calcestruzzo armato dovevano essere progettate in modo tale da evitare sempre rotture per fessurazione diagonale e preferire, invece, rotture per flessione;
2. Era fondamentale l'utilizzo combinato di staffe e ferri piegati e in caso di taglio elevato occorreva affidare a quest'ultimi gran parte della quota tagliante;
3. Per i costi relativi di acciaio, calcestruzzo e manodopera della Germania del tempo la scelta progettuale di minimizzare il peso dell'acciaio d'armatura corrispondeva alla soluzione più economica.

Sulla base di ciò è chiaro come il modello tedesco avesse deciso di affidare l'intera sollecitazione tagliante alle armature trasversali senza tener conto in alcun modo della resistenza a taglio del calcestruzzo.

È giusto ricordare però che gran parte dei paesi Europei dell'epoca (Gran Bretagna, Danimarca, Norvegia, Spagna e Svezia) adottarono la normativa tedesca nella versione del 1916.

La normativa italiana del tempo, rappresentata dal Regio Decreto del 16 Novembre del 1939 seguì il modello tedesco introdotto nel 1925, infatti al Capo III Art.18 in merito alle norme di progettazione riportava quanto segue:

“Il carico di sicurezza per la sollecitazione di taglio non deve superare i 4 kg/cm² per conglomerati di cemento idraulico normale (Portland), d'alto forno o pozzolanico, 6 kg/cm² per conglomerati di cemento ad alta resistenza od alluminoso. Quando la tensione tangenziale massima calcolata per il conglomerato supera i detti limiti, la resistenza al taglio deve essere integralmente affidata ad armature metalliche. In ogni caso la tensione massima tangenziale, di cui sopra, non deve superare i 14 kg/cm² per i conglomerati di cemento idraulico normale (Portland), d'alto forno e pozzolanico, 16 kg/cm² per conglomerati di cemento ad alta resistenza ed alluminoso. Di regola almeno la metà degli sforzi taglianti deve essere assorbita dalle staffe e la rimanente parte dai ferri piegati”.

4.2.1.4 Sviluppo della Normativa Americana 1920-1951

Come indicato precedentemente, fu proprio Withey ad introdurre il concetto del traliccio di Ritter-Mörsch a 45° nella letteratura americana. Esso sosteneva che tale modello fornisse valori conservativi se confrontati con i risultati dei test sperimentali e nel 1909 tale dichiarazione venne confermata da Talbot. Storicamente, la progettazione del taglio negli Stati Uniti ha incluso un contributo dato dal calcestruzzo ad integrazione del modello a traliccio a 45° per tenere conto dei risultati dei test ottenuti per travi e lastre con poca o assente armatura trasversale e per ragioni di carattere economico.

Per quanto riguarda la normativa americana sul calcestruzzo armato essa vede le sue origini legate a due principali associazioni, il ben noto comitato dell'American Concrete Institute (ACI) e il comitato denominato "Joint Committees" realizzato come delegazione speciale sia dell'ACI che di altre principali associazioni americane tra le quali AIA, AREA, ASCE, ASTM e PCA.

L'ACI venne fondata nel 1905, originariamente con il nome di National Association of Cement Users (NACU) e cambiando nome in ACI nel 1913.

Il primo report prodotto da NACU apparve nel 1908 ed era basato essenzialmente su un approccio simile a quello che poi divenne noto come carico limite ultimo, veniva infatti proposto di progettare le sezioni assumendo un carico pari a 4 volte quello effettivo, agente sulla struttura. Per quanto riguarda lo sforzo di taglio veniva indicato come limite di resistenza nominale τ un valore pari a circa 14kg/cmq associato ad una resistenza a compressione del calcestruzzo pari a circa 140kg/cmq. Ricordiamo che l'azione doveva essere valutata sostanzialmente con il carico nella combinazione che oggi denominiamo "rara" moltiplicato per 4. Nel caso di superamento della tensione tangenziale limite si doveva adottare una quantità di armatura trasversale sufficiente ad assorbire il taglio residuo, senza però presentare ancora nessuna formulazione per l'effettiva determinazione di tale armatura.

Nel 1909 tale lavoro venne revisionato portando poi alla prima versione di norma sul taglio nel c.a. (NACU Standard No.4 del 1910) che introduceva il concetto di tensione ammissibile come criterio raccomandato di progettazione e che prevedeva il confronto dei carichi con il loro valore effettivo (quella che oggi viene chiamata la combinazione rara) con i valori di tensione ammissibile. Per quanto riguarda la resistenza a taglio nominale della sezione in c.a. la tensione ammissibile fu portata a circa 2,8kg/cmq considerando il solo calcestruzzo. Tale limite poteva essere superato introducendo idonea armatura trasversale. Non era però stato fissato né un limite superiore in presenza di armatura né una formulazione per la determinazione di tale armatura, una rappresentazione schematica è riportata in Figura 4.20.

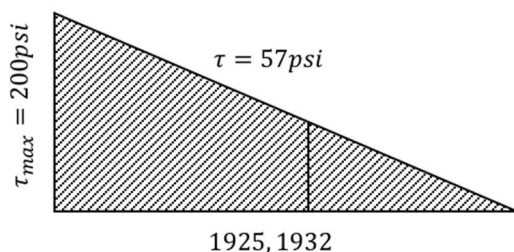


Figura 4.20 – NACU Standard No.4 (riadattato da Hognestadt 1952)

Nel 1909 entrò in scena A.N. Talbot che con i suoi numerosi studi, descritti nel capitolo 4.2.1.2, contribuì in modo decisivo al primo Report del Joint Committee (J.C. Progress Report, 1909) in cui veniva presentato in modo chiaro il concetto di rottura a taglio per fessurazione diagonale e le Eq. (4.1), (4.5) e (4.10). Erano indicati nuovi limiti per la tensione a taglio, funzione della resistenza a compressione del calcestruzzo e della presenza o meno di armatura trasversale o ferri piegati. La resistenza limite era assunta pari a $\tau_o = 0,02f'_c \leq 40 \text{ psi} = 2,8 \text{ kg/cmq}$ in assenza di armature a taglio; se erano presenti alcuni ferri piegati $\tau_o = 4,2 \text{ kg/cmq}$; se venivano utilizzate staffe e ferri piegati il valore di τ_o era pari a circa $8,4 \text{ kg/cmq}$ (120 psi) assumendo che il calcestruzzo resista a solo 1/3 dello sforzo di taglio. Tali limiti sono indicati in Figura 4.21.

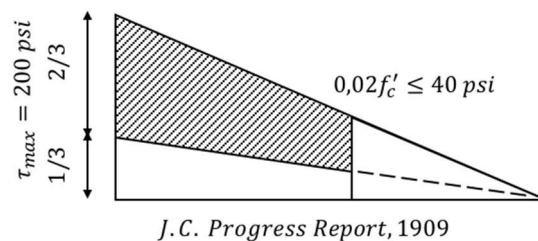


Figura 4.21 – J.C. Progress Report 1909 (riadattato da Hognestadt 1952)

Nel 1916, il Joint Committee nel suo primo report riportò una modifica alle prescrizioni eliminando il limite di $2,8 \text{ kg/cmq}$ per il solo calcestruzzo e il limite massimo di $8,4 \text{ kg/cmq}$ in presenza di staffe e sostituendoli con due nuovi limiti funzione della sola resistenza a compressione del calcestruzzo pari rispettivamente a $0,02f'_c$ e $0,06f'_c$.

Sempre nel 1916 comparve il report finale del J.C. dove, anche a seguito degli studi di Gilchrist che sosteneva l'uso dei ferri piegati invece delle staffe, vennero riportate anche l'Eq. (4.2) e la (4.5), mentre la (4.10) venne modificata nella:

$$A_{sw}f_v = \frac{3V's}{4z} \quad (4.12)$$

valida per ferri piegati con angoli di inclinazione compresi tra 20 e 45 gradi. Dove V' rappresentava la sola quota parte di taglio che il calcestruzzo non era in grado di assorbire da solo. I valori limite adottati erano: $\tau_o = 0,02f'_c$ (solo calcestruzzo); $\tau_o = 0,045f'_c$ (calcestruzzo con staffe o ferri piegati); $\tau_o = 0,05f'_c$ (calcestruzzo con staffe e ferri piegati); $\tau_o = 0,06f'_c$ (calcestruzzo con armatura trasversale sicuramente ancorata all'armatura longitudinale). Solitamente veniva affidato all'armatura trasversale i 2/3 del taglio totale. Se si era in presenza sia di staffe sia di ferri piegati, allora il contributo dato dai ferri piegati poteva essere sottratto dal taglio totale, quindi con riferimento al taglio rimanente, 1/3 veniva affidato al calcestruzzo e 2/3 alle staffe, come rappresentato in Figura 4.22.

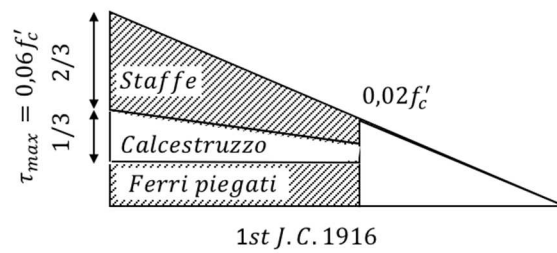


Figura 4.22 – 1st J.C. 1916 (riadattato da Hognestadt 1952)

Contemporaneamente, nel 1916 l'ACI introdusse un nuovo valore limite di τ_o in caso di adozione di armatura trasversale, portandolo a $0,075 f'_c$, Figura 4.23.

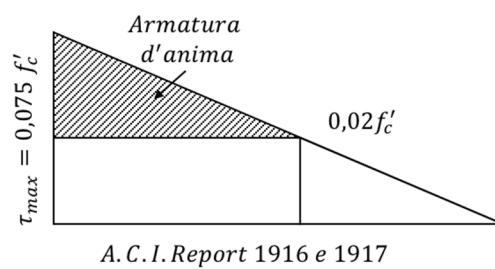


Figura 4.23 – ACI Report 1916 e 1917 (riadattato da Hognestadt 1952)

Nel 1919 in un nuovo report pubblicato dall'ACI venne apportata una modifica rilevante nel calcolo della resistenza a taglio fornita dalle armature trasversali, probabilmente ispirandosi alla normativa tedesca del 1916. Venne introdotta la seguente equazione per il calcolo di staffe e ferri piegati quando l'angolo è compreso tra 30 e 90°:

$$A_{sw} f_v = \frac{2 V_s}{3 z} \tag{4.13}$$

dove V rappresenta il taglio totale. Questa condizione è rappresentata schematicamente in Figura 4.24.

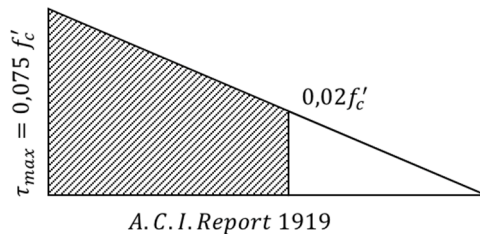


Figura 4.24 – ACI Report 1919 (riadattato da Hognestadt 1952)

Viene quindi effettuato un successivo lavoro nel 1920 focalizzato sull'armatura trasversale degli elementi in c.a. che darà poi vita alla seconda norma sul taglio l'ACI n°23 del 1920.

Secondo tale normativa per elementi privi di armatura trasversale il limite di resistenza a taglio τ_0 rimaneva pari a $0,02f'_c$ in condizioni normali e pari a $0,03$ in particolari condizioni speciali di ancoraggio delle armature longitudinali. Nelle travi con armatura trasversale progettata secondo la formula:

$$A_{sw}f_v = \frac{V's}{z} \sin\alpha \quad (4.14)$$

Il limite di resistenza del calcestruzzo era portato a $0,025f'_c$, ma non maggiore di $0,41$ MPa, mentre con armatura trasversale si poteva raggiungere un limite massimo di $0,06f'_c$ o $1,24$ MPa. In particolari casi di ancoraggio speciale i precedenti limiti passavano rispettivamente a $0,03f'_c$ ($0,62$ MPa) e $0,12f'_c$ ($2,48$ MPa). Tali valori di resistenza a taglio erano intesi a prevenire rotture per schiacciamento del calcestruzzo dell'anima antecedenti allo snervamento delle staffe. Tali specificazioni utilizzavano l'Eq. (4.5) per il calcolo della tensione di taglio. Tali prescrizioni sono schematizzate in Figura 4.25.

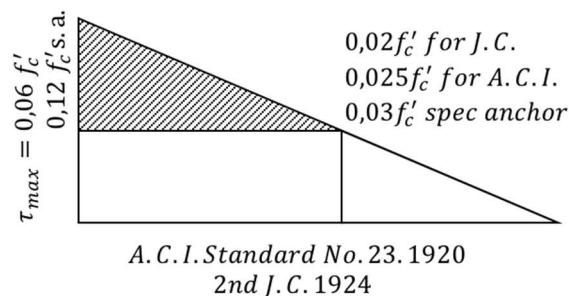


Figura 4.25 – ACI Standard No.23 1920 (riadattato da Hognestadt 1952)

In presenza di ferri piegati disposti su di un singolo piano la quantità veniva così determinata:

$$A_{sw}f_v = V' \sin\alpha \quad (4.15)$$

Questa norma rappresenta lo sviluppo abbastanza completo della ricerca sul taglio ed ha costituito la base dei futuri codici ACI che è durata dal 1921 al 1951 fornendo, in ogni edizione successiva, delle procedure di progettazione sempre meno conservative (ACI 445R-99).

Per quanto riguarda il Joint Committee nel 1924 pubblicò il suo report in merito al taglio seguendo fondamentalmente quanto presente sulla nuova norma ACI riprendendo i limiti massimi di resistenza a taglio del solo calcestruzzo pari a $0,02f'_c$ ($2,8\text{kg/cm}^2$) per ancoraggi normali e $0,025f'_c$ ($3,5\text{kg/cm}^2$) nel caso di ancoraggi speciali. Comparvero le prime vere formulazioni additive del tipo:

$$\tau = \tau_0 + \frac{A_{sw}f_v}{bs \cdot \sin\alpha} \text{ per } 45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ \quad (4.16)$$

$$\tau = \tau_0 + \frac{A_{sw}f_v}{bs} (\sin\alpha + \cos\alpha) \text{ per } \alpha < 45^\circ \quad (4.17)$$

Dove per elementi con ancoraggio normale $\tau_0 = 0,02f'_c$ e il valore limite di taglio $\tau_{max} = 0,06f'_c$ mentre per elementi dotati di ancoraggio speciale $\tau_0 = 0,03f'_c$ e $\tau_{max} = 0,12f'_c$.

Nel 1925 il comitato ACI E-1 sottomise una bozza preliminare per una normativa tecnica per le costruzioni dove l'Eq. (4.17) veniva proposta per qualsiasi valore di angolo α e con gli stessi valori limite delle prescrizioni previste dal precedente Joint Committee per quanto riguarda gli ancoraggi speciali. Questa bozza fu poi risottomessa nel 1927 con il nome ACI Standard E-1A-27T.

Durante il 1926 W. A. Slater, A. R. Lord e R. R. Zipprodt riportarono in un lavoro i risultati ottenuti dalla sperimentazione di 172 travi molte delle quali con sezione a T. Il lavoro, tra le molte informazioni e dettagli utili riuscì a fornire anche un'equazione puramente empirica per la determinazione della resistenza a taglio di elementi in c.a. dotati di armatura trasversale a 45° o 90°.

$$\tau = (0,005 + \rho_w) f_v \quad (4.18)$$

dove $\rho_w = A_{sw} / (b_s \cdot \sin \alpha)$ e si ricorda f_v è la tensione di trazione ammissibile nell'armatura d'anima. Nel 1927 F.E. Richart dell'Università dell'Illinois pubblicò i risultati di una serie di prove sperimentali di 139 + 59 travi, soprattutto rettangolari, notando principalmente come la tensione presente nelle barre d'armatura a taglio fosse generalmente più bassa rispetto a quella calcolata considerando il taglio totale mentre un valore relativamente alto si otteneva con la seguente:

$$\tau = C_1 + \rho_w f_v \quad (4.19)$$

dove la costante C_1 dipende dalla tipologia di calcestruzzo, dalla quantità di armatura longitudinale e trasversale. Per valori di taglio in prossimità del carico massimo Richart confermò la validità della (4.18), che modificò per tenere conto di qualsiasi angolo di inclinazione dell'armatura trasversale tramite l'equazione:

$$\tau = (0,005 + \rho_w) f_v \cdot \sin \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha) \quad (4.20)$$

Nel 1928 venne quindi proposta una revisione della ACI Standard E-1A-27T con il nome di ACI Standard E-1A-28T limitando la τ_{max} da $0,12f'_c$ a $0,09f'_c$ e permettendo di ricorrere al precedente limite solo nel caso in cui il progettista fosse stato anche il direttore dei lavori dell'opera. Fu eliminata l'Eq. (4.17) e fu reinserita l'Eq. (4.14) e (4.15).

Gli studi sul taglio andarono avanti tramite altri numerosi test sperimentali dal 1929 al 1934 con oltre una cinquantina di prove. Nel 1934 l'ACI501 rimpiazzò la vecchia ACI E-1 e nel 1936 nacque l'ACI 501-36T. Le prescrizioni prevedevano un limite massimo di tensione del solo calcestruzzo pari a $0,02f'_c$ e $0,03f'_c$ per travi senza e con speciale ancoraggio e rispettivamente $0,06f'_c$ e $0,12f'_c$ per travi con armatura trasversale. Furono cambiate nuovamente le regole per la determinazione dell'armatura trasversale, tornando all'utilizzo per le travi con staffe dell'Eq. (4.2) con valore limite massimo di $\tau_{max} = 0,08f'_c$. Per travi con ferri piegati su un piano singolo si prevedeva di utilizzare l'Eq. (4.15) con il valore limite $V'_{max} = 0,04f'_c b d$. Era permesso l'uso combinato delle due tipologie di armatura trasversale ma nessuna delle due doveva assorbire più dei 2/3 del taglio V' .

Nelle successive revisioni dal 1936 l'ACI501-36T si trasformò in ACI 318-41 e ACI318-47 senza apportare sostanziali modifiche al calcolo del taglio resistente.

Il terzo Joint Committee presentò nel 1940 il suo report finale dove sostanzialmente manteneva i limiti massimi di tensione previsti per l'ACI501-36T prescrivendo di utilizzare l'Eq. (4.17) sia per staffe che per ferri piegati. Inoltre inserì una particolare prescrizione: se la tensione tangenziale superava il limite di $0,06f'_c$ l'armatura trasversale doveva essere calcolata con riferimento al taglio totale, Figura 4.26.

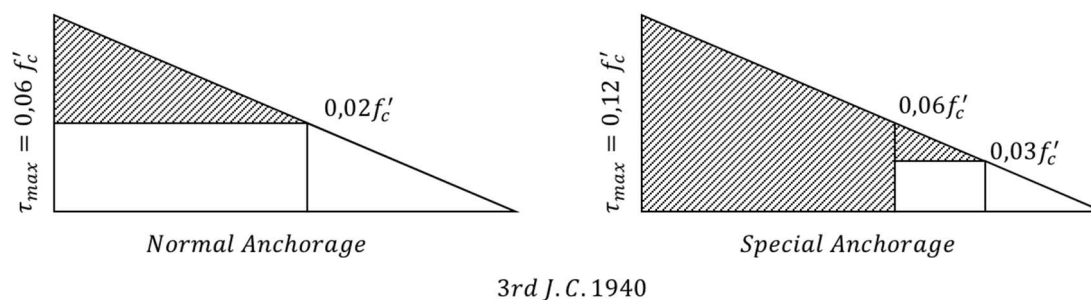


Figura 4.26 – 3rd J.C. 1940 (riadattato da Hognestadt 1952)

Successivamente nel 1945 O. Moretto pubblicò una serie di risultati di prove sperimentali effettuate su 44 travi fortemente armate a flessione in modo da favorire la rottura a taglio, che permisero di identificare le seguenti formulazioni sperimentali per valutare la tensione tangenziale in corrispondenza della quale le armature trasversali raggiungono rispettivamente lo snervamento f_{yw} :

$$\tau_{yp} = K\rho_w f_{yw} + 0,04f'_c + 5000\rho_l \quad (4.21)$$

e la resistenza ultima:

$$\tau_u = Kr f_{yw} + 0,1f'_c + 5000\rho_l \quad (4.22)$$

con $K = (\sin\alpha + \cos\alpha) \cdot \sin\alpha$ e $r = b \cdot s \cdot \sin\alpha$.

La norma ACI venne poi rivisitata nel 1951 visto l'ingresso in commercio delle barre ad aderenza migliorata e l'obbligo di risvoltare le barre in presenza di ferri lisci eliminando così la distinzione tra casi con o senza ancoraggio speciale. L'ACI 318-51 specificava quindi che doveva essere prevista un'armatura d'anima se la tensione di taglio avesse superato il valore di $0,03f'_c$ per carico di servizio, inoltre, il calcolo dell'area di armatura a taglio continuava ad essere basata sul modello a traliccio a 45° nel quale l'armatura a taglio deve essere progettata per sopportare la differenza tra il taglio totale e il taglio che veniva assunto essere sopportato dal calcestruzzo. Pertanto, l'ACI 318-51, a parte la questione dell'ancoraggio, rimaneva uguale alla precedente versione ACI501-36T.

In sintesi, pertanto, gli americani hanno tradizionalmente adottato una formulazione additiva che vede il calcestruzzo assorbire una quota parte di taglio e la restante affidata alle armature a taglio. A tale proposito si può notare, riprendendo un'osservazione di Hognestadt (1952), come le molte prove sperimentali svolte in America hanno riguardato travi piuttosto diverse rispetto a quelle utilizzate nella pratica progettuale in particolare degli anni '50 (per forma o percentuali di armatura longitudinale e/o trasversale molto elevate), forse questo ha portato a considerare il contributo del calcestruzzo nella resistenza a taglio e a progettare quindi l'armatura trasversale per la parte rimanente del taglio.

4.2.2 Evoluzione della ricerca e delle normative sul taglio dopo il 1955

Negli Stati Uniti alla fine degli anni '50, il modello a traliccio di Mörsch venne adottato anche per il calcestruzzo precompresso sulla base di uno studio riportato nel Bulletin 493 dell'Università dell'Illinois, Engineering Experiment Station. Tale bollettino riportava come, pur se il modello a 45° fornisse risultati conservativi se confrontati con quelli sperimentali, il suo uso ne fosse raccomandato

perché “*the design procedure should be no more complicated than would be justified by the certainty of the theory and the economy of the result*”, ovvero valeva il principio secondo il quale la procedura di progettazione non dovesse essere più complicata di quanto giustificato dalla correttezza della teoria e dal costo del risultato finale.

Negli anni '50 e '60 furono condotte numerose ricerche sperimentali volte allo studio del contributo dell'effetto dell'ingranamento degli inerti e all'effetto spinotto sulla resistenza a taglio.

Fu il crollo di una sezione di 370 m² del tetto di un magazzino del Wilkins dell'Air Force Depot a Shelby, Ohio, del 3 Agosto 1955, a stimolare diversi studi sulla resistenza a taglio per travi in c.a. e predizioni del loro comportamento. Secondo un osservatore presente durante tale crollo, esso avvenne senza preavviso e richiese solamente 30 secondi. Il magazzino consisteva in una serie di unità strutturali separate da giunti di dilatazione. Ogni unità misurava 122 x 61 m (400 x 200 ft) in pianta. Il tetto era sostenuto da una serie di telai in calcestruzzo armato lungo la direzione longitudinale.

Un'ispezione sul luogo ha rivelato che la rottura non fu il risultato di una debolezza isolata, ma di una condizione generale che colpì molte delle travi. Il crollo a Wilkins è stato originato da una rottura per taglio. Le travi sono crollate sotto una forza di taglio pari a meno della metà del valore di progetto dell'ACI, come indicato nella Figura 4.27. La profondità di queste travi era di 36 pollici ovvero 914 mm.

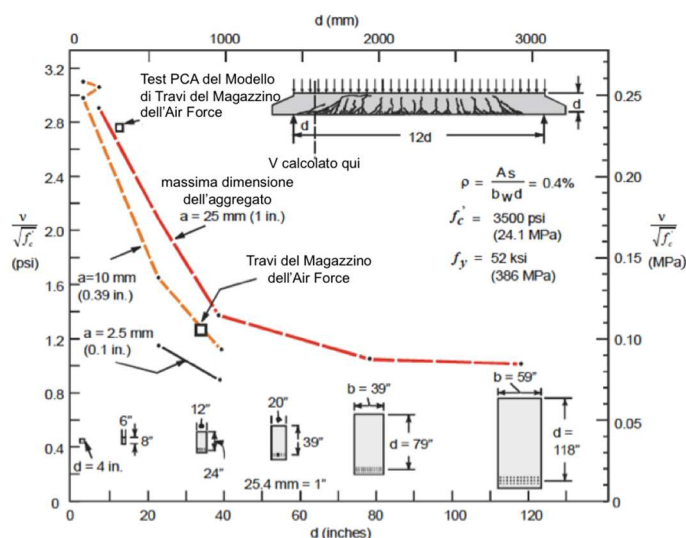


Figura 4.27 – “Size effect” del taglio (Kuchma e Collins, 1998)

I ricercatori che esaminarono questi crolli condussero degli esperimenti tramite un modello in scala 1 a 3 delle travi del magazzino presso la Portland Cement Association (PCA) trovando le resistenze a rottura per queste travi modello mostrate in Figura 4.27. La maggiore resistenza a rottura delle travi testate al PCA rispetto a quella delle travi del magazzino, fecero concludere i ricercatori che le tensioni assiali di trazione dovute al ritiro furono la causa principale di così basse resistenze a rottura. Tuttavia, sembra essere più ragionevole spiegare tali risultati in termini di “size effect” del taglio, ovvero del fatto che la resistenza a taglio di travi armate e precomprese senza specifica armatura a taglio diminuisce all'aumentare della profondità dell'elemento.

Quindi fino al 1955 i ricercatori pensavano che il problema del taglio non fosse particolarmente complesso, in seguito al crollo di Wilkins realizzarono che il taglio nelle travi di calcestruzzo non poteva più essere trattato come era stato fatto tradizionalmente con le normative ACI di quel tempo

e cominciarono a sollevare dubbi circa l'accuratezza delle disposizioni di progettazione del taglio utilizzate fino a quel momento.

Queste rotture a taglio, insieme all'intensificarsi della ricerca, indicarono che quello del taglio e della tensione diagonale era un problema complesso che coinvolgeva molte variabili e che portò ad un ritorno alle teorie fondamentali dimenticate. Importanti concetti, come le scoperte di Talbot del 1909 sull'influenza della percentuale di armatura longitudinale e del rapporto lunghezza-profondità sul valore della tensione di taglio a rottura, vennero ripresi in considerazione.

Zwoyer e Siess nel 1954, Bresler e Pister nel 1958, Guralnick nel 1959, e Walther nel 1962 studiarono le tensioni del calcestruzzo al di sopra delle fessure flessionali di travi non armate a taglio, supponendo che tutto il taglio venisse supportato dalla zona compressa.

In seguito allo studio della grande mole di risultati sperimentali disponibili dopo quegli anni, il comitato di taglio ACI-ASCE (1962) raccomandò l'uso di un'espressione empirica per calcolare la tensione di taglio in corrispondenza dell'insorgere della fessurazione diagonale, assumendola come carico di taglio a rottura. Tale espressione comparve per la prima volta nell'ACI 318 Code del 1963 presente, in seguito, anche nell'ACI 318-02 come Equazione 11-5. Tale espressione è data da:

$$v_{cr} = 1,9\sqrt{f'_c} + 2500\rho_l \frac{Vd}{M} \leq 3,5\sqrt{f'_c} \text{ (psi)} \quad (4.23)$$

Negli anni '50 e '60 all'Università dell'Illinois (Bulletin 493) e al PCA venne svolto un ampio studio che portò allo sviluppo di previsioni della resistenza a taglio nel caso di travi in calcestruzzo precompresso che vennero incorporate poi nell'ACI 318-02 e nell'AASHTO "Standard Specification". Mentre il modello utilizzato per la resistenza a taglio fornita dall'armatura trasversale era lo stesso fornito per le travi in c.a., i modelli utilizzati per il taglio per fessurazione diagonale differivano notevolmente da quelli utilizzati per le travi in cemento armato.

Tra gli anni '60 ed '80 il lavoro svolto da Ritter e Morsch ricevette un nuovo impulso e vennero utilizzati modelli che combinavano il traliccio con l'aggiunta di un contributo del calcestruzzo alla resistenza a taglio. In questi anni. Ad esempio, Kupfer, nella sua presentazione per il "Shear Colloquium" a Stuttgart (1962) propose una modifica al classico traliccio di Morsch consentendo un'inclinazione del puntone compresso anche inferiore a 45° con i seguenti limiti:

$$0,25 \leq t\alpha \leq 1,0 \quad (4.24)$$

dove α è l'inclinazione del puntone compresso rispetto all'asse dell'elemento.

Egli propose di progettare l'armatura a taglio considerando lo snervamento simultaneo dell'armatura longitudinale e suggerì di definire l'inclinazione del puntone utilizzando i principi di minima energia di deformazione.

Nel 1964, Kani introdusse il meccanismo a "pettine" per le strutture in c.a. secondo il quale, in seguito alla formazione delle fessure flessionali, il calcestruzzo tra le fessure viene considerato come i denti del pettine e il calcestruzzo non fessurato al di sopra di esse risulta essere la struttura portante del pettine. Kani spiegò come il principale ostacolo al problema del taglio fosse il gran numero di parametri coinvolti in esso, alcuni dei quali difficili da conoscere.

Nei suoi studi Kani testò oltre 130 travi rettangolari in assenza di armatura trasversale per analizzare l'influenza di alcuni parametri: f'_c , il rapporto di armatura principale e il rapporto L_v/d . I risultati di tali prove per $f'_c = 3800 \text{ psi}$ sono riportati in Figura 4.28, in cui la resistenza a taglio è rappresentata come rapporto tra il momento di rottura M_u e il momento resistente a flessione M_{f1} . In questa rappresentazione si evidenzia la presenza di una valle con un minimo locale di resistenza in

corrispondenza di $L_v/d = 2,5 - 3$. Tale valle divenne famosa come la valle di taglio, nota nei primi lavori di Kani come “riddle of shear failure” ovvero “enigma della rottura per taglio”. Kani nel 1966 evidenziò come la profondità della valle dipendeva dalla percentuale di armatura longitudinale, mentre l’influenza della resistenza a compressione del calcestruzzo era del tutto trascurabile per travi non eccessivamente armate.

Kani già nel suo lavoro del 1964 associò la presenza della valle di taglio ai diversi meccanismi resistenti: per bassi valori di L_v/d al meccanismo ad arco, per valori intermedi alla rottura del dente di calcestruzzo del modello a pettine, per alti valori prevaleva invece la rottura flessionale.

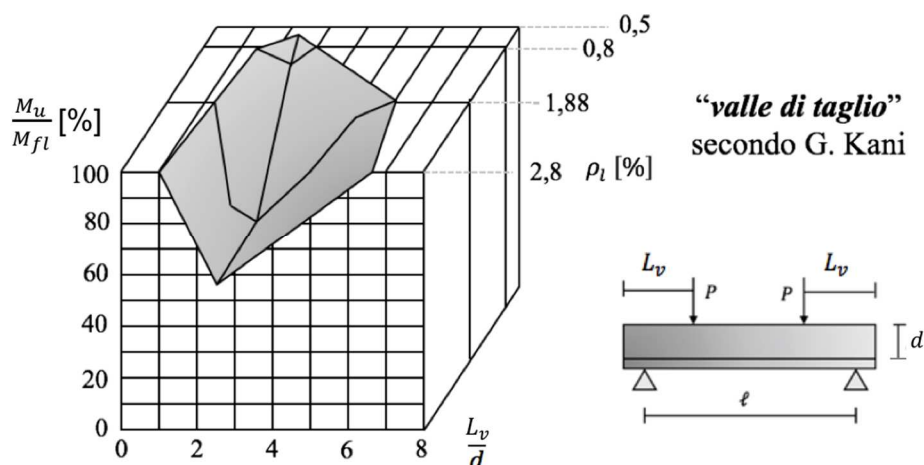


Figura 4.28 – Valle di taglio – Resistenza a taglio di travi non armate a taglio al variare di L_v/d e ρ_i (rielaborato da Kani (1966))

Fenwick e Paulay (1968) suggerirono che la resistenza a taglio sopportata dalla zona compressa fosse solo il 25% del taglio totale e che fossero, invece, gli effetti di ingranamento degli inerti e spinotto a sopportarne la restante parte, effetti che verranno trattati nel paragrafo seguente. Nel 1972, Baumann portò avanti i concetti già introdotti da Kupfer, presentando diagrammi di dimensionamento per elementi piastra con armatura in due o tre direzioni.

Leonhardt e Mönning, nel 1973, pubblicarono un libro sulle “lezioni sul cemento armato” (Vorlesungen über Massivbau) che divenne molto noto in diverse università. Tale libro fornisce dettagli sulla cosiddetta analogia del traliccio classico di Morsch con inclinazione dei puntoni compressi di 45° così come un’analogia del traliccio migliorata.

In Figura 4.29 vengono riportati i risultati dei test effettuati da Leonhardt e Mönning su travi con la stessa sezione di calcestruzzo e lo stesso quantitativo di armatura longitudinale ma differenti quantitativi di armatura a taglio. La distribuzione delle fessure in Figura 4.37 mostra l’influenza del quantitativo di staffe sull’inclinazione delle fessure.

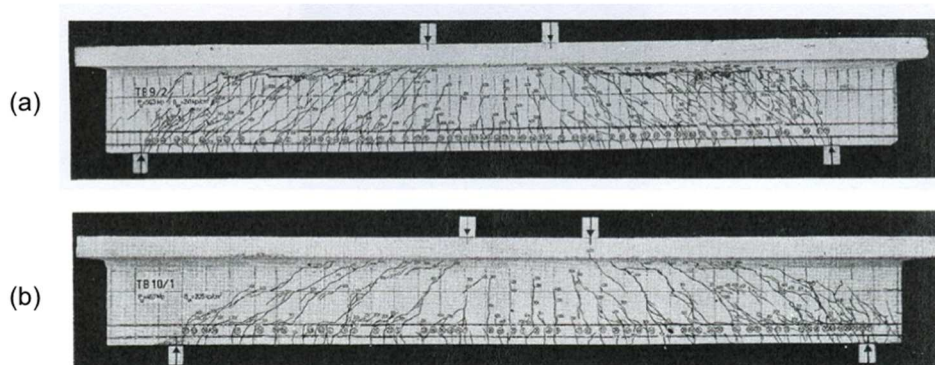


Figura 4.29 – Distribuzione delle fessure per una trave a T con differenti quantitativi di armatura a taglio:
(a) $\rho_w = 0,93$ e (b) $\rho_w = 0,38$ (Leonhardt e Möning 1973)

Particolare attenzione fu rivolta al possibile cedimento delle bielle compresse di calcestruzzo. Nelle sezioni ad I aventi anima sottile e grandi quantitativi di armatura sia longitudinale che trasversale, si osservarono numerose lesioni da taglio con una pendenza di circa 45° . Le diagonali compresse di calcestruzzo tra le fessure di taglio cedono infatti improvvisamente se vengono sollecitate fino alla resistenza a compressione del conglomerato, anche prima dello snervamento dell'armatura d'anima (Figura 4.30). Tale rottura avviene per superamento del valore resistente di compressione nelle bielle compresse di calcestruzzo ed è di tipo fragile.

La rottura per compressione dell'anima di calcestruzzo fornisce quindi il limite superiore della resistenza a taglio.

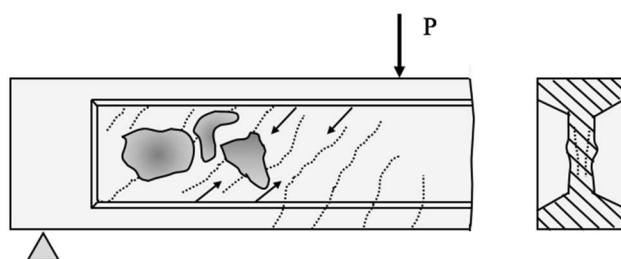


Figura 4.30 – Rottura delle diagonali compresse di una sezione trasversale ad I con forte armatura, cedimento improvviso del calcestruzzo dell'anima (rielaborato da Fib Bulletin 57)

Nel 1973 Leonhardt, Rostási e Koch dimostrarono sperimentalmente l'esistenza del termine V_{cc} ovvero della resistenza a taglio fornita dal calcestruzzo compresso.

Sempre nel 1973 l'ASCE-ACI Committee 426 individuò cinque importanti azioni di trasferimento del taglio per le travi con armatura trasversale, il cui contributo alla resistenza a taglio è rappresentato sinteticamente in Figura 4.31 anche in termini di evoluzione con riferimento ai principali fenomeni che si manifestano nella trave (fessure a flessione, formazione fessure diagonali, snervamento armatura trasversale...)

- taglio nella zona di compressione non fessurata della trave V_{cc} ;
- trasferimento del taglio dovuto all'effetto spinotto V_d ;

- trasferimento del taglio all'interfaccia, dovuto all'ingranamento degli inerti lungo le fessure inclinate V_{ca} ;
- trasferimento del taglio nell'armatura trasversale V_s .

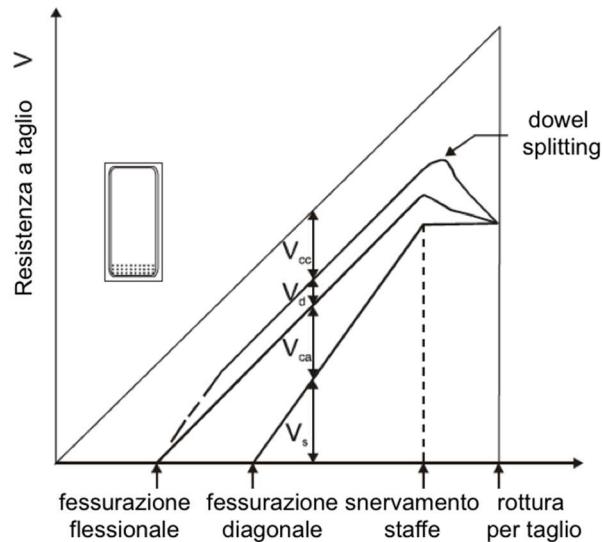


Figura 4.31 – Influenza dei diversi contributi nella resistenza a taglio (riadattato da inseriti ASCE-ACI Committee 426)

Sempre nell'ASCE-ACI Committee 426 (1973) vennero discusse anche le diverse tipologie di rottura per taglio di travi in assenza di armatura trasversale e le tipologie di travi vennero classificate sulla base del loro rapporto L_v/d come segue:

- nelle travi molto snelle ($L_v/d > 6$), molto probabilmente la rottura si raggiunge per flessione pura prima ancora della formazione della fessurazione diagonale;
- nelle travi snelle ($2,5 < L_v/d < 6$), alcune delle fessure verticali da flessione crescono e possono diventare fessure per flessione-taglio. Le fessure diagonali possono continuare a propagarsi nella parte superiore e inferiore della trave e causare lo snervamento dell'acciaio teso di armatura (Figura 4.32). La trave potrebbe dividersi in due pezzi alla rottura. Questa viene chiamata: rottura per trazione diagonale;

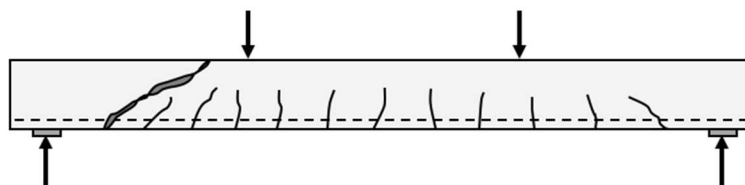


Figura 4.32 – Rottura per trazione diagonale

- nelle travi tozze ($1 < L_v/d < 2,5$), una fessura diagonale può propagarsi lungo l'acciaio teso causando la separazione tra il calcestruzzo e le barre longitudinali (Figura 4.33 (a)). Tale rottura viene detta per taglio-trazione. La fessura diagonale può propagarsi, invece, verso la parte superiore della trave e portare alla rottura della zona compressa. In questo caso la rottura si dice per taglio-compressione (Figura 4.33 (b));

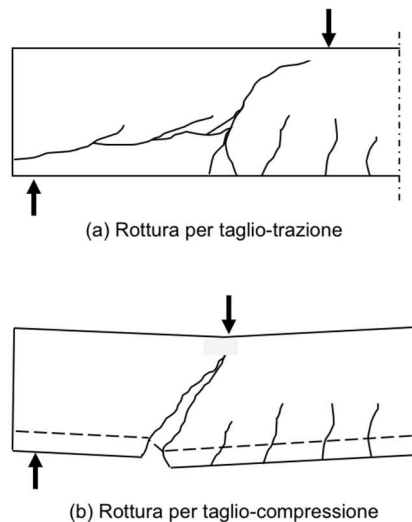


Figura 4.33 – Modalità di rottura per taglio in travi tozze

- nelle travi molto tozze ($L_v/d < 1$), le fessure diagonali si formano lungo la zona tra carico e appoggio. Così la maggior parte della forza di taglio viene trasferita per azione ad arco con un sistema strutturale come mostrato in Figura 4.34. In questo caso diverse rotture sono possibili, tra cui il cedimento dell'ancoraggio, la rottura del calcestruzzo al di sopra dell'appoggio; la rottura del puntone compresso;

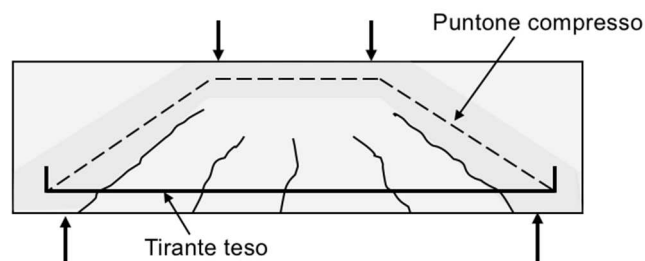


Figura 4.34 – Effetto arco in travi molto tozze

Inspirati dal lavoro di Baumann, e anche dalla “Tension Field Theory” di Wagner (1929), Collins e Mitchell abbandonarono l’assunzione di elasticità lineare e svilupparono la “Compression Field Theory” (CFT) per elementi soggetti a torsione e taglio, dove per valutare lo stato tensionale di taglio vennero considerate le condizioni di equilibrio, le condizioni di compatibilità e le relazioni costitutive (e.g. per la torsione Mitchell e Collins (1974), e per il taglio Collins (1978), Collins e Mitchell (1981)). La CFT presuppone che la direzione del campo di compressione inclinato, (ovvero l’angolo nel puntone e l’angolo della fessura), coincida con quella delle principali tensioni di compressione, analogamente all’assunzione di Kupfer e Baumann. Il modello è un puro modello a traliccio e il calcestruzzo fessurato non sopporta il taglio.

Thürlimann et al. (1983) e Nielsen (1984) introdussero i metodi di plasticità per predire la resistenza a taglio.

Nel 1987 Schlaich et al. estesero il modello a traliccio per travi con diagonali inclinate uniformemente, a tutte le parti della struttura nella forma del metodo “puntone-tirante”, approccio

particolarmente rilevante nelle cosiddette regioni D, dove D sta per discontinuità o disturbato, distinte quindi dalle regioni B, dove B sta per trave o Bernoulli.

Nel 1986, sulla base di un'approfondita indagine sperimentale, Vecchio e Collins proposero la "Modified Compression Field Theory" (MCFT). Tale teoria modifica la CFT considerando le tensioni principali che si hanno nel calcestruzzo tra le fessure. La MCFT fornisce un modello comportamentale per prevedere la risposta carico totale-deformazione di taglio.

Sebbene la CFT funzioni bene con percentuali medio-alte di armatura trasversale, la MCFT fornisce una valutazione più realista per elementi con un range più vasto di armatura trasversale, incluso il caso di assenza della stessa.

Dal 1992 al 1995, Hsu et al. svilupparono il "rotating-angle softened-truss model" (RA-STM) e il "fixed-angle softened truss model" (FA-STM). Mentre il RA-STM presuppone che le direzioni principali della deformazione e della tensione coincidono, il FA-STM ritiene che dopo la fessurazione, la direzione principale della tensione nei puntoni di calcestruzzo non coincida con la direzione della fessura. Entrambi gli approcci RA-STM e FA-STM riducono la resistenza media dell'armatura per tenere in conto degli effetti delle tensioni locali nella fessura.

Il MCFT e FA-STM, nella maggioranza dei casi, portano a predire resistenze a taglio simili.

4.3 Meccanismi di resistenza a taglio in assenza di armatura trasversale

La lunga ed estesa ricerca sul comportamento a taglio delle travi in c.a. ha evidenziato, come si è visto, che anche in caso di assenza di armatura a taglio, esistono dei meccanismi di resistenza a taglio, di cui bisogna tenere conto, e che verranno considerati nei modelli proposti dalle varie normative presentati ai capitoli successivi.

L'armatura trasversale risulta affiancata, in seguito alla fessurazione, da altri contributi resistenti nel sopportare le forze di taglio e gli effetti che si producono. Si illustrano nel seguito, quali sono questi meccanismi secondari di resistenza a taglio.

4.3.1 Meccanismo arco-tirante

Come osservato già da Kani (1966) in tutti gli elementi di calcestruzzo (armati a taglio o meno) dotati di armatura longitudinale continua si instaura un meccanismo resistente ad arco-tirante nel quale:

- l'arco è costituito dal calcestruzzo compresso;
- il tirante è costituito dalle armature inferiori tese, ancorate fino all'estremità dell'elemento.

Secondo tale meccanismo i carichi vicini all'appoggio seguono traiettorie inclinate di compressione e giungono all'appoggio senza impegnare la trave a taglio; ovvero la risultante di compressione sul calcestruzzo presenta una componente verticale in grado di equilibrare i carichi applicati.

Il contributo del meccanismo ad arco, che dipende dalle dimensioni della trave, aumenta al diminuire del rapporto L_v/d , dove L_v è la distanza tra l'appoggio e la sezione di taglio nullo e d è l'altezza utile della sezione. In generale, risulta significativo per $L_v/d < 2,5$.

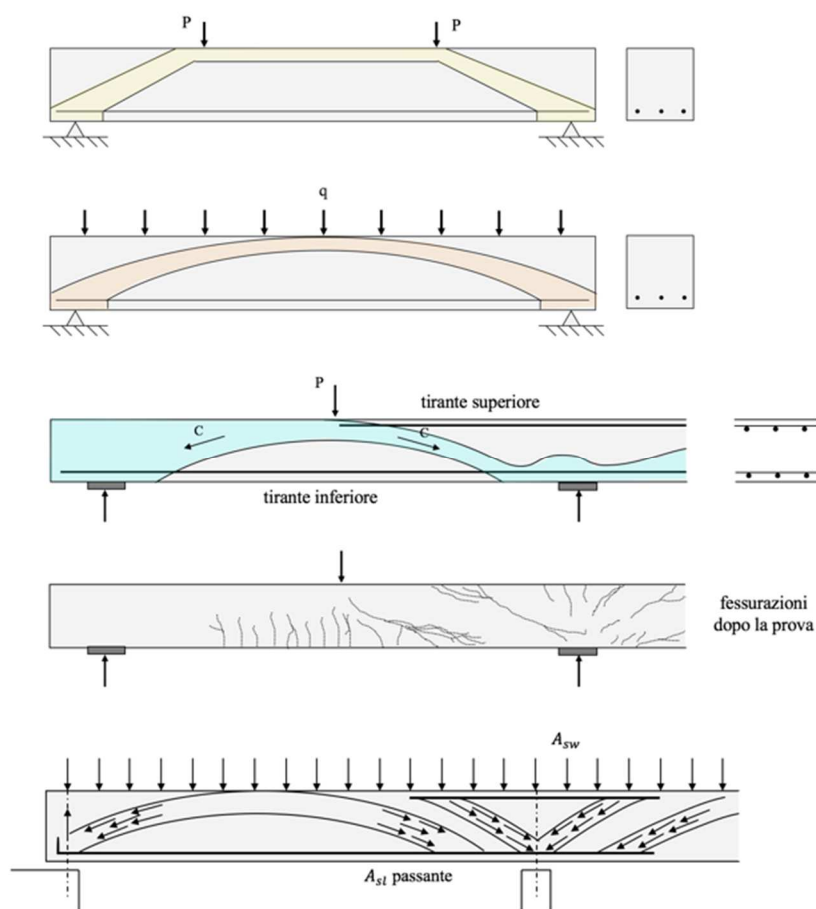


Figura 4.35 Meccanismo ad arco per travi ad una campata e continue

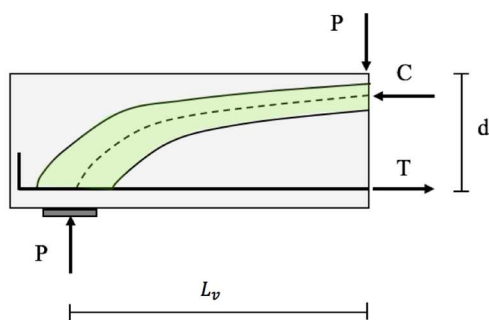


Figura 4.36 Particolare della zona verso l'appoggio

4.3.2 Effetto corrente compresso di calcestruzzo

Il contributo resistente del corrente compresso è costituito dalla risultante delle tensioni tangenziali che si possono manifestare nel calcestruzzo integro al di sopra della fessura obliqua. Tale meccanismo è connesso all'entità dell'asse neutro, dunque esso aumenta se è presente uno sforzo assiale.

Predisporre una quantità minima di armatura a taglio è comunque necessario per impedire che la fessurazione dovuta alle tensioni principali di trazione possa insinuarsi sotto al corrente compresso provocandone il distacco dall'anima della trave.

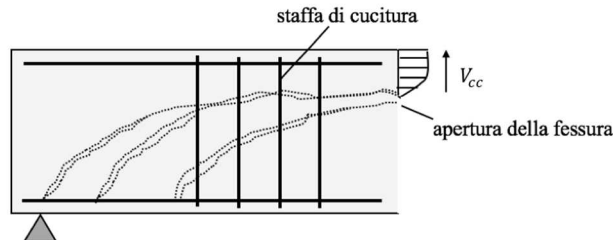


Figura 4.37 Meccanismo resistente a taglio per corrente compresso

4.3.3 Effetto bietta o spinotto (dowel-action)

Il contributo resistente dovuto all'effetto bietta è conseguenza della rigidità flessionale delle barre che attraversano una fessura e che per deformarsi assorbono una sollecitazione. Esso è dovuto, essenzialmente, all'armatura longitudinale ma, in generale, a tutte le barre che attraversano una fessura perché opponendosi allo scorrimento relativo delle due parti separate dalla fessura, offrono una resistenza a taglio.

La presenza delle staffe è fondamentale perché si verifichi tale meccanismo perché sostengono l'armatura longitudinale nel suo funzionamento a "trave inflessa".

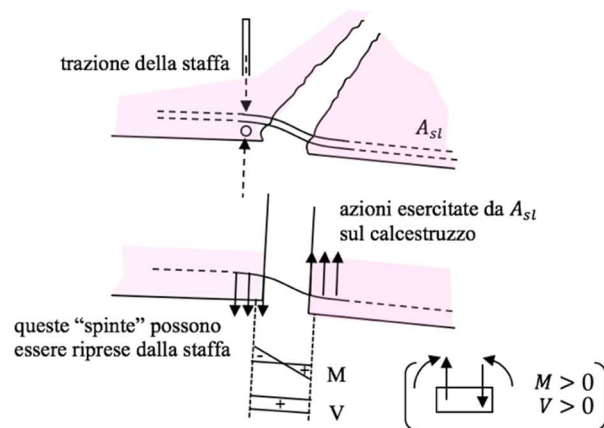


Figura 4.38 Meccanismo resistente a taglio per effetto bietta

4.3.4 Effetto corrente teso o manicotto

L'effetto bietta, trattato nel paragrafo precedente, risulta incrementato dal fatto che l'armatura longitudinale tesa non è libera ma è avvolta, per buona parte, da un manicotto di calcestruzzo. Inoltre, tra fessura e fessura, il calcestruzzo teso, ancora non interessato da fessure, esercita un'azione irrigidente, soprattutto quando la zona tesa è considerevole.

4.3.5 Effetto pettine o bielle d'anima

La fessurazione della trave divide la zona tesa in blocchi posti tra le due fessure consecutive. I blocchi possono essere intesi come mensole incastrate nella zona compressa della trave e collegate dall'armatura longitudinale tesa. Questo schema prende il nome di modello a pettine perché il corrente superiore compresso può essere visto come la costola di un pettine e le mensole come i suoi denti. Le bielle inclinate di calcestruzzo, quindi, isolate dalle fessure oblique, si comportano come mensole incastrate nel corrente compresso e caricate in basso dalla variazione della forza di trazione dell'armatura longitudinale. Nella sezione di incastro di tale mensola nel corrente compresso si ha la possibilità di assorbire forze di presso-flessione e anche taglio; la rottura del dente avviene quando si raggiunge la resistenza a trazione del calcestruzzo.

Travi con elevata altezza non risentono di questo effetto essendo i denti del pettine troppo lunghi e quindi anticipatamente elevata la sollecitazione di flessione cui essi sono sottoposti.

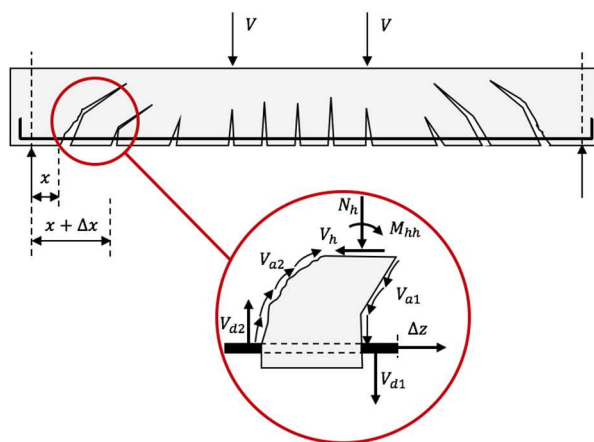


Figura 4.39 Effetto pettine

4.3.6 Effetto di ingranamento degli inerti

Tale contributo è conseguenza dell'attrito del calcestruzzo lungo la fessura obliqua e ad un vero e proprio ingranaggio delle due facce adiacenti della fessura quando le due parti separate da essa tendono a scorrere l'una rispetto all'altra. Fondamentale, perché tale meccanismo si manifesti, è la presenza di armature di cucitura (es. staffe) tra le due parti separate dalla fessura obliqua.

Questo meccanismo dipende dall'area di contatto, dalle caratteristiche degli inerti e dall'ampiezza della fessura. Esso è considerato uno tra i più importanti meccanismi secondari di resistenza, si instaura solo se si manifesta uno spostamento relativo lungo la fessura e diminuisce al crescere della deformazione angolare.

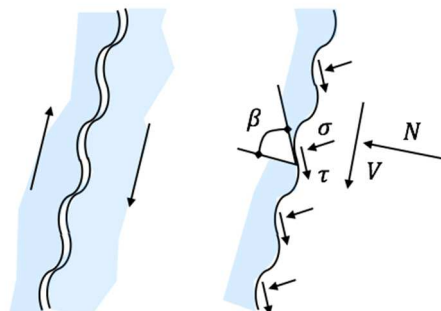


Figura 4.40 Effetto ingranamento degli inerti

5 MODELLI TEORICI DI CAPACITÀ A TAGLIO PER TRAVI E PILASTRI

5.1 Introduzione

Data la complessità del comportamento a taglio di elementi in c.a., per valutare la resistenza a taglio di tali elementi non esiste un approccio unico, come si delinea invece per la resistenza flessionale, ma sono stati proposti negli anni diversi modelli di capacità che hanno poi dato origine ai diversi approcci normativi.

È interessante inoltre notare come nonostante il comportamento del cemento armato a taglio sia stato studiato per molti anni, il problema della determinazione della resistenza a taglio per il c.a. resta ancora aperto alla discussione.

L'obiettivo di questo capitolo è di riportare i diversi modelli teorici di capacità a taglio che sono stati sviluppati negli anni. Verranno presentati, inizialmente, i principali modelli teorici di resistenza a taglio proposti in letteratura, in particolare i modelli classici a traliccio e i modelli con degrado ciclico.

Infine, si descrivono i concetti alla base della "Compression Field Theory" e della "Modified Field Theory" che stanno alla base di alcuni modelli adottati dalle normative e descritti al cap 7.

5.2 Modelli classici a traliccio

I modelli a traliccio costituiscono un riferimento importante per valutare i meccanismi resistenti a taglio considerando contemporaneamente gli effetti di taglio e flessione, e su di essi, pur se con qualche modifica e specificità, si basano la maggior parte dei modelli di valutazione della resistenza a taglio.

Vengono presentati di seguito due diversi meccanismi a traliccio:

- traliccio classico di Ritter- Mörsch;
- traliccio ad inclinazione variabile.

5.2.1 Meccanismo di Ritter-Mörsch con $\theta = 45^\circ$

Come visto al cap. 4, Ritter (1899) e Mörsch (1902) postularono indipendentemente che, successivamente alla formazione delle fessure diagonali, il meccanismo di una trave in calcestruzzo armato può essere assimilato a quello di una trave reticolare ideale, dove:

- Il corrente compresso superiore è individuato dall'asse neutro, fino a dove si propagano le fessure che partono dal lembo inferiore dell'elemento;
- Il corrente teso inferiore è dato dall'armatura inferiore;
- Le aste diagonali sono date dalle bielle compresse di calcestruzzo, delimitate dalle fessure;
- Le armature trasversali completano la struttura reticolare.

Tale modello considera un'inclinazione delle bielle compresse compatibile con l'andamento delle isostatiche di compressione di una trave in c.a. nell'ipotesi di calcestruzzo non reagente a trazione, costante e pari a $\theta = 45^\circ$, mentre le armature sono inclinate di un angolo α , come è possibile vedere dalla Figura 5.1.

Le aste del traliccio si considerano tutte incernierate ai nodi dunque il sistema diviene un traliccio reticolare isostatico: il carico distribuito viene eguagliato a dei carichi concentrati applicati sui nodi; perciò, la resistenza a taglio della membratura si ricava da semplici relazioni di equilibrio.

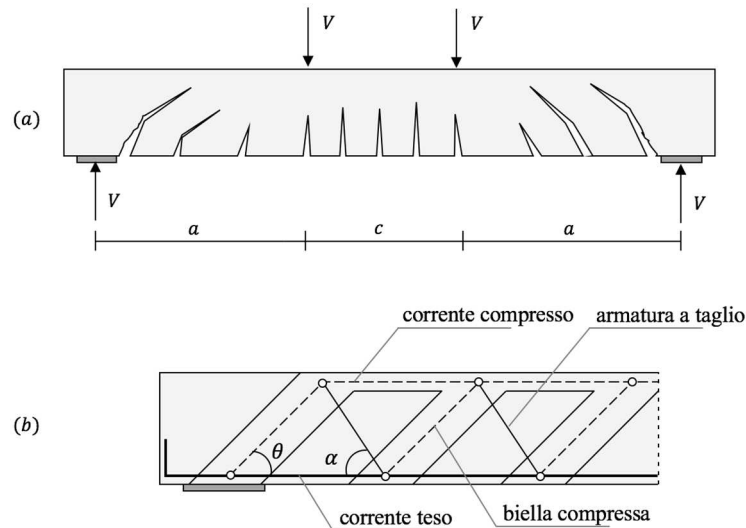


Figura 5.1 Meccanismo resistente di travi armate a taglio e flessione a) quadro fessurativo di una trave soggetta a taglio e flessione; b) schematizzazione a trave reticolare ideale

Preso un conccio di trave di lunghezza Δx per il calcolo dello sforzo nelle aste del traliccio, si osserva come il corrente compresso tende a scorrere rispetto alla zona sottostante per effetto di una forza orizzontale detta di scorrimento.

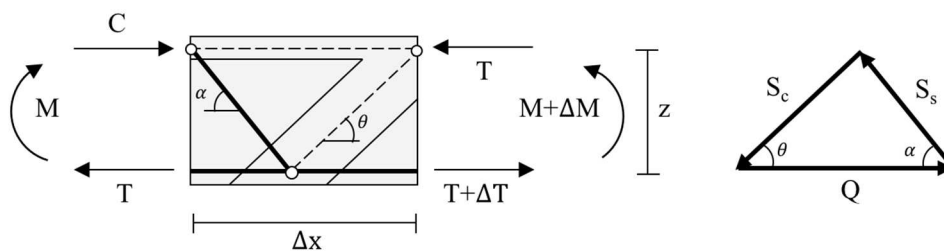


Figura 5.2 Particolare di un elemento di trave di lunghezza Δx

Tale forza di scorrimento Q , espressa in funzione dello sforzo di taglio V , è data da:

$$Q = \Delta C = \Delta T = \frac{\Delta M}{z} = \frac{V \cdot \Delta x}{z} \tag{5.1}$$

dove z è il braccio della coppia interna.

Utilizzando il teorema dei seni si ha:

$$\frac{Q}{\text{sen}(\pi - \alpha - \theta)} = \frac{Q}{\text{sen}(\alpha + \theta)} = \frac{S_c}{\text{sen}\alpha} = \frac{S_s}{\text{sen}\theta} \tag{5.2}$$

da cui si ricava:

$$S_c = Q \cdot \frac{\text{sen}\alpha}{\text{sen}(\alpha + \theta)} \quad S_s = Q \cdot \frac{\text{sen}\theta}{\text{sen}(\alpha + \theta)} \tag{5.3}$$

Introducendo l'ipotesi di Ritter- Mörsh secondo cui l'inclinazione delle bielle compresse è pari a $\theta = 45^\circ$, le equazioni precedenti diventano:

$$S_c = Q \cdot \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right)} = Q \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} \alpha \cos(\pi/4) + \cos \alpha \operatorname{sen}(\pi/4)} = \sqrt{2} \cdot Q \cdot \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha}$$

$$S_s = Q \cdot \frac{\operatorname{sen} \theta}{\operatorname{sen} \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right)} = \frac{\operatorname{sen}(\pi/4)}{\operatorname{sen} \alpha \cos(\pi/4) + \cos \alpha \operatorname{sen}(\pi/4)} = \frac{Q}{\operatorname{sen} \alpha + \cos \alpha}$$
(5.4)

che nel caso in cui $\alpha = 90^\circ$, ovvero armatura trasversale costituita da sole staffe, danno:

$$S_c = \sqrt{2} \cdot Q$$

$$S_s = Q$$
(5.5)

I limiti di questo modello risiedono nel fatto che, in esso, non è possibile considerare i meccanismi secondari di resistenza a taglio esposti precedentemente, dunque porta a non considerare il taglio assorbito:

- dalla zona compressa;
- dall'ingranamento degli inerti;
- dall'effetto spinotto.

Si è notato che l'insorgere di questi ultimi meccanismi secondari resistenti a taglio del calcestruzzo conduce a un'inclinazione delle fessure diagonali inferiore a 45° .

Queste considerazioni hanno portato, quindi, a formulare il meccanismo di traliccio ad inclinazione variabile che si ritiene fornisca una stima più realistica della capacità portante a taglio e che verrà trattato nel seguito.

5.2.2 Meccanismo a inclinazione variabile

In seguito ai limiti riscontrati nel modello classico di traliccio di Ritter- Mörsh è stato introdotto, basandosi anche sugli studi di Kupfer segnalato al 4.2.2, un metodo a traliccio ad inclinazione variabile.

L'angolo θ , di inclinazione delle bielle compresse, è condizionato dal reale comportamento a rottura dell'elemento strutturale e dipende da:

- condizioni di carico;
- dettagli costruttivi.

La famiglia di metodi basati sul traliccio ad inclinazione variabile è caratterizzata da due versioni.

La prima deriva dalla teoria della plasticità e assume l'ipotesi principale che l'inclinazione delle fessure a taglio coincida con l'inclinazione delle direzioni principali di compressione. In questo modo non vi è tensione tangenziale agente lungo le fessure e, quindi, non vi è contributo del calcestruzzo alla capacità portante a taglio.

Come vedremo nel seguito, tale approccio viene utilizzato nella normativa europea ed italiana (Eurocodice 2 e NTC2018).

La seconda variante del metodo non prevede tale ipotesi semplificativa e introduce la possibilità di trasmettere sforzi di taglio lungo le fessure diagonali mediante l'"interlocking"; tali sforzi risultano, dunque, funzione dell'ampiezza della fessura. In questo ambito, vedremo l'approccio basato sulla "Modified Compression Field Theory", descritta nel cap. 5.4 in cui l'angolo di inclinazione della compressione è calcolato partendo da condizioni di equilibrio e congruenza.

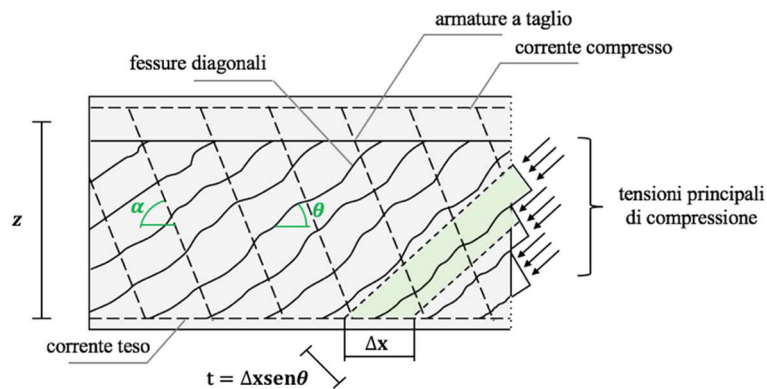


Figura 5.3 Meccanismo ad inclinazione variabile: maglia elementare

Con riferimento all'elemento di trave raffigurato in Figura 5.3 la crisi della biella compressa di calcestruzzo si ha per:

$$S_{cd} = b \cdot t \cdot \alpha_{cw} \cdot v \cdot f_{cd} = b \cdot \Delta x \cdot \text{sen} \theta \cdot \alpha_{cw} \cdot v \cdot \sigma_{cd} \quad (5.6)$$

dove:

b è la larghezza della sezione

Δx è la lunghezza del concio di trave considerato

$$t = \Delta x \cdot \text{sen} \theta$$

θ è l'angolo generico di inclinazione della biella compressa di calcestruzzo

α_c tiene conto degli effetti dovuti alla presenza di uno sforzo assiale di compressione

v è un coefficiente che riduce la resistenza di calcolo del calcestruzzo per effetto dello stato di trazione trasversale

f_{cd} è il valore di progetto della resistenza a compressione del calcestruzzo

σ_{cd} è la tensione di compressione media della sezione.

Ricordando che:

$$S_c = Q \cdot \frac{\text{sen} \alpha}{\text{sen}(\alpha + \theta)} = \frac{V \cdot \Delta x}{z} \cdot \frac{\text{sen} \alpha}{\text{sen}(\alpha + \theta)} \quad (5.7)$$

si può scrivere che:

$$S_{cd} = \frac{V_{Rd,c} \cdot \Delta x}{z} \cdot \frac{\text{sen} \alpha}{\text{sen}(\alpha + \theta)} \quad (5.8)$$

avendo indicato con $V_{Rd,c}$ la resistenza di calcolo a taglio-compressione che provoca la crisi della biella compressa.

Uguagliando le due equazioni di S_{cd} ed esplicitando $V_{Rd,c}$ si ottiene:

$$\begin{aligned} V_{Rd,c} &= b \cdot z \cdot \alpha_{cw} \cdot v \cdot f_{cd} \frac{\text{sen} \theta \cdot \text{sen}(\alpha + \theta)}{\text{sen} \alpha} = b \cdot z \cdot \alpha_{cw} \cdot v \cdot f_{cd} \cdot \text{sen}^2 \theta (\cot \alpha + \cot \theta) \\ &= b \cdot z \cdot \alpha_{cw} \cdot v \cdot f_{cd} \frac{\cot \alpha + \cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} \end{aligned} \quad (5.9)$$

In maniera analoga, si ha la crisi dell'armatura trasversale per:

$$S_{sd} = \Omega_{sw} \cdot f_{ywd} \quad (5.10)$$

dove:

f_{ywd} è la tensione di snervamento di progetto dell'acciaio di armatura trasversale.

Ω_{sw} è l'area dell'armatura trasversale del tratto lungo Δx , ovvero:

$$\Omega_{sw} = A_{sw} \frac{\Delta x}{s} \quad (5.11)$$

con A_{sw} l'area di una singola armatura trasversale e s il passo dell'armatura.

Anche in questo caso, utilizzando la formula di S_s :

$$S_s = Q \cdot \frac{\text{sen}\theta}{\text{sen}(\alpha + \theta)} = \frac{V \cdot \Delta x}{z} \frac{\text{sen}\theta}{\text{sen}(\alpha + \theta)} \quad (5.12)$$

si ottiene:

$$S_{sd} = \frac{V_{Rd,s} \cdot \Delta x}{z} \frac{\text{sen}\theta}{\text{sen}(\alpha + \theta)} \quad (5.13)$$

avendo indicato con $V_{Rd,s}$ la resistenza di calcolo a taglio-trazione che provoca la crisi dell'armatura trasversale.

Eguagliando le due equazioni di S_{sd} ed esplicitando $V_{Rd,s}$ si ottiene:

$$V_{Rd,s} = A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \frac{z}{s} \cdot \frac{\text{sen}(\alpha + \theta)}{\text{sen}\theta} = A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \frac{z}{s} \cdot (\cot\alpha + \cot\theta) \cdot \text{sen}\alpha \quad (5.14)$$

Dalle due espressioni ottenute si può notare come, partendo da un'inclinazione del puntone $\theta = 45^\circ$ (ovvero $\cot\theta = 1$) se si riduce sempre di più il valore di θ si ha una riduzione di $V_{Rd,c}$ ed un aumento di $V_{Rd,s}$. Si può quindi pensare che nelle fasi iniziali del processo di carico le isostatiche di compressione siano inclinate di 45° e quando, dopo aver aggiunto lo snervamento, si incrementano ulteriormente i carichi si verificano grandi deformazioni e scorrimenti tra le fessure che portano le isostatiche di compressione ad inclinarsi in modo da permettere all'armatura di portare un taglio maggiore. Allo stesso tempo si riduce la resistenza del puntone compresso ed il collasso sarà dovuto allo schiacciamento di esso per un valore di θ che porta ad una uguaglianza tra la resistenza di calcolo a taglio-compressione e taglio-trazione.

5.3 Modelli con degrado ciclico

Negli ultimi anni sono stati proposti diversi modelli che tengono in conto del degrado della resistenza a taglio di elementi in cemento armato in condizioni cicliche, soprattutto a seguito degli studi effettuati sul comportamento delle strutture esistenti in c.a. colpite da eventi sismici e dei risultati di ricerche sperimentali che hanno confermato la grande vulnerabilità a taglio delle colonne in c.a. con insufficiente e inadeguata armatura trasversale (staffe eccessivamente spaziate e non efficacemente chiuse).

Nel seguito vengono presentati i principali modelli di capacità a taglio che tengono conto del degrado ciclico.

5.3.1 Modello UCSD – Priestley et al. (1994)

Nel modello UCSD (University of California, San Diego) sviluppato da M. J. N. Priestley, R. Verma e Yan Xiao, Priestley et al. (1994), viene valutata la resistenza a taglio di una colonna in c.a., circolare o rettangolare, soggetta ad una forza di taglio laterale di tipo ciclico.

Il modello di valutazione UCSD-A (“assessment model”), per il calcolo della resistenza a taglio di elementi in c.a., rappresenta uno dei primi modelli di tipo additivo ed esprime la capacità a taglio V_{Rd} come la somma di tre contributi:

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} + V_{Rd,n} \quad (5.15)$$

- *contributo del calcestruzzo* $V_{Rd,c}$, che rappresenta i meccanismi di resistenza a taglio dovuti al calcestruzzo e la cui importanza dipende dal livello di duttilità;
- *contributo dell'acciaio* $V_{Rd,s}$, dipendente dall'armatura trasversale e calcolato con un modello a traliccio;
- *contributo del carico assiale* $V_{Rd,n}$, che dipende dalle dimensioni della colonna.

Per scopi progettuali, il valore di resistenza calcolato con la formula precedente viene moltiplicato per 0,85 e rappresenta l'UCSD-D (“design model”):

$$V_D = 0,85V_{Rd} \quad (5.16)$$

Questo modello è una semplificazione del modello di duttilità sviluppato da Ang et al. (1989) e Wong et al. (1993) ed è stato sviluppato a partire da tre diversi modelli ASCE-ACI Committee 426; Ang et al. (1989) e Wong et al. (1993); e Watanabe e Ichinose (1991).

Si presentano nel seguito singolarmente i singoli contributi previsti dal modello UCSD.

CONTRIBUTO DEL CALCESTRUZZO

Il contributo legato al calcestruzzo, sia per colonne circolari che rettangolari, diminuisce all'aumentare della domanda di duttilità, per l'ampliarsi delle fessure che riducono l'effetto dell'ingranamento degli inerti, secondo la seguente espressione:

$$V_{Rd,c} = \gamma \sqrt{f'_c} A_e \quad (5.17)$$

dove:

- f'_c è la resistenza cilindrica a compressione del calcestruzzo;
- il coefficiente γ dipende dal livello di duttilità di ogni elemento (μ_Δ) e dal fatto che la colonna è sottoposta ad una domanda di duttilità di tipo uniassiale o biassiale;
- l'area effettiva di taglio viene presa pari a $A_e = 0,8A_c$ sia per colonne circolari che rettangolari.

Il range del database utilizzato dagli autori fu insufficiente per determinare se il contributo del calcestruzzo fosse legato anche alla percentuale di armatura longitudinale, dunque tale contributo non venne considerato nella formulazione.

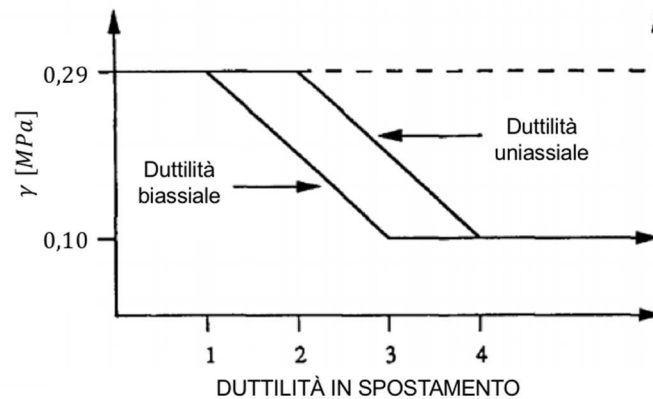


Figura 5.4 Coefficiente γ al variare della duttilità in spostamento (Priestley et al. (1994))

Come è possibile osservare dalla Figura 5.4, il fattore γ , misura della resistenza a taglio ammissibile, si riduce all'aumentare della duttilità per la conseguente riduzione dell'effetto di ingranamento degli inerti sotto forma di diffusione delle fessure.

CONTRIBUTO DELL'ARMATURA TRASVERSALE

Il contributo della resistenza a taglio dovuto all'armatura trasversale viene calcolato utilizzando un modello a traliccio con angolo tra le diagonali compresse e l'asse della colonna pari a 30° .

Tale resistenza, nel caso di colonne circolari è data da:

$$V_{Rd,s} = \frac{\pi A_{sh} f_{yw} d'}{2s} \cot 30^\circ \quad (5.18)$$

Mentre per colonne rettangolari è:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw} f_{yw} d'}{s} \cot 30^\circ \quad (5.19)$$

dove d' che rappresenta la distanza caratteristica dell'armatura, misurata con riferimento agli assi della staffatura, ovvero:

$$d' = h - 2c + \phi_w \quad (5.20)$$

con:

c il copriferro;

ϕ_w il diametro dell'armatura trasversale.

Tali espressioni derivano dall'equazione sviluppata originariamente per la resistenza a taglio di strutture in c.a. per il traliccio classico di Ritter (1899) – Morsch (1902) presentato al cap. 5.2.

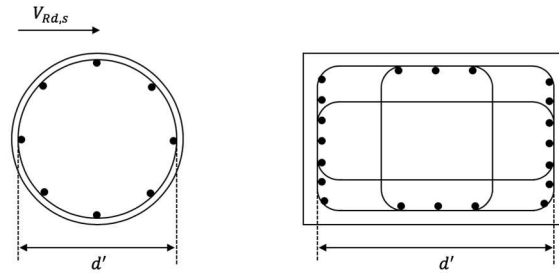


Figura 5.5 Rappresentazione della distanza caratteristica dell'armatura

CONTRIBUTO DEL CARICO ASSIALE

La componente $V_{Rd,n}$ del carico assiale, riconosce il miglioramento della resistenza a taglio fornito dal carico assiale dovuto al meccanismo ad arco (Figura 5.6), con formazione di un puntone inclinato.

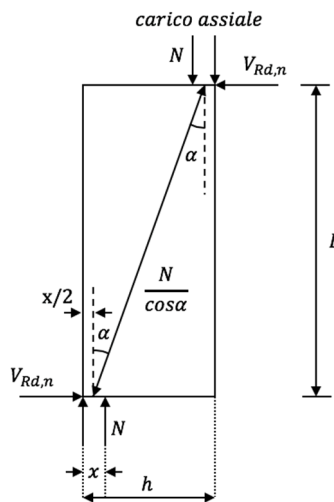


Figura 5.6 Contributo del carico assiale alla resistenza a taglio della colonna

Il contributo alla resistenza a taglio è dato dalla componente orizzontale del puntone diagonale compresso dato che essa resiste direttamente alla forza di taglio applicata. Quindi:

$$V_{Rd,n} = N \cdot \tan \alpha = \frac{h - x}{2L_v} N \quad (5.21)$$

con:

N il carico assiale (positivo se di compressione);

h è la larghezza complessiva della sezione o il diametro nel caso di colonna circolare

x è l'altezza della zona compressa

L_v è la luce di taglio che, come già visto al cap. 1 e mostrato in Figura 5.7, risulta pari a L per colonna a mensola ed $L/2$ per colonna doppiamente incastrata.

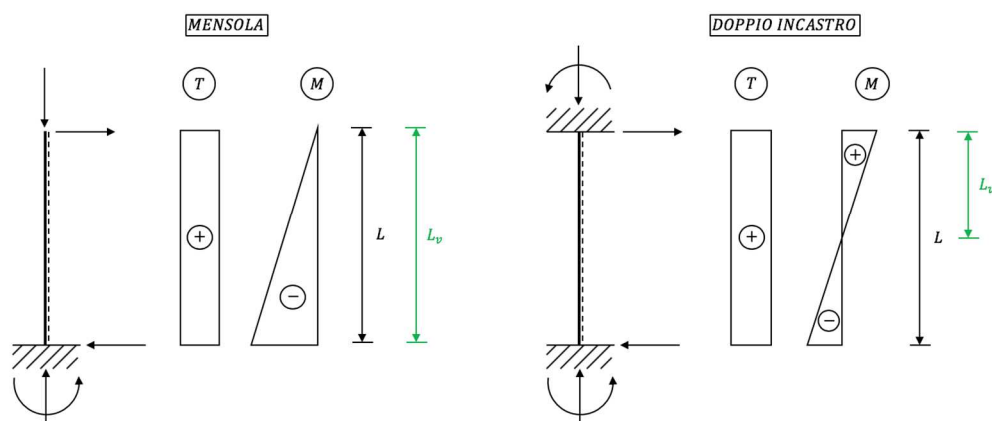


Figura 5.7 Luce di taglio nel caso di colonna a mensola e colonna doppiamente incastrata

Dall'analisi dell'equazione di $V_{Rd,n}$ si può giungere alle seguenti osservazioni:

- la resistenza a taglio così ottenuta, non degrada all'aumentare della duttilità;
- al diminuire del rapporto di forma delle colonne: $L_v/(h-x) = M/[V(h-x)]$ cresce il contributo della resistenza a taglio del carico assiale quindi per colonne snelle il contributo potrebbe essere minimo ma, dal momento che è probabile che la forza di taglio sia bassa in questi casi, questo potrebbe non essere significativo;
- all'aumentare del carico assiale N, l'efficacia di tale contributo alla resistenza a taglio decresce a causa dell'incremento di profondità della zona compressa.

5.3.2 Modello Revised UCSD – Kowalsky e Priestley (2000)

Nel modello UCSD classico appena trattato, vengono presi in considerazione due aspetti che precedentemente, in altre formulazioni, non venivano considerati:

- la separazione del contributo del carico assiale da quello del calcestruzzo con un meccanismo di resistenza a taglio distinto;
- il degradarsi della resistenza a taglio dovuta al calcestruzzo con l'incremento del livello di duttilità.

Nel modello Revised UCSD, vengono tenuti in conto altri tre aspetti:

1. l'effetto della zona compressa di calcestruzzo nel meccanismo di resistenza a traliccio;
2. l'effetto del rapporto di forma nel meccanismo di resistenza a taglio del calcestruzzo;
3. l'effetto della percentuale di armatura longitudinale nel meccanismo di resistenza a taglio del calcestruzzo.

Per la validazione di questo modello sono state analizzate 47 colonne circolari di cemento armato. Vediamo ora le differenze proposte nella revisione del modello UCSD:

MECCANISMO A TRALICCIO

L'analogia a traliccio sviluppata, come già detto da Ritter (1899) e Morsch (1902), ed espressa come:

$$V_{Rd,s} = \left(A_{sw} f_{yw} \frac{d'}{s} \right) \quad (5.22)$$

anche se è stata applicata ed entrambe le tipologie di colonna, circolare e rettangolare, non è esattamente corretta per sezioni circolari; Ang et al. (1989) risolsero questo problema, proponendo la seguente equazione per le colonne circolari:

$$V_{Rd,s} = \frac{\pi A_{sh} f_{yw} d'}{2 s} \cot \theta \tag{5.23}$$

già utilizzata nel modello classico UCSD e con lo stesso significato dei termini; essa è stata ricavata assumendo che la fessura diagonale sia in grado di mobilitare l'armatura trasversale, lungo la sua lunghezza. Ma nella zona compressa di calcestruzzo qualsiasi fessura è chiusa e dunque il taglio non può essere trasmesso attraverso essa dall'armatura trasversale.

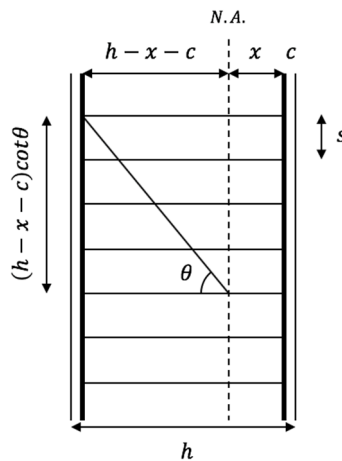


Figura 5.8 Effetto della zona compressa di calcestruzzo sul meccanismo a traliccio

Come si può vedere dalla Figura 5.8, risulta appropriato utilizzare una larghezza ridotta della colonna, $h - x - c$ per il calcolo dell'armatura mobilizzata dalle fessure tra i puntoni compressi. Grazie a tale considerazione, venne proposta una nuova formulazione della resistenza a taglio dell'armatura trasversale:

$$V_{Rd,s} = \frac{\int_{-(r-c)}^r 2 A_{sw} f_{yw} \frac{\sqrt{r^2 - \zeta^2}}{r} d\zeta}{h - x - c} \frac{h - x - c}{s} \cot \theta \tag{5.24}$$

dalla quale, per approssimazione si può eliminare l'integrale e approssimare l'area effettiva come $(\pi/2) A_{sw}$:

$$V_{Rd,s(a)} = \frac{\pi}{2} A_{sw} f_{yw} \frac{h - x - c}{s} \cot \theta \tag{5.25}$$

con $\theta = 30^\circ$.

Nel grafico di Figura 5.9 viene riportato il rapporto tra il valore di $V_{Rd,s}$ ottenuto tramite l'equazione utilizzata nel modello originale UCSD ed entrambi i valori $V_{Rd,s}$ e $V_{Rd,s(a)}$ del modello rivisitato al variare di x/h .

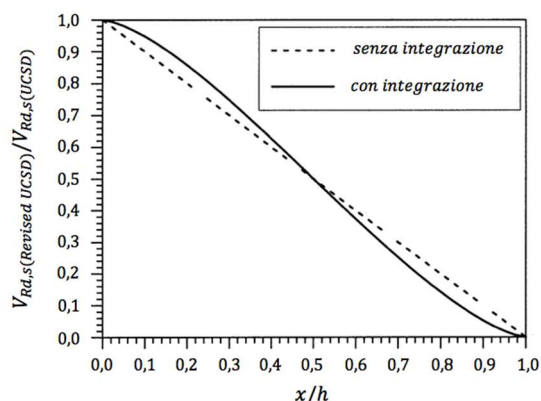


Figura 5.9 Rapporto tra la resistenza a taglio dovuta al meccanismo a traliccio ricavata con UCSD e Revised UCSD al variare di x/h

Si può notare come in entrambi i casi, all'aumentare della profondità dell'asse neutro, la componente di resistenza a taglio dovuta al meccanismo a traliccio diminuisca. Per il range di valori: $0,25 < x/h < 0,35$, la $V_{Rd,s}$ ricavata dal modello rivisitato è circa il 70-80% di quella del modello originale. Dal grafico precedente, si può vedere come la semplificazione adottata eliminando l'integrale con $V_{Rd,s(a)}$ sia molto vicina all'equazione esatta.

Sebbene tale formulazione sia stata sviluppata per colonne di tipo circolare, essa viene utilizzata anche per colonne con sezione rettangolare nella seguente forma modificata:

$$V_{Rd,s} = \rho_w b_w (d - x) f_{yw} \cot \theta \quad (5.26)$$

con:

ρ_w la percentuale di armatura trasversale;

b_w la larghezza dell'anima

d l'altezza effettiva.

MECCANISMO RESISTENTE LEGATO AL CALCESTRUZZO

È ragionevole ritenere che la resistenza a taglio sia migliore per colonne con basso rapporto di forma, essendo migliore, in questi casi, l'effetto di confinamento di elementi contigui. Quest'ultimo effetto, però, non venne considerato nel modello UCSD originale se non per il fatto che la componente di resistenza del carico assiale $V_{Rd,n}$ aumenta al diminuire della lunghezza della colonna.

Inoltre, è ragionevole ritenere che una minore percentuale di armatura longitudinale comporti una diminuzione del taglio resistente del calcestruzzo, questo per tre ragioni:

- l'effetto spinotto dovuto all'armatura longitudinale diminuisce se sono presenti meno barre di piccolo diametro;
- la distribuzione delle fessure, inferiori e più spaziate fra loro, porta ad una diminuzione dell'effetto di ingranamento degli inerti;
- la diminuzione della zona compressa di calcestruzzo, risultante dalla ridotta percentuale di armatura longitudinale, porta a una diminuzione del taglio trasmesso da tale zona.

Questo aspetto che è stato trascurato nella determinazione della componente di resistenza a taglio attribuita al calcestruzzo nel modello UCSD, è stato invece considerato nel modello Revised UCSD:

$$V_{Rd,c} = \alpha\beta\gamma(\mu_{\Delta})\sqrt{f_c'}(0,8A_c) \quad (5.27)$$

dove:

$1 \leq \alpha = 3 - \frac{M}{Vh} \leq 1,5$ è un coefficiente che tiene in conto del rapporto di luce di taglio della colonna essendo infatti $\frac{M}{Vh} = \frac{L_v}{h}$ con M e V , rispettivamente, momento e taglio nella sezione critica ed h l'altezza della sezione e L_v è la luce di taglio ed indica la misura della distanza tra il punto in cui si realizza il massimo momento flettente ed il punto in cui il momento si annulla

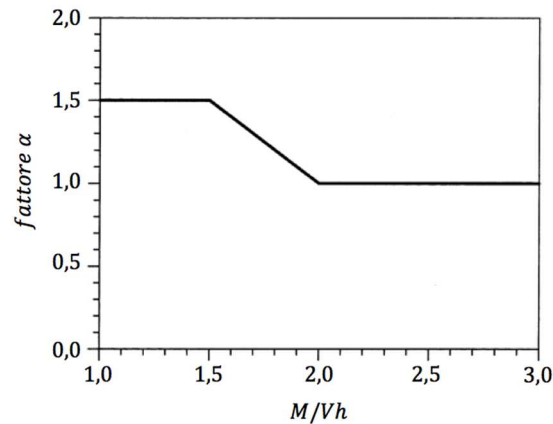


Figura 5.10 Fattore α – Revised UCSD

In particolare, secondo il coefficiente α il contributo fornito dal calcestruzzo diminuisce all'aumentare del rapporto di luce di taglio.

$\beta = 0,5 + 20\rho_{l,tot} \leq 1$ è un coefficiente che tiene in conto della percentuale di armatura longitudinale;

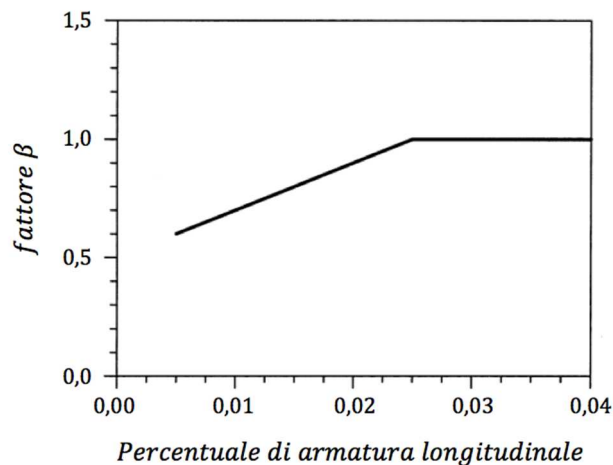


Figura 5.11 Fattore β – Revised UCSD

$\gamma(\mu_{\Delta})$ è il fattore di riduzione della resistenza a taglio del calcestruzzo dovuta all'aumento della domanda di duttilità in spostamento μ_{Δ} ; già presente nel modello originale ma rivisitato nel modo seguente:

$$0,05 \leq \gamma(\mu_{\Delta}) \leq 0,28$$

$$\gamma(\mu_{\Delta}) = \frac{1,07 - 0,115\mu_{\Delta}}{3} \quad (5.28)$$

Anche per il contributo del calcestruzzo, la formulazione sviluppata per colonne circolari, può essere modificata nel modo seguente se utilizzata per colonne rettangolari:

$$0,8A_c = b_w d \quad (5.29)$$

con:

b_w la larghezza dell'anima

d l'altezza effettiva.

5.3.3 Modello di Biskinis et al. (2004)

Per indagare il degrado della resistenza a taglio sotto carico ciclico Biskinis ha considerato due possibili modelli di capacità allo scopo di vedere quale fosse più adatto a fittare i risultati di un esteso set di prove sperimentali. Il carico ciclico infatti è causa di diversi meccanismi di decadimento della resistenza a taglio, ad esempio:

- la graduale diminuzione dell'effetto di ingranamento degli inerti lungo le fessure diagonali dovuta alla diminuzione dell'attrito tra i lembi della fessura;
- la diminuzione dell'effetto spinotto per l'accumulo di deformazioni anelastiche nell'armatura longitudinale;
- lo svilupparsi di fessure flessionali lungo tutto lo spessore dell'elemento e la successiva riduzione del contributo alla resistenza a taglio della zona compressa di calcestruzzo.

Questi modelli si basano sullo studio e rielaborazioni della più grande banca dati disponibile all'epoca di test ciclici su elementi che collassano per trazione diagonale dopo lo snervamento a flessione.

Inizialmente è stato utilizzato un database contenente 239 prove di elementi in c.a.:

- 53 prove su colonna con sezione circolare;
- 161 prove su colonne rettangolari/quadrate;
- 6 prove su pareti;
- 19 prove su pilastri con sezione cava o a T.

della quali, 30 prove rappresentative degli elementi privi di dettagli sismici, ovvero elementi non conformi:

- 1 colonna a sezione circolare;
- 25 elementi rettangolari;
- 4 pilastri con sezione cava.

Le 239 prove sono state incluse nel database perché caratterizzate da rottura fragile per taglio o taglio/flessione in seguito alla plasticizzazione duttile a flessione. Nel caso in cui la modalità di rottura non fosse riportata o non chiara, sono stati considerati i seguenti criteri:

1. Il valore del momento di snervamento sperimentale non doveva essere significativamente inferiore al momento di snervamento stimato;
2. Il valore della freccia finale sperimentale doveva essere inferiore al valore calcolato per rottura a flessione;
3. I test venivano considerati sole se sulla base di predizioni con i modelli al momento noti (e.g. Revised UCSD) la rottura poteva essere ricondotta ad una rottura per taglio.

In entrambi i modelli riportati, il degrado della resistenza a taglio ciclica V_{Rd} è governato dal coefficiente $\mu_{\Delta}^{pl} = \mu_{\Delta} - 1$ che rappresenta la parte plastica della domanda di duttilità e viene espressa in termini di rotazione rispetto alla corda all'estremità della membratura. Tale valore, μ_{Δ}^{pl} viene assunto pari al rapporto della parte plastica della rotazione rispetto alla corda normalizzata alla rotazione rispetto alla corda a snervamento, θ_y :

$$\mu_{\Delta}^{pl} = \mu_{\Delta} - 1 = \frac{\theta - \theta_y}{\theta_y} = \frac{\theta}{\theta_y} - 1 \quad (5.30)$$

L'utilizzo della parte plastica della rotazione a differenza degli altri modelli (UCSD e Revised UCSD) ha consentito di ridurre l'aleatorietà dei risultati sperimentali legati alla determinazione del valore di spostamento/ rotazione a snervamento (che invece risulta presente nei modelli UCSD e Revised UCSD), aleatorietà ulteriormente ridotta dal fatto che nella valutazione di μ_{Δ}^{pl} viene utilizzato il valore di θ_y calcolato e non sperimentale.

Per colonne con sezione circolare o rettangolare il valore della rotazione rispetto alla corda a snervamento è valutato come:

$$\theta_y = \phi_y \frac{L_v + a_v z}{3} + 0,0013 \left(1 + 1,5 \frac{h}{L_v} \right) + a_{sl} \frac{0,13 \phi_y d_b f_y}{\sqrt{f'_c}} \quad (5.31)$$

Relazione del tutto analoga a quelle riportate in (2.5) e (2.6), ora utilizzate rispettivamente dalla normativa italiana e da EC8 per il calcolo di tale rotazione, con la differenza che qui compare in esplicito il coefficiente a_{sl} che vale 1 in caso sia possibile il pull-out delle barre longitudinali nella zona di ancoraggio (e quindi ci sia scorrimento), 0 se in caso contrario. Per gli altri simboli si fa riferimento al solito significato:

ϕ_y rappresenta la curvatura a snervamento;

L_v è la luce di taglio;

h è l'altezza totale della sezione (viene sostituita con il diametro D per sezioni circolari);

f_y ed f'_c [MPa] sono, rispettivamente, la tensione di snervamento dell'acciaio e la resistenza a compressione del calcestruzzo;

d_b è il diametro (medio) dell'armatura a trazione;

$a_v z$ rappresenta la traslazione del diagramma di momento flettente dovuto alla fessurazione diagonale, con z è il braccio delle forze interne pari all'altezza dell'armatura a trazione meno l'altezza dell'armatura a compressione rispetto alla fibra estrema di compressione della sezione; e a_v è pari a 0, se $V_{Rd,c} \geq V_{My} = M_y/L_v$, ovvero se non ci si aspetta che la fessurazione per taglio preceda lo snervamento per flessione nella sezione di estremità (cioè quando il momento a snervamento, M_y , non supera il prodotto di L_v volte la resistenza a taglio, $V_{Rd,c}$); risulta uguale a 1, se $V_{Rd,c} < V_{My} = M_y/L_v$, ovvero nel caso contrario.

In entrambi i modelli sviluppati da Biskinis et al., l'effetto del carico assiale di compressione N alla resistenza a taglio viene considerato separatamente, come nella formulazione del modello UCSD e Revised UCSD secondo la relazione:

$$V_{Rd,n} = N \cdot \tan \alpha = \frac{h - x}{2L_v} N \quad (5.32)$$

con:

x l'altezza della zona compressa della sezione (profondità dell'asse neutro);

N è la forza assiale di compressione positiva (presa uguale a zero in caso di trazione);

Il contributo dell'armatura trasversale alla resistenza a taglio è:

- per sezioni trasversali con anima rettangolare di spessore b_w :

$$V_{Rd,s} = \rho_w b_w z f_{yw} \cot \theta \quad (5.33)$$

dove:

ρ_w è il rapporto di armatura trasversale;

f_{yw} è la resistenza a snervamento dell'armatura trasversale.

- per sezioni trasversali circolari:

$$V_{Rd,s} = \frac{\pi A_{sh}}{2s} f_{yw} (D - 2c) \cot \theta \quad (5.34)$$

dove:

D è il diametro della sezione circolare;

A_{sh} è l'area della sezione trasversale di una staffa circolare;

s è la distanza tra le staffe misurata dal baricentro;

c è il copriferro.

L'angolo di inclinazione θ , in entrambe le equazioni di $V_{Rd,s}$ viene preso pari a 45° come nell'analogia classica del traliccio di Ritter-Mösch. Biskinis et al. hanno dimostrato come, nel caso di azione sismica, l'analogia classica si presti meglio a descrivere il fenomeno rispetto al modello di traliccio con inclinazione variabile.

Nel PRIMO MODELLO proposto da Biskinis et al. solamente il contributo dovuto al calcestruzzo degrada all'aumentare delle deformazioni cicliche in campo anelastico. A partire dalle prove sperimentali svolte si sono considerati i parametri risultati significativi dal punto di vista statistico, in assenza o in presenza di armatura trasversale:

- *rapporto di luce di taglio*, che riflette il meccanismo ad arco della resistenza a taglio;
- *resistenza del calcestruzzo* f'_c , nella forma $\sqrt{f'_c}$;
- *percentuale di armatura longitudinale* che riflette l'effetto "spinotto" (non solo l'armatura a trazione, ma l'armatura totale della sezione finale che è coerente con il carattere ciclico del carico).

L'espressione che è stata derivata sperimentalmente per la resistenza a taglio ciclica V_{Rd} , in questo primo modello proposto, è data in [MN,m]:

$$V_{Rd} = \frac{h-x}{2L_v} \min(N; 0,55A_{cv}f'_c) + 0,16 \left(1 - 0,095 \min(4,5; \mu_{\Delta}^{pl}) \right) \cdot \max(0,5; 100\rho_{l,tot}) \left(1 - 0,16 \min\left(5; \frac{L_v}{h}\right) \right) \cdot \sqrt{f'_c} A_{cv} + V_{Rd,s} \quad (5.35)$$

Essendo

A_{cv} l'area della sezione trasversale di calcestruzzo data da:

- $b_w d$ per sezione rettangolare di spessore b_w e altezza strutturale d ;
- $\pi D_c^2 / 4$ (con $D_c = D - 2c - \phi_w$ il diametro del nucleo di calcestruzzo interno alle staffe con ϕ_w il diametro delle staffe);

$\rho_{l,tot}$ è la percentuale geometrica di armatura longitudinale.

Nel SECONDO MODELLO proposto da Biskinis et al. sia il contributo del calcestruzzo alla resistenza a taglio, sia quello dell'armatura trasversale degradano con le deformazioni cicliche in campo anelastico.

L'equazione che ne deriva, per la resistenza tagliante, è la seguente:

$$V_{Rd} = \frac{h-x}{2L_v} \min(N; 0,55A_{cv}f'_c) + \left(1 - 0,05\min(5; \mu_{\Delta}^{pl})\right) \cdot \left[0,16\max(0,5; 100\rho_{l,tot}) \left(1 - 0,16\min\left(5; \frac{L_v}{h}\right)\right) \cdot \sqrt{f'_c} A_{cv} + V_{Rd,s}\right] \quad (5.36)$$

Dal confronto dei risultati ottenuti utilizzando le equazioni riportate per i due modelli e i risultati sperimentali si arriva a dire che entrambi i modelli di Biskinis et al. si adattano bene ai risultati delle prove svolte, che rientrano nel seguente range di valori dei parametri:

- $-0,01 \leq \frac{N}{A_{cv}f_{ck}} \leq 0,85$;
- $0,5 \leq \frac{L_v}{h} \leq 6$;
- $0,55\% \leq \rho_{l,tot} \leq 5,5\%$;
- $13MPa \leq f'_c \leq 113MPa$;
- $1,0 \leq \mu_{\Delta} \leq 9,5$.

Il modello 2 consente un fitting leggermente migliore, inoltre sulla base delle prove analizzate, anche se caratterizzate da domande di duttilità in spostamento non troppo elevate, Biskinis ha osservato come non si abbia più degrado di resistenza per valori di $\mu_{\Delta} > 6$ circa.

Sulla base dei risultati sperimentali su colonne tozze ($L_v/h \leq 2$) Biskinis propose un ulteriore modello valido per elementi la cui resistenza a taglio è controllata dalla diagonale compressa:

$$V_{Rd} = \frac{4}{7} \left(1 - 0,02\min(5; \mu_{\Delta}^{pl})\right) \cdot \left(1 + 1,35 \frac{N}{A_{cv}f'_c}\right) (1 + 0,45 \cdot 100\rho_{l,tot}) \cdot \sqrt{\min(f'_c; 40)} b_w z \cdot \sin 2\delta \quad (5.37)$$

dove

δ è l'angolo tra la diagonale compressa e l'asse della colonna ($\tan\delta = h/2L_v$) e le grandezze sono espresse in [MN,m].

5.3.4 Modello di Sezen e Moehle (2004)

Di particolare interesse, nello studio effettuato da Sezen e Moehle, è il calcolo della resistenza a taglio sotto carico ciclico di colonne in c.a. con insufficiente o inadeguata armatura trasversale, situazione spesso frequente negli edifici esistenti. Questo studio riguarda i dettagli caratteristici delle colonne di edifici esistenti in c.a. costruiti prima della metà degli '70 nella zona sismicamente attiva della costa occidentale degli Stati Uniti.

Per lo sviluppo di tale modello Sezen e Moehle utilizzarono un database di 51 colonne con le seguenti caratteristiche:

- sezione rettangolare;
- debolmente armate a taglio;

- sottoposte a carico ciclico;
- aventi rottura per taglio o taglio/flessione.

Inoltre, le prove selezionate per il database soddisfano i seguenti requisiti:

- rapporto di forma della colonna: $2,0 \leq \frac{L_v}{d} \leq 4,0$;
- resistenza a compressione del calcestruzzo: $13MPa \leq f'_c \leq 45MPa$;
- tensione di snervamento dell'acciaio di armatura: $300MPa \leq f_{yw} \leq 650MPa$;
- rapporto geometrico di armatura longitudinale: $0,01 \leq \rho_{l,tot} \leq 0,04$;
- indice di armatura trasversale: $0,01f'_c \leq \rho_w f_{yw} \leq 0,12f'_c$.

La resistenza a taglio del c.a. viene considerata composta da due contributi distinti che vengono illustrati nel seguito:

- il contributo del calcestruzzo;
- il contributo dell'armatura trasversale.

Per quanto riguarda la valutazione del contributo del calcestruzzo si parte da determinare la tensione principale di trazione che corrisponde alla fessurazione dell'elemento. Assumendo che il carico agisca lungo gli assi x-y, la tensione principale σ_1 viene definita dalla relazione seguente:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad (5.38)$$

nella quale:

σ_x, σ_y sono le tensioni normali, rispettivamente, lungo le direzioni x e y;

τ è la tensione tangenziale agente in direzione normale rispetto agli assi.

In una colonna in c.a. si assume che σ_x corrisponda alla tensione normale nella direzione della forza di taglio e quindi che sia nulla. Questo basato sull'assunzione che l'effetto di confinamento dell'armatura a taglio sia molto piccolo. Di conseguenza, σ_y corrisponde alla tensione normale parallela all'asse longitudinale della colonna e viene definita come $-N/A_c$.

Assumendo che la tensione di fessurazione venga raggiunta quando σ_1 raggiunge la resistenza a trazione nominale $f_{ct} = 0,5\sqrt{f'_c}$ MPa, è possibile ricavare, dall'equazione scritta in precedenza, il valore della tensione tangenziale che corrisponde all'inizio della formazione delle fessure in [MPa]:

$$\tau = 0,5\sqrt{f'_c} \sqrt{1 + \frac{N}{0,5\sqrt{f'_c}A_c}} \quad (5.39)$$

Il valore di tensione di taglio, ricavato da quest'ultima equazione, aumenta ovviamente all'aumentare del livello del carico assiale. Essendo lo stato di tensione nelle colonne di c.a. sottoposte a carico assiale e laterale complicato dalla natura non omogenea del calcestruzzo armato e dalla presenza di fessure flessionali, il valore così ottenuto per la tensione tangenziale fornisce una sovrastima della tensione di fessurazione; soprattutto per le colonne con elevato rapporto L_v/d dove la fessurazione flessionale diventa predominante.

Sulla base della (5.7) utilizzando un'area effettiva di calcestruzzo pari a $0,8A_c$, il contributo del calcestruzzo alla resistenza a taglio diventa in [MPa]:

$$V_{Rd,c} = \frac{0,5\sqrt{f'_c}}{L_v/d} \sqrt{1 + \frac{N}{0,5\sqrt{f'_c}A_c}} 0,8A_c \quad (5.40)$$

Per quanto riguarda il contributo dell'armatura trasversale secondo i dati sperimentali, approssimativamente, la resistenza a taglio cresce all'aumentare dell'armatura trasversale.

I modelli classici a traliccio definiscono la resistenza attribuita all'armatura trasversale come:

$$V_{Rd,s} = \alpha A_{sw} f_{yw} d / s \quad (5.41)$$

nella quale $\alpha = \cot\theta$ e l'angolo θ può assumere diversi valori. Nell'analogia classica del traliccio di Mörsch $\theta = 45^\circ$, mentre, ad esempio, nel modello UCSD di Priestley et al. viene utilizzato un angolo di $\theta = 30^\circ$.

Per identificare l'effettivo valore di α , Sezen e Moehle si sono basati sull'assunzione che la resistenza a taglio complessiva è data dalla somma del contributo del calcestruzzo $V_{Rd,c}$ e del contributo dell'armatura trasversale $V_{Rd,s}$ ed hanno valutato come varia la differenza $V_{Exp} - V_{Rd,c} = V_{Rd,s}$, con V_{Exp} pari alla resistenza finale a taglio ottenuta mediante le prove di laboratorio, in funzione di $A_{sw} f_{yw} d / s$, entrambe rapportate al prodotto $b_w d$ in modo tale da ottenere delle tensioni, come riportato in Figura 5.12.

Sulla base dei risultati ottenuti hanno osservato come la retta con coefficiente angolare uguale a 1 rappresentata dalla linea tratteggiata in Figura 5.12 può essere convenientemente adottata per descrivere l'evidenza sperimentale. Nello studio quindi hanno scelto di assumere $\alpha = \cot\theta = 1$, il che equivale ad assumere che l'angolo sia $\theta = 45^\circ$. Perciò il contributo dell'armatura trasversale risulta pari a:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw} f_{yw} d}{s} \quad (5.42)$$

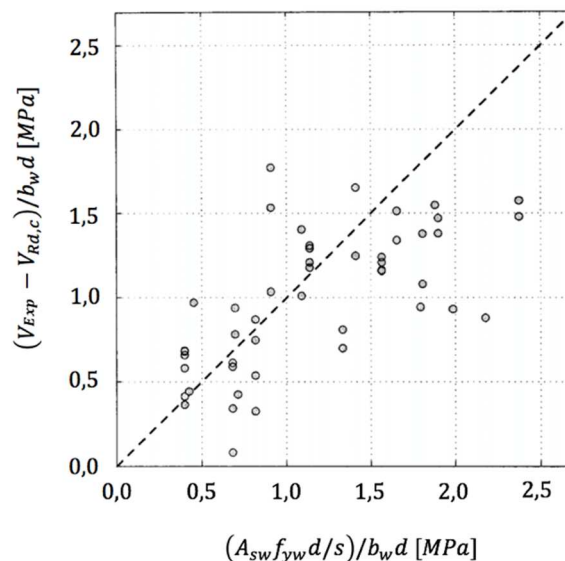


Figura 5.12 Resistenza a taglio fornita dall'armatura trasversale $(V_{Exp} - V_{Rd,c}) / b_w d$ contro $(A_{sw} f_{yw} d / s) / b_w d$

Attraverso l'utilizzo del Database è stata anche investigata la relazione esistente tra la resistenza a taglio e la domanda di duttilità. Si è osservata una riduzione della resistenza tagliante all'aumentare della domanda di duttilità e questo ha condotto all'introduzione di un coefficiente γ che tiene conto di questo.

In questo modello gli autori hanno deciso di applicare tale coefficiente ed entrambi i contributi sia del calcestruzzo sia dell'armatura; questo perché un danno nel calcestruzzo comporta anche una perdita di ancoraggio dell'armatura longitudinale e trasversale e dunque, una diminuzione del suo contributo alla resistenza a taglio. I dati disponibili non hanno permesso, però, di identificare chiaramente quanta degrado di resistenza a taglio è da attribuire ai due contributi, del calcestruzzo e dell'acciaio, presi singolarmente; per questo, il coefficiente collegato alla duttilità γ è stato applicato equamente ad entrambi.

Il modello proposto per la resistenza a taglio di colonne in c.a. con sezione rettangolare e sottoposte a carico ciclico è dato da:

$$V_{Rd} = \gamma \frac{A_{sw} f_{yw} d}{s} + \gamma \left(\frac{0,5\sqrt{f'_c}}{L_v/d} \sqrt{1 + \frac{N}{0,5\sqrt{f'_c} A_c}} \right) 0,8A_c \quad (5.43)$$

In particolare, il coefficiente γ è:

- pari a 1 per $\mu_\Delta \leq 2$;
- pari a 0,7 per $\mu_\Delta \geq 6$;
- variabile linearmente per $2 < \mu_\Delta < 6$.

5.4 Compression-Field Theory

Lo sviluppo della "Compression-Field Theory" (CFT), prima per la torsione (Mitchell e Collins 1974) e poi per il taglio (Collins 1978), ha permesso il calcolo dell'angolo di inclinazione θ delle bielle compresse in maniera razionale. Tale metodo, che nella versione originale non considerava le tensioni di trazione nel calcestruzzo, venne poi modificato e semplificato nelle formulazioni riportate di seguito.

5.4.1 Modified Compression-Field Theory (MCFT)

Il "Modified Compression Field Theory" è un modello analitico, sviluppato a partire da prove sperimentali da Frank J. Vecchio e Michael P. Collins capace di predire la risposta carico-deformazione di elementi in cemento armato soggetti a taglio nel proprio piano e tensioni membranali mediante la formulazione di un opportuno elemento membranale.

In esso, il calcestruzzo fessurato viene trattato come un nuovo materiale con le proprie caratteristiche di tensione e deformazione.

La sostanziale differenza tra il Modified Compression Field Theory e il CFT (Compression Field Theory) è che, nel MCFT l'equilibrio, compatibilità e relazioni tensione-deformazione vengono formulate in termini di tensioni medie e deformazioni medie e si tiene in conto delle tensioni principali di trazione che si hanno nel calcestruzzo tra le fessure, tensioni che venivano assunte pari a zero, in seguito alla fessurazione, nella teoria classica.

Per validare il modello sono state svolte una serie di prove sperimentali in elementi in c.a. sottoposti a diverse condizioni di carico ad esempio:

- taglio puro;
- compressione uniassiale;
- combinazione di compressione biassiale e taglio;
- taglio ciclico, ecc.

variandone anche l'entità del carico.

FORMULAZIONE DELL' ELEMENTO MEMBRANALE

Si consideri un elemento membranale di piccole dimensioni, con spessore uniforme e una griglia di armature ortogonali e con gli assi, longitudinale (x) e trasversale (y), coincidenti con le direzioni delle armature, come mostrato in Figura 5.13:

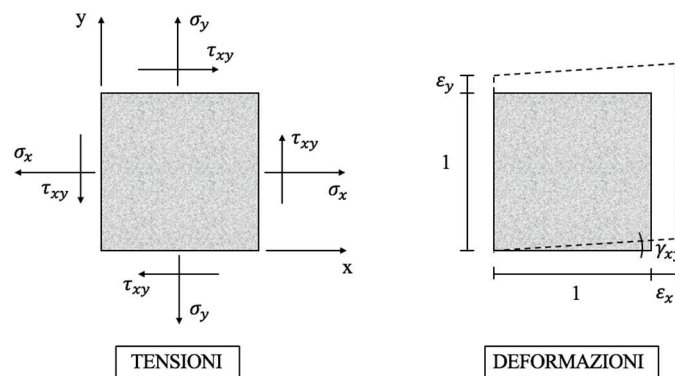


Figura 5.13 Elemento membranale

Le tensioni agenti nel piano xy sono date da:

- tensioni normali uniformi σ_x e σ_y ;
- tensione tangenziale uniforme τ_{xy} .

Viene assunto che tale elemento si deformi mantenendo i suoi lati paralleli e rettilinei con:

- dilatazioni lineari ϵ_x ed ϵ_y ;
- scorrimento angolare γ_{xy} .

Il problema consiste nel terminare come le tre tensioni nel piano σ_x , σ_y e τ_{xy} siano correlate con le tre deformazioni nel piano ϵ_x , ϵ_y e γ_{xy} . Per fare ciò, vengono assunte delle ulteriori ipotesi:

- ad ogni stato di tensione corrisponde un solo stato di deformazione (non vengono trattati i casi in cui l'influenza della storia di carico è rilevante);
- tensioni e deformazioni possono essere valutate in termini di valore medio se riferite ad aree o distanze sufficientemente grandi da includere diverse fessure;
- il calcestruzzo e le barre di armatura trasversale sono perfettamente vincolati tra loro agli estremi dell'elemento;
- le barre longitudinali e trasversali di armatura sono distribuite uniformemente sull'elemento.

Inoltre, tensioni e deformazioni di trazione vengono trattate come quantità positive, mentre vengono assunte negative se di compressione.

Avendo assunto che l'armatura sia ancorata al calcestruzzo l'armatura (non pretesa) presenta la stessa deformazione del calcestruzzo che la circonda, quindi:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sx} &= \varepsilon_{cx} = \varepsilon_x \\ \varepsilon_{sy} &= \varepsilon_{cy} = \varepsilon_y \end{aligned} \tag{5.44}$$

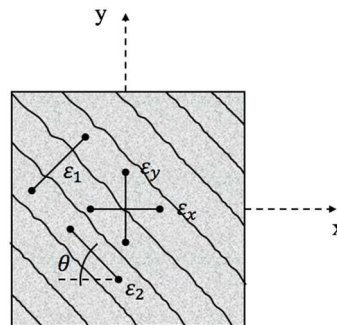


Figura 5.14 Deformazioni medie in un elemento fessurato

Note le tre componenti di deformazione $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ e γ_{xy} , la deformazione in ogni altra direzione può essere ricavata per via geometrica. Utilizzando il cerchio di Mohr, Figura 5.15, per le deformazioni si possono ricavare le seguenti relazioni:

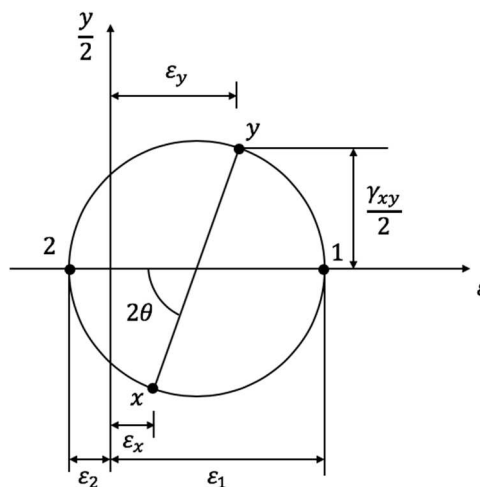


Figura 5.15 Cerchio di Mohr per le deformazioni medie

$$\gamma_{xy} = \frac{2(\varepsilon_x - \varepsilon_2)}{\tan\theta} \tag{5.45}$$

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \tag{5.46}$$

e

$$\tan^2\theta = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_2}{\varepsilon_y - \varepsilon_2} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_y}{\varepsilon_1 - \varepsilon_x} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_y}{\varepsilon_y - \varepsilon_2} = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 - \varepsilon_x} \tag{5.47}$$

dove:

ε_1 è la deformazione principale di trazione;

ε_2 è la deformazione principale di compressione.

Le forze applicate all'elemento di cemento armato vengono contrastate dalle tensioni nel calcestruzzo e nell'armatura. Con riferimento a quanto riportato in Figura 5.16, l'equilibrio in direzione xsi può scrivere come:

$$\int \sigma_x dA = \int \sigma_{cx} dA_c + \int \sigma_{sx} dA_s \quad (5.48)$$

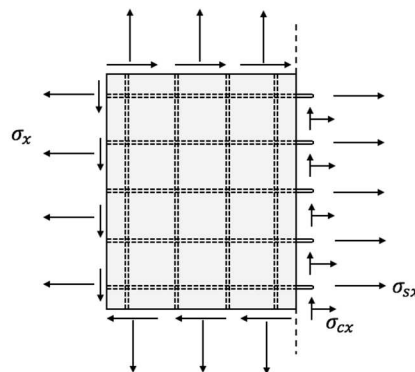


Figura 5.16 Rappresentazione di una parte dell'elemento con evidenziate le tensioni presenti

Trascurando la piccola riduzione dell'area di calcestruzzo dovuta alla presenza in esso delle barre di armatura, l'equazione precedente può essere riscritta come:

$$\sigma_x = \sigma_{cx} + \rho_{sx} \sigma_{sx} \quad (5.49)$$

Allo stesso modo si ricavano le altre condizioni di equilibrio:

$$\begin{aligned} \sigma_y &= \sigma_{cy} + \rho_{sy} \sigma_{sy} \\ \tau_{xy} &= \tau_{cx} + \rho_{sx} \tau_{sx} \\ \tau_{xy} &= \tau_{cy} + \rho_{sy} \tau_{sy} \end{aligned} \quad (5.50)$$

Assumendo che $\tau_{cx} = \tau_{cy} = \tau_{cxy}$, le tensioni nel calcestruzzo sono completamente determinate una volta che σ_{cx} , σ_{cy} e τ_{cxy} sono note.

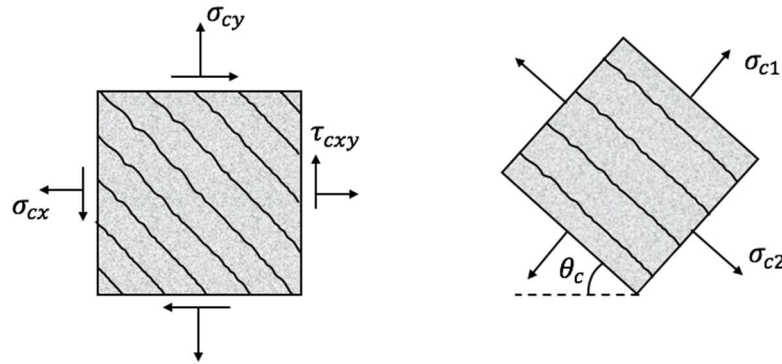


Figura 5.17 Tensioni medie (a sx) e tensioni principali (a dx) nel calcestruzzo

Il cerchio di Mohr per le tensioni del calcestruzzo, inoltre, fornisce le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} \sigma_{cx} &= \sigma_{c1} - \tau_{cxy} / \tan\theta_c \\ \sigma_{cy} &= \sigma_{c1} - \tau_{cxy} \cdot \tan\theta_c \end{aligned} \tag{5.51}$$

e

$$\sigma_{c2} = \sigma_{c1} - \tau_{cxy} \cdot (\tan\theta_c + 1/\tan\theta_c) \tag{5.52}$$

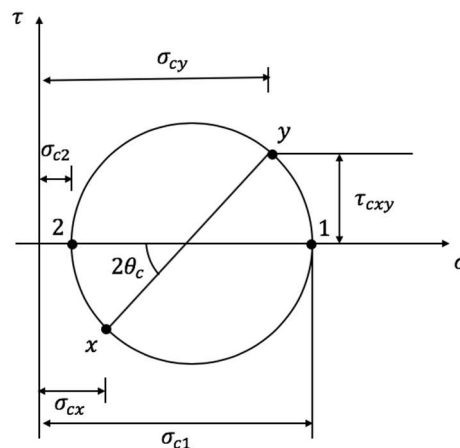


Figura 5.18 Cerchio di Mohr per le tensioni medie

RELAZIONI TENSIONE-DEFORMAZIONE

Sono introdotte delle relazioni costitutive per collegare tensioni medie a deformazioni medie, sia per il calcestruzzo che per l'armatura; assumendole indipendenti le une dalle altre anche se in realtà non lo sono completamente, per mantenere la semplicità del modello. Queste relazioni possono differire significativamente dalle usuali relazioni tra tensione locale-deformazione locale determinate mediante test standard sui materiali.

La tensione assiale nell'armatura viene assunta essere dipendente da un solo parametro di deformazione, la deformazione assiale nell'armatura.

Come rappresentato in Figura 5.19 per l'armatura vale la relazione bilineare uniassiale tensione-deformazione:

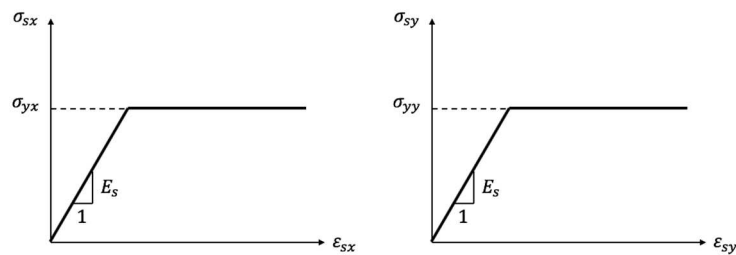


Figura 5.19 Relazione tensione-deformazione per l'armatura

$$\begin{aligned}\sigma_{sx} &= E_s \cdot \varepsilon_x \leq \sigma_{yx} \\ \sigma_{sy} &= E_s \cdot \varepsilon_y \leq \sigma_{yy}\end{aligned}\quad (5.53)$$

$$\tau_{sx} = \tau_{sy} = 0 \quad (5.54)$$

Per quanto riguarda il calcestruzzo, viene assunto che gli assi principali di tensione coincidano con gli assi principali di deformazione:

$$\theta_c = \theta \quad (5.55)$$

Per completare il modello, sono richieste relazioni tra:

- la tensione principale di compressione e la deformazione principale di compressione;
- la tensione principale di trazione e la deformazione principale di trazione.

Per ottenere queste relazioni si sono svolte delle prove sperimentali.

I provini utilizzati per le prove avevano forma quadrata con lato di 890 mm e spessore di 70 mm, essi vennero rinforzati con due strati di rete metallica saldata, parallela ai bordi dell'elemento. Le reti metalliche lisce tipicamente erano caratterizzate da una maglia di 50 mm, erano trattate termicamente e mostravano una risposta di tipo duttile. Era previsto un copriferro di 6 mm per le barre di armatura longitudinale e una dimensione massima dell'aggregato di 6 mm.

Come è possibile vedere dalla Figura 5.20, cinque "chiavi di taglio" in acciaio erano fissate in ognuno dei quattro bordi del provino e furono ancorate al calcestruzzo con dei connettori a taglio (pioli). I provini vennero caricati mediante forze applicate alle chiavi di taglio, utilizzando 37 martinetti idraulici a doppia-azione e una rete di collegamenti; per ospitare tale composizione venne realizzato un telaio di reazione con sezione scatolare in acciaio. Inoltre, venne previsto un telaio di supporto laterale per resistere a qualsiasi spostamento al di fuori del piano dei provini. Qualsiasi combinazione di taglio e tensione o compressione potevano essere applicati ai campioni di prova variando l'ampiezza e la direzione delle forze in vari gruppi di collegamento.

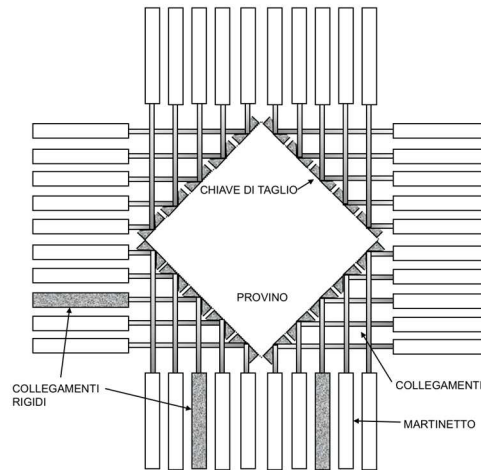


Figura 5.20 Particolare della prova sperimentale

Nei test, sono stati applicati valori noti di tensione al cemento armato (σ_x , σ_y e τ_{xy}) e le risultanti deformazioni sono state misurate (ε_x , ε_y e γ_{xy}). Le tensioni medie nell'armatura sono state determinate dalle deformazioni misurate nelle direzioni longitudinale e trasversale delle caratteristiche misurate di tensione-deformazione dell'armatura. Usando queste tensioni dell'armatura insieme alle note tensioni normali applicate esternamente, le tensioni medie del calcestruzzo in direzione longitudinale e trasversale sono state calcolate dall'equilibrio delle equazioni (5.49) e (5.50). Conoscendo la tensione di taglio agente sull'elemento, inoltre, sono stati determinati i rimanenti parametri di tensione del calcestruzzo. Sulla base di queste prove si è valutata la risposta in termini di tensione media-deformazione media del calcestruzzo.

A questo fine, anche se, la direzione principale delle deformazioni nel calcestruzzo non coincide perfettamente con la direzione principale delle tensioni si è assunto che esse siano coincidenti. In seguito alle prove eseguite, la tensione di compressione principale nel calcestruzzo σ_{c2} venne trovata essere funzione non solo della deformazione di compressione principale ε_2 ma anche della coesistente deformazione principale di trazione ε_1 . Quindi, il calcestruzzo fessurato soggetto ad alte tensioni in direzione normale alla compressione è più debole del calcestruzzo sottoposto a test standard su provino cilindrico. La relazione suggerita è data da:

$$\sigma_{c2} = \sigma_{c2max} \left[2 \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon'_c} \right) - \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon'_c} \right)^2 \right] \quad (5.56)$$

con ε'_c una quantità negativa, normalmente pari a -0,002 e dove:

$$\frac{\sigma_{c2max}}{f'_c} = \frac{1}{0,8 - 0,34 \varepsilon_1/\varepsilon'_c} \leq 1,0 \quad (5.57)$$

rapporto che diminuisce all'aumentare di ε_1 e con f'_c , la massima tensione di compressione osservata in una prova cilindrica, una quantità negativa.

La relazione tra il valore medio della tensione principale di trazione e il valore medio della deformazione principale di trazione è più o meno lineare prima della fessurazione e dopo presenta un degrado del valore di σ_{c1} con l'aumentare di ε_1 .

Dunque, prima della fessurazione ($\varepsilon_1 \leq \varepsilon_{cr}$):

$$\sigma_{c1} = E_c \cdot \varepsilon_1 \tag{5.58}$$

dove E_c è il modulo di elasticità del calcestruzzo e può essere preso pari a $2f'_c/\varepsilon'_c$.

Mentre a seguito della fessurazione ($\varepsilon_1 > \varepsilon_{cr}$) si assume:

$$\sigma_{c1} = \frac{\sigma_{cr}}{1 + \sqrt{200\varepsilon_1}} \tag{5.59}$$

TRASMISSIONE DEGLI SFORZI ATTRAVERSO LE FESSURE

La formulazione descritta per deformazione e tensione, si riferisce ai valori medi di esse e non dà informazioni riguardo variazioni locali. In corrispondenza della fessura, le tensioni di trazione nell'armatura potrebbero essere maggiori di quelle medie, mentre tra le fessure potrebbero essere minori. Al contrario, le tensioni di trazione del calcestruzzo sono nulle in corrispondenza della fessura e maggiori del valore medio tra le fessure. Tali variazioni locali sono importanti perché riflettono la capacità dell'armatura di trasmettere tensioni attraverso le fessure.

Vengono quindi messe a confronto le tensioni medie calcolate con le tensioni locali in corrispondenza di una fessura:

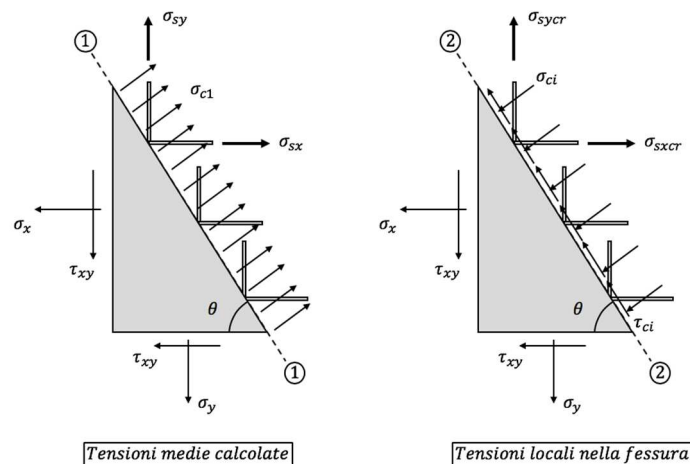


Figura 5.21 Confronto delle tensioni locali nella fessura con le tensioni medie calcolate

Mentre la tensione media tangenziale calcolata nel Piano 1 è pari a zero (in termini di tensioni medie è un piano principale) potrebbero esserci tensioni tangenziali locali nel Piano 2. Queste tensioni tangenziali τ_{ci} possono essere accompagnate da piccole tensioni normali locali σ_{ci} lungo la fessura. Essendo fissate le tensioni esterne applicate: σ_x , σ_y e τ_{xy} , i due set di tensioni mostrate in (5.13) devono essere staticamente equivalenti. Assumendo un'area unitaria per entrambi i Piani 1 e 2, la richiesta che i due set di tensioni producano la stessa forza in direzione x è la seguente:

$$\rho_{sx}\sigma_{sx}\text{sen}\theta + \sigma_{c1}\text{sen}\theta = \rho_{sx}\sigma_{sxcr}\text{sen}\theta - \sigma_{ci}\text{sen}\theta - \tau_{ci}\text{cos}\theta \tag{5.60}$$

che può essere riscritta come:

$$\rho_{sx}(\sigma_{sxcr} - \sigma_{sx}) = \sigma_{c1} + \sigma_{ci} + \tau_{ci}/\tan\theta \quad (5.61)$$

la stessa condizione per la direzione y:

$$\rho_{sy}\sigma_{sy}\cos\theta + \sigma_{c1}\cos\theta = \rho_{sy}\sigma_{sy-cr}\cos\theta - \sigma_{ci}\cos\theta - \tau_{ci}\sin\theta \quad (5.62)$$

che può essere riscritta come:

$$\rho_{sy}(\sigma_{sy-cr} - \sigma_{sy}) = \sigma_{c1} + \sigma_{ci} - \tau_{ci}\tan\theta \quad (5.63)$$

L'equilibrio delle due equazioni precedenti, senza tensione tangenziale e senza tensioni normali nella fessura, è soddisfatto solo se:

$$\rho_{sx}(\sigma_{sxcr} - \sigma_{sx}) = \rho_{sy}(\sigma_{sy-cr} - \sigma_{sy}) = \sigma_{c1} \quad (5.64)$$

Inoltre, se la tensione media calcolata è elevata in entrambe le armature, potrebbe non soddisfare l'equazione (5.64). In tale caso, l'equilibrio richiederà la presenza di tensioni tangenziali nella fessura.

Per la maggioranza di calcestruzzi, la fessurazione si avrà lungo l'interfaccia tra il cemento e gli aggregati e le fessure risultanti saranno in grado di trasferire il taglio secondo l'effetto di ingranamento degli inerti.

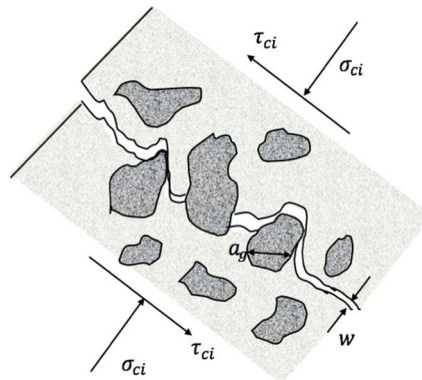


Figura 5.22 Trasmissione delle tensioni di taglio lungo le fessure per ingranamento degli inerti

La relazione tra la tensione tangenziale lungo la fessura τ_{ci} , la sua larghezza w e la tensione normale necessaria nella fessura σ_{ci} è stata investigata da molti studiosi tra cui Walraven da cui deriva la seguente relazione:

$$\tau_{ci} = 0,18\tau_{cimax} + 1,64\sigma_{ci} - 0,82\frac{\sigma_{ci}^2}{\tau_{cimax}} \quad (5.65)$$

dove:

$$\tau_{cimax} = \frac{\sqrt{-f'_c}}{0,31 + 24w/(a_g + 16)} \quad (5.66)$$

con a_g pari alla dimensione massima dell'aggregato in [mm] e le tensioni in [MPa].

La larghezza w della fessura è data dalla larghezza media sulla superficie della fessura e può essere presa come il prodotto della deformazione principale e dello spazio tra le fessure:

$$w = \varepsilon_1 \cdot s_\theta \tag{5.67}$$

con:

$$s_\theta = \frac{1}{\frac{\sin\theta}{s_{mx}} + \frac{\cos\theta}{s_{my}}} \tag{5.68}$$

s_{mx} , s_{my} sono, rispettivamente, gli indicatori delle caratteristiche di controllo della fessura dell'armatura lungo x e lungo y.

Quindi, nel controllo delle tensioni in corrispondenza della fessura, una combinazione delle tensioni normale σ_{ci} e tangenziale τ_{ci} deve essere determinata per soddisfare l'equazione (5.63) attraverso la (5.66).

Se questo non è possibile, a causa dello snervamento dell'acciaio nella fessura, la tensione principale media calcolata σ_{c1} deve essere ridotta finché non diventa possibile una soluzione.

In sintesi, la Tabella 5.1 riporta le 15 equazioni usate nella MCFT con unità di misura [mm], [MPa] avendo assunto f'_c come grandezza positiva e indicato come τ la grandezza τ_{cxy} .

La risoluzione di tali equazioni a mano non è semplice, e necessitano in generale l'utilizzo di un programma di calcolo appropriato.

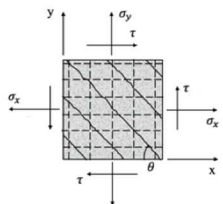
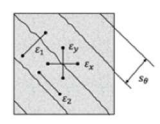
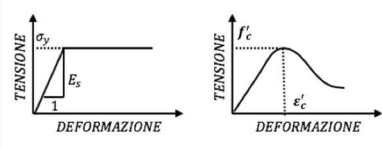
 <p>EQUILIBRIO</p> <p><u>Tensioni medie:</u></p> $\sigma_x = \rho_{sx}\sigma_{sx} + \sigma_{c1} - \tau \cot\theta \tag{1}$ $\sigma_y = \rho_{sy}\sigma_{sy} + \sigma_{c1} - \tau \tan\theta \tag{2}$ $\tau = \frac{(\sigma_{c1} + \sigma_{c2})}{\tan\theta + \cot\theta} \tag{3}$ <p><u>Tensioni nelle fessure:</u></p> $\sigma_{sxcr} = (\sigma_x + \tau \cot\theta + \tau_{ci} \cot\theta) / \rho_{sx} \tag{4}$ $\sigma_{sycr} = (\sigma_y + \tau \tan\theta - \tau_{ci} \tan\theta) / \rho_{sy} \tag{5}$	 <p>CONDIZIONI GEOMETRICHE</p> <p><u>Deformazioni medie:</u></p> $\tan^2\theta = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_2}{\varepsilon_y + \varepsilon_2} \tag{6}$ $\varepsilon_1 = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_2 \tag{7}$ $\gamma_{xy} = 2(\varepsilon_x + \varepsilon_2) \cot\theta \tag{8}$ <p><u>Larghezza della fessura:</u></p> $w = \varepsilon_1 s_\theta \tag{9}$ $s_\theta = 1 / \left(\frac{\sin\theta}{s_{mx}} + \frac{\cos\theta}{s_{my}} \right) \tag{10}$	 <p>RELAZIONI TENSIONE - DEFORMAZIONE</p> <p><u>Armatura:</u></p> $\sigma_{sx} = E_s \varepsilon_x \leq \sigma_{yx} \tag{11}$ $\sigma_{sy} = E_s \varepsilon_y \leq \sigma_{yy} \tag{12}$ <p><u>Calcestruzzo:</u></p> $\sigma_{c2} = \frac{f'_c}{0,8 + 170\varepsilon_1} \left[2 \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon'_c} - \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon'_c} \right)^2 \right] \tag{13}$ $\sigma_{c1} = 0,33 \sqrt{f'_c} / (1 + \sqrt{500\varepsilon_1}) \tag{14}$ <p><u>Tensione di taglio nella fessura:</u></p> $\tau_{ci} \leq \frac{0,18 \sqrt{f'_c}}{0,31 + \frac{24w}{a_g} + 16} \tag{15}$
---	--	--

Tabella 5.1 Tabella riassuntiva delle equazioni del modello MCFT (avendo assunto f'_c come quantità positiva e indicato come τ la grandezza τ_{cxy})

5.4.2 Simplified Modified Compression Field Theory (SMCFT)

Il “Simplified Modified Compression Field Theory” proposto da Evan C. Bentz, Frank J. Vecchio e Michael P. Collins, rappresenta una versione semplificata del complesso modello MCFT.

L’obiettivo di tale metodo è quello di fornire una procedura abbastanza semplice da essere utilizzata dai progettisti per calcoli preliminari senza bisogno di utilizzare di programmi di calcolo. Per ottenerlo, sono state osservate le resistenze a taglio di 102 pannelli di cemento armato sottoposti a taglio ed è stato mostrato come utilizzando semplici equazioni è possibile predire accuratamente la resistenza di tali elementi con quasi la stessa accuratezza del modello originale.

La resistenza a taglio in questa modellazione è funzione di due parametri:

- β – fattore che tiene in conto delle tensioni nel calcestruzzo fessurato;
- θ – inclinazione delle tensioni diagonali di compressione nel calcestruzzo;

entrambi dipendenti dalla deformazione ε_x .

Le espressioni fornite da questo modello costituiscono le basi di un metodo di calcolo della resistenza a taglio semplice, generale e accurato per elementi in cemento armato.

Mediante semplificazione delle equazioni del modello MCFT, riportate sinteticamente in Tabella 5.1, si arriva alla determinazione del modello SMCFT.

La tensione σ_y in questo approccio viene assunta trascurabile. Per fare in modo che l’armatura trasversale arrivi a snervamento al collasso ε_y dovrà essere maggiore di circa 0,002, mentre per la rottura del calcestruzzo, ε_2 dovrà essere approssimativamente 0,002. Se, al collasso, anche ε_x è pari a 0,002, le equazioni [3], [6], [7], [13] e [14] della Tabella 5.1 prevedono che la massima tensione tangenziale sia approssimativamente pari a $0,28f'_c$ mentre per valori molto bassi di ε_x viene raggiunto un valore di circa $0,32f'_c$. Dunque, come semplificazione a favore di sicurezza, si assume che se la rottura avviene prima dello snervamento dell’armatura trasversale, la tensione tangenziale sia pari a $0,25f'_c$.

Per collassi che avvengono, invece, al di sotto di quel livello di tensione, viene assunto che al collasso entrambe σ_{sy} e σ_{sy-cr} siano pari alla tensione di snervamento dell’armatura trasversale σ_y . Per una miglior comprensione si ricorda come l’equazione [5] della Tabella 5.1 del MCFT è stata derivata considerando la somma delle forze in direzione y dello schema riportato in Figura 5.23

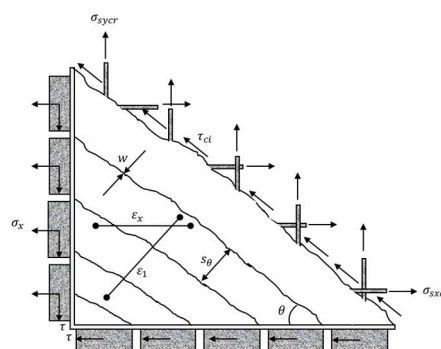


Figura 5.23 Tensioni locali nella fessura nel modello MCFT

Per $\sigma_y = 0$, l’equazione [5] della Tabella 5.1 da:

$$\tau = \tau_{ci} + \rho_{sy}\sigma_{sycr}\cot\theta \quad (5.69)$$

Similmente, l'equazione [2] della Tabella 5.1 può essere riscritta come:

$$\tau = \sigma_{c1} \cot\theta + \rho_{sy} \sigma_{sy-cr} \cot\theta \quad (5.70)$$

Entrambe le equazioni precedenti possono essere espresse come:

$$\tau = \tau_c + \tau_s = \beta \sqrt{f'_c} + \rho_{sy} \sigma_{sy-cr} \cot\theta \quad (5.71)$$

Per quanto riguarda il valore di β , dalle equazioni [14] della Tabella 5.1, (5.70) e (5.71) esso è dato dalla seguente:

$$\beta = \frac{0,33 \cot\theta}{1 + \sqrt{500 \varepsilon_1}} \quad (5.72)$$

Allo stesso modo, secondo le equazioni [15] della Tabella 5.1, (5.69) e (5.71), il valore di β deve soddisfare:

$$\beta \leq \frac{0,18}{0,31 + 24w(a_g + 16)} \quad (5.73)$$

dove:

w è la larghezza della fessura e viene calcolata come il prodotto tra la distanza fra le fessure s_θ e la deformazione principale di trazione ε_1 ;

a_g rappresenta la massima dimensione dell'aggregato in [mm].

La distanza tra le fessure dipende dalle caratteristiche di controllo della fessura in direzione x e y dell'armatura, rispettivamente s_{mx} ed s_{my} , secondo l'equazione [10] della Tabella 5.1. Come semplificazione, s_{mx} può essere preso come la distanza verticale tra le barre allineate in direzione x e s_{my} come la distanza orizzontale tra le barre verticali allineate in direzione y.

Per elementi senza armatura trasversale $s_\theta = s_{mx}/\sin\theta$ dunque la limitazione del coefficiente β può essere riscritta come:

$$\beta \leq \frac{0,18}{0,31 + 0,686 s_{xe} \varepsilon_1 / \sin\theta} \quad (5.74)$$

dove:

$$s_{xe} = \frac{35 s_{mx}}{a_g + 16} \quad (5.75)$$

In elementi realizzati con calcestruzzo ad alta resistenza, le fessure tendono a formarsi in corrispondenza degli aggregati al posto di passare attorno ad essi; in questi casi, il valore di a_g deve essere assunto pari a zero.

Per elementi in assenza di armatura trasversale, il massimo valore del coefficiente β , e quindi la massima capacità a taglio dopo la fessurazione, si ottiene quando le equazioni (5.72) e (5.74) forniscono lo stesso valore di β . Tale condizione risulta nella seguente espressione:

$$\tan\theta = \frac{0,568 + 1,258s_{xe}\varepsilon_1/\sin\theta}{1 + \sqrt{500\varepsilon_1}} \quad (5.76)$$

Per legare la deformazione longitudinale ε_x ad ε_1 , le equazioni [6] e [7] della Tabella 5.1 possono essere riscritte come:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x(1 + \cot^2\theta) + \varepsilon_2\cot^2\theta \quad (5.77)$$

La deformazione principale di compressione ε_2 dipende dalla tensione principale di compressione σ_{c2} . Quando ρ_{sy} e σ_y sono uguali a zero, le equazioni [2] e [3] della Tabella 5.1 forniscono:

$$\sigma_{c2} = \sigma_{c1}\cot^2\theta \quad (5.78)$$

Siccome le tensioni di compressione per questi elementi sono di piccola entità, è sufficientemente accurato assumere che $\varepsilon_2 = \sigma_{c2}/E_c$ e un valore di $E_c = 4950\sqrt{f'_c}$ [MPa].

Quindi, l'equazione (5.77) diventa:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x(1 + \cot^2\theta) + \frac{\cot^4\theta}{15000(1 + \sqrt{500\varepsilon_1})} \quad (5.79)$$

Quindi, il valore di β nel modello MCFT, per elementi sprovvisti di armatura trasversale, dipende da due parametri:

- la deformazione longitudinale ε_x – "*strain effect factor*";
- il parametro di distanza tra le fessure s_{xe} – "*size effect factor*";

i quali non sono del tutto indipendenti, ma nel modello MCFT semplificato tale dipendenza viene trascurata e viene proposta la seguente formulazione per il coefficiente β che secondo i test sperimentali svolti dagli autori, fornisce un valore conservativo del coefficiente stesso:

$$\beta = \frac{0,4}{1 + 1500\varepsilon_x} \cdot \frac{1300}{1000 + s_{xe}} \quad (5.80)$$

con unità di misura [MPa] e [mm].

Inoltre, il modello MCFT semplificato utilizza la seguente equazione per il calcolo dell'angolo di inclinazione θ :

$$\theta = (29^\circ + 7000\varepsilon_x) \left(0,88 + \frac{s_{xe}}{2500} \right) \leq 75^\circ \quad (5.81)$$

anche utilizzando quest'ultima equazione si ottengono valori conservativi.

Entrambe le espressioni, di β e di θ , sono date semplicemente dal prodotto dei due fattori ε_x ed s_{xe} . Per elementi contenenti entrambe le armature, longitudinale e trasversale, il MCFT prevede che ci possano essere sostanziali differenze nelle grandezze τ_c e τ_s . Tipicamente, dopo lo snervamento dell'armatura trasversale, l'angolo θ diminuisce causando l'aumento di τ_s . Allo stesso tempo, il risultante aumento consistente di ε_1 porta ad una riduzione di τ_c . Inoltre, la sostanziale diminuzione dell'angolo θ porta anche all'aumento della tensione nell'armatura longitudinale.

Un approccio conservativo nella determinazione di θ per il MCFT semplificato consiste nel considerare il valore di θ al quale il MCFT prevede che τ_c abbia il suo massimo contributo alla resistenza.

Dagli studi svolti si conclude che utilizzare le stesse espressioni per elementi con o senza armatura trasversale è di fatto ragionevole.

Confrontando i risultati ottenuti mediante le equazioni semplici trovate per il SMCFT e le equazioni proposte dal MCFT gli autori hanno osservato come mentre il valore di β previsto dalle equazioni semplificate, per elementi con armatura a taglio, è conservativo per la maggior parte dei valori di ε_x , risulta non conservativo per valori molto bassi di ε_x ed inoltre che anche nel range di valori di ε_x per cui l'espressione di β risulta non conservativa, essa viene compensata dalla stima conservativa di θ .

6 APPROCCI NORMATIVI PER LA VALUTAZIONE DELLA CAPACITÀ A TAGLIO DI TRAVI E PILASTRI

6.1 Introduzione

In questo capitolo, si riporta una disamina di modelli di capacità a taglio introdotti nelle normative e linee guida, nazionali ed internazionali, derivanti dai modelli teorici esplicitati nel capitolo precedente. Esse verranno utilizzate, nel cap.8, per il confronto con i risultati sperimentali.

Per rendere immediata la comparazione delle diverse normative/linee guida è stato scelto di uniformare tutti i simboli usati per le grandezze che compaiono nelle diverse formulazioni. Nel caso in cui questo abbia portato a rinominare alcune grandezze rispetto alla notazione originale usata nella normativa di riferimento, questo è stato esplicitato all'inizio della descrizione di ogni modello. A beneficio del lettore, inoltre, si è riportata in Appendice una tavola sinottica che riassume le variabili utilizzate nelle diverse normative con i simboli originali e quelli unificati ai fini del confronto.

6.2 Eurocodice 2 UNI EN 1992-1-1: 2005 – Progettazione delle strutture di calcestruzzo

Nell'Eurocodice 2 vengono fornite due formulazioni diverse della resistenza a taglio per elementi in c.a. di edifici di nuova costruzione a seconda che gli elementi siano dotati o meno di armatura trasversale. Tali formulazioni vengono esplicitate nel seguito.

Nel seguito, rispetto alla notazione originale presente in normativa si sono fatte le seguenti ridefinizioni:

- $V_{Rd} = V_{Rd,c}$ (i.e. resistenza a taglio di elementi senza armatura trasversale)

Elementi che non richiedono armatura a taglio

Il valore di progetto della resistenza a taglio $V_{Rd,c}$ per elementi che non richiedono armatura trasversale è costituito dal contributo dei meccanismi secondari di resistenza a taglio ed è dato da:

$$V_{Rd} = [C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d \geq (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d \quad [N] \quad (6.1)$$

dove:

d è l'altezza utile della sezione trasversale [mm];

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2;$$

$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d} \leq 0,02$ è il rapporto di armatura longitudinale tesa;

A_{sl} è l'area dell'armatura tesa che si estende per non meno di $(l_{bd} + d)$ oltre la sezione considerata (Figura 6.1);

l_{bd} è la lunghezza di ancoraggio (Figura 6.1);

b_w è la larghezza minima della sezione in zona tesa [mm];

f_{ck} è il valore caratteristico della resistenza a compressione cilindrica del calcestruzzo a 28 giorni;

$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} < 0,2 f_{cd}$ è la tensione di compressione nel calcestruzzo [MPa];

N_{Ed} è la forza assiale nella sezione dovuta ai carichi [N] ($N_{Ed} > 0$ per la compressione); l'influenza delle deformazioni impresse su N_{Ed} può essere trascurata;

A_c è l'area della sezione trasversale di calcestruzzo [mm²].

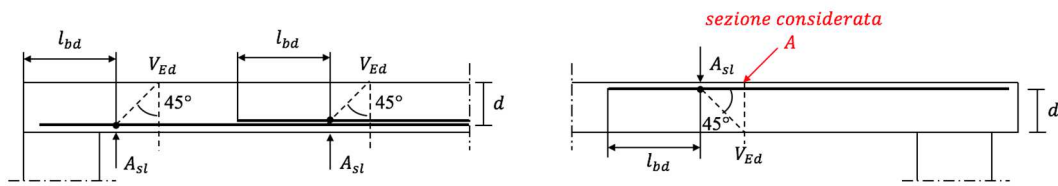


Figura 6.1 Definizione di A_{sl} e l_{bd}

I valori dei tre fattori $C_{Rd,c}$, v_{min} e k_1 da adottare, sono specificati nelle Appendici nazionali di ogni Stato. I valori raccomandati sono i seguenti:

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} \quad v_{min} = 0,035k^{3/2}f_{ck}^{1/2} \quad k_1 = 0,15 \quad (6.2)$$

con γ_c il coefficiente parziale di sicurezza per il calcestruzzo, sempre reperibile nelle Appendici nazionali. Il valore consigliato è $\gamma_c = 1,5$ per situazioni di progetto persistenti e transitorie.

Elementi che richiedono armatura a taglio

Il progetto di elementi con armatura a taglio è basato su un modello a traliccio ad inclinazione variabile, i cui particolari sono riportati in Figura 6.2.

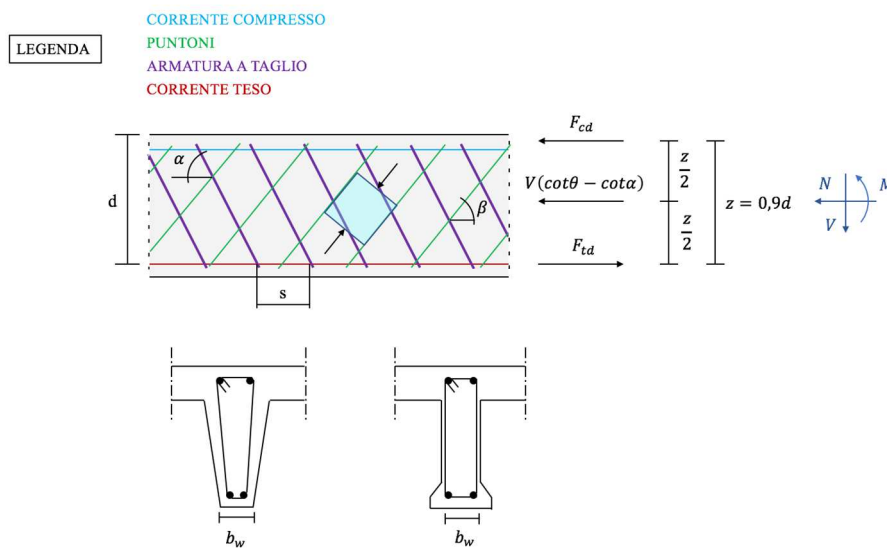


Figura 6.2 Modello a traliccio e notazione per elementi armati a taglio

Le notazioni utilizzate nella Figura 6.2 vengono specificate di seguito:

α è l'angolo compreso tra l'armatura a taglio e l'asse della trave perpendicolare alla forza di taglio (positivo in Figura);

θ è l'angolo compreso tra il puntone compresso di calcestruzzo e l'asse della trave perpendicolare alla forza di taglio;

F_{td} è il valore di progetto della forza di trazione nell'armatura longitudinale;

F_{cd} è il valore di progetto della forza di compressione nella direzione dell'asse longitudinale dell'elemento;

b_w è la larghezza minima della zona compressa tra i correnti teso e compresso;

$z \approx 0,9d$ è il braccio della coppia interna, per un elemento di altezza costante.

Vengono raccomandati dei valori limite per il valore della cotangente dell'angolo θ dei puntoni inclinati d'anima:

$$1 \leq \cot\theta \leq 2,5 \quad (6.3)$$

La resistenza a taglio V_{Rd} è data dunque dal minimo tra due valori:

$$V_{Rd} = \min(V_{Rd,s}; V_{Rd,max}) \quad (6.4)$$

essendo:

- la resistenza di progetto a "taglio-trazione" pari a:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} (\cot\alpha + \cot\theta) \sin\alpha \quad (6.5)$$

A_{sw} è l'area della sezione trasversale dell'armatura a taglio;

s è il passo delle staffe;

f_{ywd} è la tensione di snervamento di progetto dell'armatura a taglio.

Nel caso in cui l'armatura trasversale sia costituita di sole staffe ($\alpha = 90^\circ$):

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot\theta \quad (6.6)$$

Tale equazione fornisce una resistenza decrescente all'aumentare dell'angolo θ .

- la resistenza di progetto a "taglio-compressione" pari a:

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} (\cot\alpha + \cot\theta) / (1 + \cot^2\theta) \quad (6.7)$$

α_{cw} è un coefficiente che tiene conto dell'interazione tra la tensione nel corrente compresso e qualsiasi tensione di compressione assiale, il suo valore raccomandato è:

- 1 per strutture non precomprese
- $1 + \sigma_{cp}/f_{cd}$ per $0 \leq \sigma_{cp} \leq 0,25f_{cd}$
- 1,25 per $0,25f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 0,5f_{cd}$
- $2,5(1 - \sigma_{cp}/f_{cd})$ per $0,5f_{cd} < \sigma_{cp} < 1,0f_{cd}$

dove σ_{cp} è la tensione media di compressione nel calcestruzzo, considerata positiva, dovuta alla forza assiale di progetto; essa viene ottenuta come valore medio sulla sezione di calcestruzzo tenendo conto delle armature.

v_1 è un coefficiente di riduzione della resistenza del calcestruzzo fessurato per taglio, il suo valore raccomandato è $v = 0,6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right]$ con f_{ck} in [MPa]. Se la tensione di progetto dell'armatura a taglio è minore dell'80% della tensione caratteristica di snervamento f_{yk} , v_1 può essere assunto pari a:

$$v_1 = 0,6 \text{ per } f_{ck} \leq 60 \text{MPa} \quad (6.8)$$

$$v_1 = 0,9 - \frac{f_{ck}}{200} > 0,5 \text{ per } f_{ck} \geq 60 \text{MPa} \quad (6.9)$$

$f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} f_{ck}}{\gamma_c}$ è il valore di progetto della resistenza a compressione del calcestruzzo, α_{cc} è un coefficiente che tiene conto degli effetti a lungo termine sulla resistenza a compressione e degli effetti sfavorevoli risultanti dal modo in cui il carico è applicato, il suo valore raccomandato è 1.

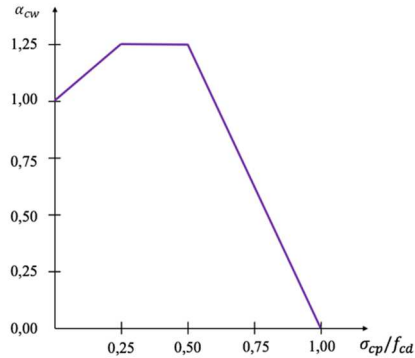


Figura 6.3 Andamento del coefficiente α_{cw}

Se l'armatura trasversale è costituita da sole staffe ($\alpha = 90^\circ$):

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} / (\cot\theta + \tan\theta) \quad (6.10)$$

Può essere conveniente procedere ad adimensionalizzare i valori di taglio appena trovati, dividendo entrambi i termini per $0,9 d b_w f_{cd}$:

- taglio sollecitante:

$$t_{Rd} = \frac{V_{Ed}}{z b_w f_{cd}} \quad (6.11)$$

- taglio-trazione:

$$t_{Rd,s} = \frac{A_{sw} f_{yt}}{b_w s f_{cd}} \sin\alpha (\cot\alpha + \cot\theta) = \omega_{sw} \sin\alpha (\cot\alpha + \cot\theta) \quad (6.12)$$

dove ω_{sw} è la percentuale meccanica di armatura trasversale.

- taglio-compressione:

$$t_{Rd,max} = \alpha_{cw} v_1 \frac{\cot\alpha + \cot\theta}{1 + \cot^2\theta} \quad (6.13)$$

La crisi contemporanea delle bielle di calcestruzzo a compressione e dell'armatura trasversale per trazione si verifica quando:

$$t_{Rd,s} = t_{Rd,max} \quad (6.14)$$

che nel caso di armature trasversali costituite da sole staffe ($\alpha = 90^\circ$) fornisce il seguente valore di $\cot\theta$:

$$\cot\theta^* = \sqrt{\frac{v_1 \alpha_{cw}}{\omega_{sw}} - 1} \quad (6.15)$$

Si osserva infine come nel caso di elementi con carichi applicati all'estradosso entro una distanza dall'appoggio pari a $0.5d \leq L_v \leq 2d$ siano previste delle verifiche specifiche assumendo anche eventualmente una riduzione del contributo del carico allo sforzo di taglio.

6.3 NTC2018 – Aggiornamento delle “Norme tecniche per le costruzioni” (2018)

Le NTC2018 riprendono l'Eurocodice 2 sopra riportato e, dunque, seguono due procedure differenti per il calcolo della resistenza a taglio di elementi in c.a. di edifici di nuova progettazione a seconda che si abbiano:

- elementi senza specifiche armature trasversali resistenti a taglio;
- elementi con armature trasversali resistenti al taglio.

Rispetto alla notazione originale presente in normativa nel seguito nel riportare le formule si sono fatte le seguenti ri-definizioni delle grandezze:

- $V_{Rd,max} = V_{Rcd}$;
- $V_{Rd,s} = V_{Rsd}$;
- $\alpha_{cw} = \alpha_c$;
- $f_{ywd} = f_{yd}$.

Elementi senza armatura trasversale resistenti a taglio

Anche nel caso in cui, sulla base dei calcoli effettuati, non sia necessaria armatura a taglio ne è comunque richiesta una quantità minima costituita da staffe con sezione complessiva non inferiore ad $A_{st} = 1,5b$ [mm²/m] essendo b lo spessore minimo dell'anima in [mm], con un minimo di tre staffe al metro e comunque passo non superiore a 0,8 volte l'altezza utile della sezione. L'armatura minima si può omettere in elementi in cui è garantita una ripartizione trasversale dei carichi (es. solai, piastre e membrature a comportamento analogo).

In questo caso, la resistenza a taglio risulta una specificazione della formula già riportata per l'EC2 e viene calcolata come segue:

$$V_{Rd} = \max \left\{ \left[0,18k \frac{(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3}}{\gamma_c} + 0,15\sigma_{cp} \right] b_w d; (v_{min} + 0,15\sigma_{cp}) b_w d \right\} \quad (6.16)$$

con:

$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2$ coefficiente legato all'effetto scala (ingranamento degli inerti);

d è l'altezza utile della sezione [mm];

$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d} \leq 0,02$ è il rapporto geometrico di armatura longitudinale tesa che si estende per non meno di $(l_{bd} + d)$ (vedi Figura 6.1);

A_{sl} è l'area dell'armatura tesa [mm²];

l_{bd} è la lunghezza di ancoraggio [mm];

b_w è larghezza minima della sezione [mm];

f_{ck} è la resistenza caratteristica cilindrica a compressione del calcestruzzo a 28 giorni [MPa];

$\gamma_c = 1,5$ è il coefficiente parziale di sicurezza relativo al calcestruzzo;

$$v_{min} = 0,035k^{3/2}f_{ck}^{1/2}$$

$\sigma_{cp} = N_{Ed}/A_c \leq 0,2f_{cd}$ è la tensione media di compressione della sezione [MPa];

N_{Ed} è il valore di progetto dello sforzo normale sollecitante [N];

A_c è l'area di calcestruzzo [mm²].

Elementi con armature trasversali resistenti al taglio

Anche nelle NTC2018, come nell'EC2, viene adottato un modello a traliccio ad inclinazione variabile. Questa similitudine risiede nel fatto che nella Normativa Italiana, a partire dalle NTC2008, venne abbandonata la formulazione additiva che era presente nel Decreto Ministeriale del 1996 e ci fu l'adozione del modello che già era presente nell'Eurocodice.

Anche in questo caso, la cotangente dell'angolo θ deve rispettare la seguente limitazione:

$$1 \leq \cot\theta \leq 2,5 \quad (6.17)$$

Il che equivale a richiedere che l'inclinazione θ dei puntoni compressi di calcestruzzo rispetto all'asse della trave sia compreso tra:

$$21,81^\circ \leq \theta \leq 45^\circ \quad (6.18)$$

La resistenza a taglio V_{Rd} viene calcolata come segue:

$$V_{Rd} = \min(V_{Rd,s}, V_{Rd,max}) \quad (6.19)$$

Essendo:

- la **resistenza di progetto a "taglio-trazione"**, $V_{Rd,s}$, pari a quella già vista per l'EC2:

$$V_{Rd,s} = 0,9d \frac{A_{sw}}{s} f_{ywd} (\cot\alpha + \cot\theta) \sin\alpha \quad (6.20)$$

- la **resistenza di progetto a "taglio-compressione"**, $V_{Rd,max}$, differisce invece dalla formula esplicitata per l'EC2 solo per quanto riguarda il coefficiente v :

$$V_{Rd,max} = 0,9db_w \alpha_{cw} v f_{cd} (\cot\alpha + \cot\theta) / (1 + \cot^2\theta) \quad (6.21)$$

dove $v f_{cd}$ è la resistenza di progetto a compressione ridotta del calcestruzzo d'anima con $v = 0,5$.

Avendo i termini utilizzati lo stesso significato esplicitato per l'Eurocodice 2.

In questo caso f_{cd} viene calcolato assumendo il coefficiente riduttivo per le resistenze di lunga durata $\alpha_{cc} = 0,85$.

Inoltre, nelle NTC2018, per il coefficiente α_{cw} , che tiene in conto della presenza della tensione di compressione assiale, è specificato come segue:

- 1 per membrature non compresse
- $1 + \sigma_{cp}/f_{cd}$ per $0 \leq \sigma_{cp} \leq 0,25f_{cd}$
- 1,25 per $0,25f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 0,5f_{cd}$
- $2,5(1 - \sigma_{cp}/f_{cd})$ per $0,5f_{cd} < \sigma_{cp} < 1,0f_{cd}$

Apparentemente diverso da quanto indicato in Eurocodice per cui è indicato un valore unitario del coefficiente per strutture non precomprese, mentre in questo caso non compresse.

Analogamente a quanto visto per Eurocodice 2 il valore dell'inclinazione θ viene determinata assumendo la crisi contemporanea delle bielle di calcestruzzo a compressione e dell'armatura trasversale per trazione. Se il valore di $\cot\theta$ così ottenuta risulta compreso nell'intervallo specificato, il taglio resistente della trave può essere determinato attraverso la (6.20) e (6.21) altrimenti:

- per $\cot\theta > 2,5$ la rottura deve essere attribuita all'armatura trasversale e il taglio resistente coincide con (6.20) assumendo il valore $\cot\theta = 2,5$;
- per $\cot\theta < 1$ la rottura deve essere attribuita al puntone di calcestruzzo e il taglio resistente coincide con (6.21) assumendo il valore $\cot\theta = 1$.

L'approccio appena esposto va modificato nel caso in cui ci si riferisca alla zona critica di travi progettate in CD"A" (classe di duttilità alta) in cui il valore della $\cot\theta$ si assume pari a 1, ovvero si ritorna al modello classico del traliccio di Ritter- Morsch.

Da ultimo si può affermare che le due normative, EC2 e NTC2018, non presentano sostanziali differenze.

6.4 ACI 318-19 - Building Code Requirements for Structural Concrete (2019)

Un punto di riferimento a livello mondiale tra le normative riguardanti il c.a. è costituito dalla normativa americana ACI, si ricorda che l'American Concrete Institute (ACI) è un'associazione che sin dal 1904, anno della sua fondazione si occupa di strutture in calcestruzzo.

Nel riportare la formulazione presente in questa normativa rispetto alla notazione originale presente in normativa si sono fatte le seguenti ri-definizioni:

- $V_{Rd} = V_n$;
- $V_{Rd,c} = V_c$;
- $V_{Rd,s} = V_s$;
- $f_{yw} = f_{yt}$;
- $\rho_l = \rho_w$;
- $A_{sl} = A_s$;
- $A_{sw} = A_v$;
- $A_c = A_g$.

Prima di presentare la formulazione si osserva come nell'ACI 318-19 come resistenza del calcestruzzo si utilizza f'_c , definita come "specified compressive strength of concrete". Ai fini di svolgere un confronto con le altre normative si è ritenuto necessario ricercare il legame tra questa grandezza e la resistenza cilindrica caratteristica f_{ck} utilizzata nelle normative europee.

Secondo il *paragrafo 5.3.2* dell'ACI 318-08 la resistenza media a compressione del calcestruzzo richiesta deve essere calcolata secondo la Tabella 6.1.

Specified compressive strength, psi	Required average compressive strength, psi
$f'_c < 3000$	$f'_{cr} = f'_c + 1000$
$3000 \leq f'_c \leq 5000$	$f'_{cr} = f'_c + 1200$
$f'_c > 5000$	$f'_{cr} = 1.10f'_c + 700$
Specified compressive strength, MPa	Required average compressive strength, MPa
$f'_c < 20,7$	$f'_{cr} = f'_c + 6,9$
$20,7 \leq f'_c \leq 34,5$	$f'_{cr} = f'_c + 8,3$
$f'_c > 34,5$	$f'_{cr} = 1,10f'_c + 4,8$

Tabella 6.1 Valore richiesto di resistenza media del calcestruzzo a compressione

Se si analizza, ad esempio, l'equazione valida per $3000 \leq f'_c \leq 5000$:

$$f'_{cr} = f'_c + 1200 \text{ [psi]} \quad (6.22)$$

possiamo notare come essa riprenda l'equazione che troviamo nella Normativa italiana e nell'Eurocodice:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ [MPa]} \quad (6.23)$$

essendo $8 \text{ MPa} \cong 1160 \text{ psi}$ e f_{cm} la resistenza media a compressione del calcestruzzo.

Dunque f'_c è un valore che si avvicina al valore caratteristico della resistenza a compressione cilindrica del calcestruzzo a 28 giorni f_{ck} .

Anche qui si distingue il caso di elementi privi di armatura a taglio, dove la resistenza a taglio è fornita dal solo contributo del calcestruzzo e il caso di presenza di armatura a taglio dove il taglio resistente nominale è calcolato mediante un modello additivo, secondo la classica impostazione americana (4.2), ovvero come somma di due contributi:

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \quad (6.24)$$

- contributo del **calcestruzzo** $V_{Rd,c}$;
- contributo dell'**armatura trasversale** $V_{Rd,s}$.

Le equazioni per il calcolo della resistenza a taglio per calcestruzzo non precompresso sono state modificate nel Codice del 2019 rispetto a quello precedente del 2014 con gli obiettivi principali di includere l'effetto dell'altezza dell'elemento detto anche "size effect" e l'effetto della percentuale di armatura longitudinale sulla resistenza a taglio.

La resistenza a taglio fornita dal calcestruzzo, $V_{Rd,c}$ è assunta come il valore di taglio a cui corrisponde la fessurazione diagonale. Dopo la fessurazione, $V_{Rd,c}$ è attribuita all'ingranamento degli inerti, all'effetto "spinotto" e al taglio trasmesso attraverso la zona di calcestruzzo compresso.

La resistenza a taglio si basa su una sollecitazione di taglio media sulla sezione trasversale effettiva $b_w d$.

Inoltre, la resistenza a taglio nominale in fase di verifica deve essere moltiplicata per un fattore riduttivo ϕ che, nel caso di taglio, deve essere assunto pari a 0,75 come riportato nella tabella seguente:

Action or structural element		ϕ	Exceptions
(a)	Moment, axial force, or combined moment and axial force	0.65 to 0.90 in accordance with 21.2.2	Near ends of pre-tensioned members where strands are not fully developed, ϕ shall be in accordance with 21.2.3.
(b)	Shear	0.75	Additional requirements are given in 21.2.4 for structures designed to resist earthquake effects.

Tabella 6.2 Fattore riduttivo della resistenza a taglio nominale ϕ **CONTRIBUTO DEL CALCESTRUZZO**

Vengono distinti tre casi nella formulazione della resistenza a taglio fornita dal calcestruzzo, per:

- elementi **non precompressi**;
- elementi **precompressi**;
- elementi **pretesi** in regioni con ridotta forza di precompressione.

Si può quindi affermare che nell'ACI 318-19 i casi possibili - elementi precompressi o non precompressi, vengono distinti in modo chiaro, senza le potenziali ambiguità presenti in l'Eurocodice 2e la Normativa italiana (6.2e 6.3).

Nel seguito, viene considerato solo il primo caso, ovvero gli elementi non precompressi.

Elementi non precompressi

In questo caso, $V_{Rd,c}$ può essere calcolato in accordo con la tabella Tabella 6.3, che specifica l'equazione da utilizzare a seconda che sia presente armatura minima a taglio o meno.

Criteria	$V_{Rd,c}$		
$A_{sw} \geq A_{sw,min}$	Valgono entrambe:	$\left[0,17\lambda\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_c}\right] b_w d$	(a)
		$\left[0,66\lambda(\rho_l)^{1/3}\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_c}\right] b_w d$	(b)
$A_{sw} < A_{sw,min}$		$\left[0,66\lambda_s\lambda(\rho_l)^{1/3}\sqrt{f'_c} + \frac{N_u}{6A_c}\right] b_w d$	(c)

Tabella 6.3 Calcolo del contributo del calcestruzzo alla resistenza a taglio

dove:

A_{sw} è l'area dell'armatura trasversale [mm²];

$A_{sw,min}$ è l'area minima di armatura trasversale con spaziatura s [mm²];

f'_c è la resistenza a compressione specifica del calcestruzzo [MPa] ed il valore $\sqrt{f'_c}$ non deve superare $\approx 0,689MPa$;

b_w è la larghezza della sezione (il diametro, nel caso di sezioni circolari) [mm];

d è l'altezza utile della sezione [mm];

λ è un coefficiente che tiene in conto delle ridotte proprietà meccaniche nel caso di calcestruzzi leggeri rispetto a quelli ordinari e quindi dipende dalle proprietà dei suoi aggregati. Nel caso di calcestruzzi ordinari è pari ad 1;

ρ_l è la percentuale di armatura longitudinale tesa definita come $\rho_l = A_{sl}/(b_w d)$;

A_{sl} è l'area di armatura longitudinale tesa [mm²];

A_c è l'area di calcestruzzo resistente a taglio [mm²];

N_u è il valore fattorizzato di sforzo normale nella sezione di progetto, positivo se di compressione e negativo se di trazione;

$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1+0,004d}} \leq 1,0$ è il fattore di modifica legato al "size effect".

Per quanto riguarda il calcolo dell'armatura minima a taglio, limitandoci al caso per elementi non precompressi, test sperimentali (Roller e Russell 1990) hanno indicato la necessità di incrementare l'area minima di armatura a taglio con l'aumentare della resistenza del calcestruzzo per evitare improvvisi cedimenti per taglio al verificarsi di fessure inclinate.

Per questo l'espressione (a) della Tabella 6.4 prevede un graduale aumento dell'area di armatura trasversale minima con l'aumento di f'_c . L'espressione (b), invece, risulta indipendente dalla resistenza a compressione del calcestruzzo ed è rilevante per calcestruzzi con resistenze inferiori a circa 30MPa.

Tipologia	$A_{sw,min}/s$		
Elementi non precompressi	Maggiore di:	$0,062\sqrt{f'_c} \frac{b_w}{f_{yw}}$	(a)
		$0,35 \frac{b_w}{f_{yw}}$	(b)

Tabella 6.4 Armatura minima a taglio richiesta $A_{sw,min}$

I risultati sperimentali (Kuchma et al. 2019) per elementi non precompressi senza armatura a taglio indicano che la resistenza a taglio misurata, attribuita al calcestruzzo, non aumenta in proporzione diretta con l'altezza dell'elemento. Questo fenomeno viene spesso chiamato "size effect". Ad esempio, se l'altezza dell'elemento raddoppia, il valore del taglio a rottura potrebbe risultare più piccolo della metà di quello originale (Sneed e Ramirez 2010).

Altre ricerche (Angelakos et al. 2001; Lubell et al. 2004; Brown et al. 2006; Becker e Buettner 1985; Anderson 1978; Bazant et al. 2007) hanno dimostrato che lo sforzo di taglio a rottura è inferiore per travi con maggiore altezza e un'area ridotta di armatura longitudinale.

Nella Tabella 6.3, per $A_{sw} \geq A_{sw,min}$, possono essere utilizzate entrambe le equazioni, (a) o (b), la prima delle quali risulta semplificata.

Nel calcolo di $V_{Rd,c}$ mediante la Tabella 6.3, uno sforzo assiale di trazione può causare un valore negativo di $V_{Rd,c}$; in questo caso, il Codice richiede che $V_{Rd,c}$ venga preso pari a zero.

Inoltre vengono specificate le seguenti limitazioni:

- $V_{Rd,c}$ non può essere maggiore a $0,42\lambda\sqrt{f'_c}b_w d$;
- il valore di $N_u/6A_c$ non deve essere superiore a $0,05f'_c$.

CONTRIBUTO DELL'ARMATURA TRASVERSALE

La resistenza a taglio fornita dall'armatura trasversale $V_{Rd,s}$ è basata su un'analogia a traliccio. L'armatura a taglio deve essere progettata in modo da resistere solo al taglio superiore a quello che causa fessurazioni inclinate; presumendo che gli elementi diagonali del traliccio siano assunti inclinati di 45° come nel modello classico del traliccio di Ritter- Morsch, $V_{Rd,s}$ nel caso di staffe inclinate a 90° è pari a:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}f_{yw}d}{s} \quad (6.25)$$

con:

f_{yw} la resistenza allo snervamento dell'acciaio delle armature trasversali;
 s il passo dell'armatura trasversale.

Nel caso, invece, in cui le barre siano inclinate di un angolo α , l'equazione precedente diventa:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}f_{yw}(\sin\alpha + \cos\alpha)d}{s} \quad (6.26)$$

dove α è l'angolo compreso tra l'armatura a taglio e l'asse longitudinale dell'elemento.

Sono state qui riportate le formule della prima colonna dell'Appendix C dell'ACI 318-19, corrispondente al sistema di misura SI – sistema internazionale in [MPa] per le tensioni.

6.5 New Zealand Standard - CONCRETE STRUCTURES STANDARD Part 1 – The Design of Concrete Structures (2006)

Anche la normativa neozelandese adotta sempre un modello di tipo additivo per il calcolo della resistenza a taglio e, in particolare, l'analogia a traliccio per il calcolo del contributo dell'armatura trasversale.

Nel riportare la formulazione presente in questa normativa si sono fatte le seguenti ri- definizioni rispetto alla notazione originale:

- $V_{Rd} = V_n$;
- $V_{Rd,c} = V_c$;
- $V_{Rd,s} = V_s$;
- $f_{yw} = f_{yt}$;
- $A_c = A_g$;
- $A_{sw} = A_v$;
- $A_{sh} = A_h$.

La resistenza a taglio nominale totale V_{Rd} , dunque, viene calcolata come somma di due contributi:

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \quad (6.27)$$

- contributo fornito dai meccanismi del calcestruzzo, $V_{Rd,c}$;
- contributo dell'armatura a taglio, $V_{Rd,s}$.

Anche in questo caso, come nell'ACI 318-19, la resistenza a taglio nominale deve essere moltiplicata per un fattore riduttivo ϕ che, nel caso di taglio, deve essere assunto pari a 0,75.

Inoltre, il calcolo del contributo alla resistenza a taglio viene distinto a seconda del tipo di elemento che si sta considerando. In questo studio, si fa riferimento ai soli casi di travi e colonne.

CONTRIBUTO DEL CALCESTRUZZO

Il contributo alla resistenza a taglio fornito dal calcestruzzo viene calcolato come segue:

$$V_{Rd,c} = v_c A_{cv} \quad (6.28)$$

dove v_c è il taglio supportato dal calcestruzzo ed A_{cv} è l'area di calcestruzzo resistente a taglio.

In particolare, A_{cv} , viene calcolata come segue:

- nel caso di sezioni rettangolari o a T/l è pari al prodotto tra la larghezza e l'altezza utile della sezione: $b_w d$;
- nel caso di sezioni circolari, ellittiche, ottagonali o simili deve essere presa come l'area racchiusa dall'armatura trasversale.

Il calcolo della variabile v_c varia a seconda del tipo di elemento considerato:

- per **travi**: $v_c = k_d k_a v_b$;
Per **travi** con altezza utile d pari a 200mm o inferiore, il valore di v_c deve essere il maggiore tra $0,17 k_a \sqrt{f'_c}$ o il valore fornito dalle equazioni precedenti. Per **travi** con altezza utile tra 200mm e 400mm, il valore di v_c deve essere calcolato tramite interpolazione lineare; f'_c rappresenta la resistenza specifica a compressione del calcestruzzo in [MPa].
- per **colonne**: $v_c = k_a k_n v_b$.

Con questo significato dei simboli:

– k_d è un fattore che permette di tenere in considerazione l'influenza della profondità dell'elemento sulla resistenza e deve essere calcolato utilizzando una delle condizioni elencate di seguito:

- a) Per elementi con armatura a taglio uguale o superiore ad $A_{sw} = \frac{1}{16} \sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_{yw}}$: $k_d = 1$ con s il passo delle staffe e f_{yw} la resistenza allo snervamento dell'acciaio delle armature trasversali;
- b) Per elementi con altezza utile della sezione uguale o inferiore a 400mm: $k_d = 1$;
- c) Per elementi con altezza utile maggiore di 400mm: $k_d = (400/d)^{0,25}$;
- d) Per elementi con una percentuale di armatura longitudinale maggiore o uguale a 0,3 nell'area di anima compresa tra l'armatura di trazione principale a flessione e metà dell'altezza della trave, e con un distanziamento tra le barre che non eccede i 300mm in nessuna direzione: $k_d = (400/d)^{0,25}$ ma con il limite $0,9 \leq k_d \leq 1,0$.

– k_a è un fattore che permette di tenere in conto della dimensione massima degli aggregati nella resistenza a taglio. Risulta pari a:

- 1,0 per una dimensione massima degli aggregati pari a 20mm o superiore;
- = 0,85 per una dimensione massima di 10mm o inferiore;
- *interpolazione* per dimensioni comprese tra 20 e 10mm.

k_n è un fattore che tiene conto dell'influenza del carico assiale e risulta:

- per elementi soggetti ad uno sforzo assiale di compressione (N^* positivo):

$$k_n = \left[1 + \frac{3N^*}{A_c f'_c} \right] \quad (6.29)$$

- per elementi soggetti ad uno sforzo di trazione (N^* negativo):

$$k_n = \left[1 + \frac{12N^*}{A_c f'_c} \right] \geq 0 \quad (6.30)$$

con A_c l'area lorda della sezione in [mm²].

v_b è dato dal più piccolo valore tra $(0,07 + 10p_w)\sqrt{f'_c}$ o $0,2\sqrt{f'_c}$ ma non deve essere inferiore a $0,08\sqrt{f'_c}$. Inoltre nel calcolo di v_b il valore di f'_c non deve essere considerato maggiore di 50 MPa.

p_w è l'effettiva area di armatura a flessione presa pari alla percentuale di armatura longitudinale nella sezione compresa tra l'estremità dell'armatura tesa e una linea posta a una distanza di 1/3 della distanza tra la fibra compressa più estrema e l'armatura longitudinale tesa d , a partire da essa.

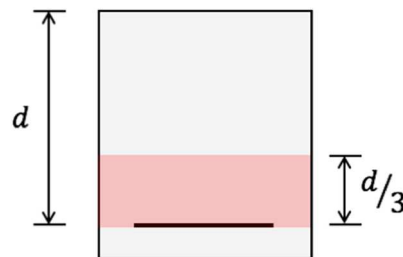


Figura 6.4 Area della sezione considerata per il calcolo della variabile p_w

CONTRIBUTO DELL'ARMATURA TRASVERSALE

Travi

Quando l'armatura a taglio è perpendicolare all'asse longitudinale della trave ($\alpha = 90^\circ$):

$$V_{Rd,s} = A_{sw} f_{yw} \frac{d}{s} \quad (6.31)$$

dove A_{sw} è l'area dell'armatura trasversale.

Se, invece, le barre di armatura risultano inclinate, il contributo dell'armatura trasversale è dato da:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw} f_{yw} (\sin \alpha + \cos \alpha) d}{s} \quad (6.32)$$

dove α è l'angolo che l'armatura forma con l'asse longitudinale della trave.

Colonne

Quando l'armatura a taglio è perpendicolare all'asse longitudinale della colonna ($\alpha = 90^\circ$):

- nel caso di colonne rettangolari:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw} f_{yw} d}{s} \quad (6.33)$$

- nel caso di colonne circolari:

$$V_{Rd,s} = \frac{\pi A_{sh} f_{yw} d'}{2s} \quad (6.34)$$

dove:

d' è la distanza caratteristica dell'armatura;

A_{sh} è l'area dell'armatura trasversale nel caso di colonne circolari.

6.6 Japan Standard Specification for Concrete Structures (2007) – “Design”

Anche la linea guida giapponese utilizza un approccio di tipo additivo, nel quale la resistenza a taglio delle strutture in c.a. viene calcolata come la somma di tre contributi.

Nel riportare le formule presenti in questa normativa sono state effettuate le seguenti ri-definizioni rispetto alla notazione originale:

- $V_{Rd} = V_{yd}$;
- $V_{Rd,c} = V_{cd}$;
- $V_{Rd,s} = V_{sd}$;
- $V_{Rd,p} = V_{ped}$;
- $\rho_l = \rho_v$;
- $A_{sl} = A_s$;
- $A_{sw} = A_w$;
- $f_{cd} = f'_{cd}$;
- $f_{ck} = f'_{ck}$;
- $f_{ywd} = f_{wyd}$;
- $M_{Rd} = M_{ud}$;
- $\alpha = \alpha_s$;
- $s = s_s$.

In particolare, la resistenza a taglio viene calcolata come:

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} + V_{Rd,p} \quad (6.35)$$

- Il contributo del **calcestruzzo** $V_{Rd,c}$;
- Il contributo **dell'armatura a taglio** $V_{Rd,s}$;
- Il contributo della **precompressione** $V_{Rd,p}$ (che non si considera in questo lavoro).

Vediamo ora i singoli contributi:

CONTRIBUTO DEL CALCESTRUZZO

Tale contributo che rappresenta la resistenza a taglio dovuta al calcestruzzo in assenza di armatura trasversale è dato da:

$$V_{Rd,c} = \beta_d \cdot \beta_p \cdot \beta_n \cdot f_{vcd} \cdot b_w \cdot d / \gamma_b \quad (6.36)$$

dove:

$$\beta_d = \sqrt[4]{1000/d} \leq 1,5 \text{ con } d \text{ in [mm]}$$

$$\beta_p = \sqrt[3]{100\rho_l} \leq 1,5$$

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d} \text{ è la percentuale di armatura longitudinale tesa}$$

A_{sl} è l'area dell'armatura longitudinale tesa [mm²]

b_w è la larghezza dell'anima

d è l'altezza utile della sezione

$$\beta_n = 1 + 2 M_0 / M_{Rd} \leq 2 \quad (N \geq 0)$$

$$1 + 4 M_0 / M_{Rd} \geq 0 \quad (N < 0)$$

N è lo sforzo assiale di progetto (positivo se di compressione)

M_{Rd} è il momento agente massimo di calcolo nella regione in cui si effettua la verifica a taglio

M_0 è il momento di decompressione riferito alla fibra estrema della sezione su cui agisce M_{Rd} ; esso viene calcolato come segue:

$$M_0 \cong N \cdot r \quad (6.37)$$

con r il raggio d'inerzia.

Il coefficiente β_n risulta simile al coefficiente $\delta = 1 + \frac{M_0}{M_{Rd}}$ che si trovava nel D.M. 9/1/96 "Norme Tecniche per il calcolo, l'esecuzione ed il collaudo delle strutture in cemento armato, normale e precompresso e per le strutture metalliche" nell'ambito della verifica dell'armatura longitudinale.

$$f_{vcd} = 0,20 \sqrt[3]{f_{cd}} \quad [\text{N/mm}^2] \quad \text{con } f_{vcd} \leq 0,72 \quad [\text{N/mm}^2]$$

$$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c \quad \text{è la resistenza di progetto a compressione del calcestruzzo } [\text{N/mm}^2]$$

γ_b può essere assunto, in generale, pari a 1,3

CONTRIBUTO DELL'ARMATURA A TAGLIO

Il contributo alla resistenza a taglio dato dall'armatura trasversale è:

$$V_{Rd,s} = \left[\frac{A_{sw} f_{ywd} (\sin \alpha + \cos \alpha)}{s} + \frac{A_{pw} \sigma_{pw} (\sin \alpha_p + \cos \alpha_p)}{s_p} \right] \frac{z}{\gamma_b} \quad (6.38)$$

con:

A_{sw} area totale dell'armatura a taglio con passo s

A_{pw} area totale di acciaio preteso che si prevede agisca come armatura a taglio con passo s_p

f_{ywd} resistenza a snervamento di progetto dell'armatura a taglio, non superiore a 400 [N/mm²] e se la resistenza caratteristica del calcestruzzo f_{ck} è ≥ 60 [N/mm²] può essere utilizzato un valore fino ad 800 [N/mm²]

σ_{pw} tensione nell'acciaio preteso

α angolo tra l'armatura a taglio e l'asse dell'elemento

α_p angolo tra l'acciaio preteso che agisce come armatura a taglio e l'asse dell'elemento

z distanza tra la risultante della tensione di compressione dal centroide dell'acciaio teso, generalmente vale $d/1,15$

γ_b fattore di elemento, può essere preso pari a 1,10.

Nel caso in cui non sia presente precompressione la formula precedente viene semplificata come segue:

$$V_{Rd,s} = \left[\frac{A_{sw} f_{ywd} (\sin \alpha + \cos \alpha)}{s} \right] \frac{z}{\gamma_b} \quad (6.39)$$

6.7 Fib Model Code for Concrete Structures 2010

Si riporta nel seguito la formulazione adottata dal Fib Model Code 2010, che rappresenta un riferimento importante a livello internazionale, si ricorda infatti che la fib (Fédération internationale du béton) è un'associazione costituita nel 1998 con la missione specifica di sviluppare lo studio in ambito scientifico e tecnico-professionale sulle prestazioni tecniche, economiche, estetiche e ambientali delle costruzioni in calcestruzzo.

Nel riportare le formule presenti in questo codice sono state effettuate le seguenti ri-definizioni rispetto alla notazione originale:

- $a_g = d_g$;
- $A_{sl} = A_s$;
- $s = s_w$.

Anche nel caso del Model Code 2010, come per la normativa italiana ed europea, vengono distinti i due casi:

- Elementi **senza armatura trasversale**;
- Elementi **con armatura trasversale**.

Il codice, inoltre, prevede diversi livelli di approssimazione, a livello crescente di complessità e accuratezza di risultato. Per i livelli di approssimazione superiore al secondo è necessario procedere ad una valutazione dello stato di deformazione longitudinale.

Questo viene valutato con riferimento alla deformazione longitudinale in corrispondenza della fibra posta a $z/2$ si usa la seguente relazione:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{2E_s A_{sl}} \left(\frac{M_{Ed}}{z} + V_{Ed} + N_{Ed} \left(\frac{1}{2} \mp \frac{\Delta e}{z} \right) \right) \quad (6.40)$$

Dove A_{sl} rappresenta l'area di armatura longitudinale tesa posta al bordo inferiore ed E_s è il modulo di elasticità dell'acciaio di armatura e gli altri simboli sono schematizzati in Figura 6.5; il braccio delle forze interne z può essere assunto generalmente pari a: $z = 0,9d$ con d pari alla distanza tra il lembo superiore compresso di calcestruzzo e la risultante delle forze di trazione nell'armatura tesa inferiore.

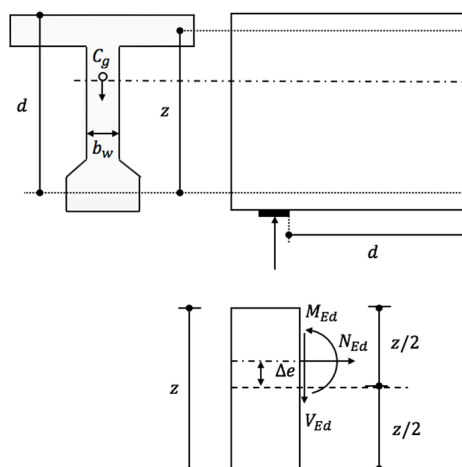


Figura 6.5 Definizioni

Per poter utilizzare la formula precedente, è necessario considerare le seguenti condizioni:

- M_{Ed} e V_{Ed} devono essere prese come quantità positive mentre N_{Ed} deve essere assunto positivo se di trazione e negativo se di compressione;
- La deformazione ε_x non deve eccedere il valore 0,003 in mancanza di analisi più accurate;
- Se il valore di ε_x risulta negativo, deve essere assunto pari a zero;
- Per sezioni poste a una distanza minore di d dal bordo dell'appoggio, deve essere assunto sempre un valore di deformazione pari a ε_x

Elementi senza armatura trasversale

La resistenza a taglio in assenza di armatura trasversale in questo caso, viene calcolata come segue:

$$V_{Rd,c} = k_v \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} z b_w \quad (6.41)$$

dove f_{ck} è in [MPa] ed il valore di $\sqrt{f_{ck}}$ non deve essere superiore a 8. Il significato dei simboli utilizzati è già stato esplicitato nei paragrafi precedenti.

Anche in questo caso l'armatura longitudinale ad ogni sezione di interesse deve essere in grado di resistere ad una componente di forza addizionale dovuta al taglio, pari a:

$$\Delta F_{td} = V_{Ed} \quad (6.42)$$

con V_{Ed} la forza di taglio di progetto.

Il valore di k_v viene specificato, nel seguito, per due diversi livelli di approssimazione.

Livello I di approssimazione

Per elementi che soddisfano le seguenti condizioni:

- Carico assiale non significativo;
- $f_{yk} \leq 600MPa$;
- $f_{ck} \leq 70MPa$;
- Massima dimensione dell'aggregato non inferiore a 10mm

il valore di k_v può essere calcolato utilizzando l'equazione:

$$k_v = \frac{180}{1000 + 1,25z} \quad (6.43)$$

con z in [mm].

Questa equazione deriva dal più generale livello II di approssimazione, con l'assunzione che $\varepsilon_x = 0,00125 \approx f_{yk}/(2E_s)$, cioè che la deformazione longitudinale ε_x sia pari a metà della deformazione allo snervamento di una barra con $f_{yk} = 500MPa$.

Livello II di approssimazione

In questo caso, k_v , è dato da:

$$k_v = \frac{0,4}{1 + 1500\varepsilon_x} \cdot \frac{1300}{1000 + k_{dg}z} \quad (6.44)$$

con z in [mm] e dove il parametro k_{dg} viene valutato in funzione della dimensione massima dell'aggregato, in accordo con le prove sperimentali:

- per $a_g \geq 16\text{mm}$, k_{dg} può essere preso pari ad 1;
- per valori di a_g differenti da $a_g = 16\text{mm}$, il valore del coefficiente k_{dg} può essere calcolato come:

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + a_g} \geq 0,75 \quad (6.45)$$

per calcestruzzi con resistenza maggiore di 70 MPa e per calcestruzzi leggeri, a_g deve essere preso pari a zero nell'equazione (6.45) per tenere conto della perdita dell'effetto di ingranamento degli inerti nelle fessure.

Elementi con armatura trasversale

Questo caso, ed in particolare il livello di approssimazione III, si basa sulla teoria MCFT di Vecchio e Collins, già discussa in precedenza, e sulla teoria della plasticità (Jensen, 1981 e Nielsen, 1967).

Questo è il caso di elementi che soddisfano il requisito di percentuale geometrica di armatura a taglio minima, in accordo con la limitazione:

$$\rho_w \geq 0,08 \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \quad (6.46)$$

con f_{ck} e f_{yk} in [MPa].

In questo caso la resistenza a taglio viene calcolata mediante l'espressione:

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \leq V_{Rd,max} \quad (6.47)$$

dove il valore limite della resistenza a taglio è data da:

$$V_{Rd,max} = k_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b_w z \sin\theta \cos\theta \quad (6.48)$$

con θ l'inclinazione dei puntoni di calcestruzzo compressi; il suo valore può essere scelto arbitrariamente all'interno del seguente intervallo di variazione:

$$\theta_{min} \leq \theta \leq 45^\circ \quad (6.49)$$

Il valore di θ_{min} verrà definito a seconda del livello di approssimazione scelto.

Nel caso in cui le staffe siano inclinate di un angolo α rispetto all'asse della trave, l'Equazione (6.48) diventa:

$$V_{Rd,max} = k_c \frac{f_{ck}}{\gamma_c} b_w z \frac{\cot\theta + \cot\alpha}{1 + \cot^2\theta} \quad (6.50)$$

Per il significato dei simboli si può fare riferimento alla Figura 6.6.

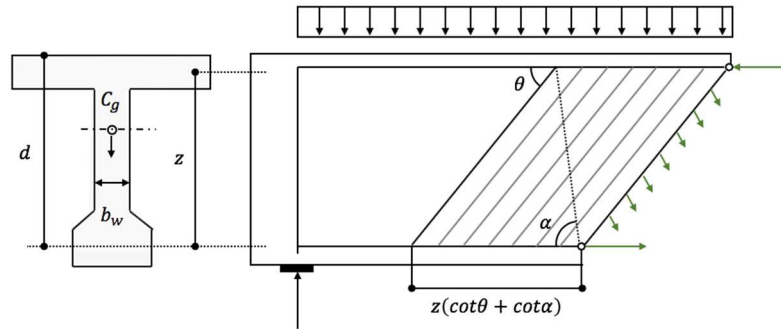


Figura 6.6 Geometria e definizioni

Il fattore di riduzione della resistenza k_c è il prodotto di due termini:

$$k_c = k_\varepsilon \eta_{fc} \quad (6.51)$$

con

- k_ε tiene in considerazione lo stato di deformazione all'interno della sezione; esso verrà specificato nel seguito per i vari livelli di approssimazione;
- $\eta_{fc} = \left(\frac{30}{f_{ck}}\right)^{1/3} \leq 1,0$, con f_{ck} in [MPa] e tiene conto dell'effetto del comportamento più fragile del calcestruzzo con resistenze superiori a 30MPa.

Vengono riportati, nel seguito, i due contributi alla resistenza a taglio separatamente.

CONTRIBUTO DELL'ARMATURA TRASVERSALE

Il contributo alla resistenza a taglio dovuto all'armatura trasversale, nel caso di staffatura verticale, è calcolato mediante:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} \cot \theta \quad (6.52)$$

Nel caso di staffe inclinate di un angolo α rispetto all'asse della trave, l'equazione precedente diventa:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z f_{ywd} (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha \quad (6.53)$$

dove:

f_{ywd} è la tensione di snervamento di progetto dell'acciaio di armatura a taglio

A_{sw} è l'area di armatura trasversale

s è il passo delle staffe

CONTRIBUTO DEL CALCESTRUZZO

Il contributo della resistenza a taglio dato dal calcestruzzo è:

$$V_{Rd,c} = k_v \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_w z \quad (6.54)$$

con f_{ck} (MPa) la resistenza caratteristica del calcestruzzo, $\sqrt{f_{ck}} \leq 8$ (tale limitazione dovuta al fatto che si è osservata una variabilità nella resistenza a taglio di elementi con più alta resistenza del calcestruzzo) e k_v coefficiente rappresentativo del contributo del calcestruzzo nella resistenza a taglio fornita dall'ingranamento degli inerti.

Questo contributo è pari a quello calcolato nel caso di elementi senza armatura trasversale.

Anche in questo caso, l'armatura longitudinale ad ogni sezione di interesse deve essere in grado di resistere ad una componente di forza addizionale dovuta al taglio.

Livello I di approssimazione

Tale livello di approssimazione adotta un modello a traliccio ad inclinazione variabile, la resistenza a taglio viene calcolata come:

$$V_{Rd} = V_{Rd,s} \leq V_{Rd,max} \quad (6.55)$$

non può essere presa inferiore alla resistenza a taglio offerta dallo stesso elemento privo di armatura a taglio.

Si assumono i valori $\theta_{min} = 25^\circ$ per elementi soggetti a significativa compressione o precompressi, $\theta_{min} = 40^\circ$ per elementi soggetti a trazione, $\theta_{min} = 30^\circ$ negli altri casi e $k_\varepsilon = 0,55$, con la condizione che la deformazione longitudinale ε_x resti al di sotto del valore 0,001.

Livello II di approssimazione

Questa approssimazione si basa su un approccio alle tensioni generalizzato. La resistenza a taglio è data sempre dall'equazione:

$$V_{Rd} = V_{Rd,s} \leq V_{Rd,max} \quad (6.56)$$

Anche in questo caso non deve essere presa inferiore alla resistenza a taglio offerta dallo stesso elemento privo di armatura a taglio.

Entro i limiti dell'equazione (6.49) l'inclinazione θ può essere scelta liberamente in questo caso, con il valore minimo pari a:

$$\theta_{min} = 20^\circ + 10000\varepsilon_x \quad (6.57)$$

dove ε_x rappresenta la deformazione longitudinale alla profondità di $z/2$.

Per una valutazione preliminare della resistenza a taglio in questo livello di approssimazione si può assumere $\varepsilon_x = 0,001$.

Il contributo alla resistenza dovuto al calcestruzzo viene trascurato, dunque, $k_v = 0$. La variabile k_ε , come già detto, permette di tenere in considerazione lo stato di deformazione ε_1 nell'anima.

$$k_\varepsilon = \frac{1}{1,2 + 55\varepsilon_1} \leq 0,65 \quad (6.58)$$

con $\varepsilon_1 = \varepsilon_x + (\varepsilon_x + 0,002)\cot^2\theta$.

Livello III di approssimazione

Questo livello è basato sulla "Simplified Modified Compression Field Theory" di Vecchio e Collins.

La resistenza a taglio calcolata secondo il livello III di approssimazione è data da:

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \leq V_{Rd,max}(\theta_{min}) \quad (6.59)$$

dove θ_{min} viene calcolato come nel livello II di approssimazione ed $V_{Rd,max}(\theta_{min})$ viene calcolato utilizzando l'equazione (6.48) ponendo $\theta = \theta_{min}$.

Nel caso in cui risulti: $V_{Rd} \geq V_{Rd,max}(\theta_{min})$ la resistenza a taglio deve essere determinata utilizzando il livello di approssimazione II.

Per la determinazione del contributo alla resistenza a taglio dovuto al calcestruzzo, si introduce nell'equazione già vista in precedenza il seguente valore del coefficiente k_v :

$$k_v = \frac{0,4}{1 + 1500\varepsilon_x} \left(1 - \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,max}(\theta_{min})} \right) \geq 0 \quad (6.60)$$

Anche in questo caso, come per il livello II, il calcolo della resistenza a taglio si esegue mediante calcolo iterativo, utilizzando inizialmente un'inclinazione dei puntoni di calcestruzzo pari al valore minimo.

Livello IV di approssimazione

La resistenza degli elementi a taglio, o taglio combinato con torsione può essere determinata soddisfacendo le condizioni di equilibrio e compatibilità disponibili, usando appropriati modelli tensione-deformazione per l'acciaio e per il calcestruzzo fessurato diagonalmente.

L'uso di strumenti basati su metodi di analisi avanzati, però, richiede spesso una vasta esperienza per garantire che i risultati ottenuti siano coerenti e sicuri.

Specificazione per situazioni sismiche

Al paragrafo 7.4.3.5 del Volume II del Model Code 2010, la limitazione della $\cot\theta$ variabile tra 1 e 2,5 prevista per le situazioni non sismiche, viene rivisitata in funzione della specifica domanda di duttilità dell'elemento da verificare.

Si assume, in particolare:

- $\cot\theta = 1$ nel caso in cui la rotazione alla corda sia pari o superiore a due volte il valore della rotazione a snervamento θ_y ;
- $\cot\theta = 2,5$ nel caso di assenza di domanda di rotazione plastica
- interpolazione lineare per i valori intermedi.

6.8 CSA 23.3-04 Design of concrete structures (2004)

La Normativa canadese CSA A23.3-04, come il Model Code 2010, si basa su alcuni risultati della "Simplified Modified Compression Field Theory".

Nel riportare le formule presenti in questa normativa sono state effettuate le seguenti ri- definizioni rispetto alla notazione originale:

- $V_{Rd} = V_r$;
- $V_{Rd,c} = V_c$;
- $V_{Rd,s} = V_s$;
- $V_{Rd,p} = V_p$;
- $f_{yw} = f_y$;

- $A_{sl} = A_s$;
- $z = d_v$;
- $s_{xe} = s_{ze}$;
- $s_{mx} = s_z$;
- $V_u = V_r$;
- $M_u = M_r$;
- $N_u = N_r$.

La resistenza a taglio nominale viene calcolata come la minore tra le seguenti espressioni:

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} + V_{Rd,p} \quad (6.61)$$

e

$$V_{Rd} = 0,25\phi_c f'_c b_w z + V_{Rd,p} \quad (6.62)$$

dove:

$\phi_c = 0,65$ è il fattore di resistenza per il calcestruzzo;

f'_c è la resistenza caratteristica del calcestruzzo in [MPa];

b_w è la larghezza effettiva dell'anima presa come la minima larghezza dell'anima misurata parallelamente all'asse neutro entro la profondità d o per colonne circolari, il diametro della sezione [mm];

z è la lunghezza di taglio effettiva ed è pari al maggiore tra $0,9d$ o $0,72h$ [mm].

Come si può vedere dall'equazione (6.61), anche in questo caso la resistenza è data dalla somma di più contributi:

- Contributo del calcestruzzo, $V_{Rd,c}$ con coefficiente ϕ_c ;
- Contributo dell'armatura trasversale $V_{Rd,s}$, con coefficiente ϕ_s ;
- Contributo dato dalla componente verticale della forza di precompressione $V_{Rd,p}$, anch'esso con coefficiente ϕ_p .

Il limite superiore per V_{Rd} dato dall'equazione (6.62) ha lo scopo di garantire che il calcestruzzo dell'anima non arrivi a cedimento prima dello snervamento dell'armatura trasversale.

In questo lavoro, non considerando la precompressione, si considereranno solo i primi due termini dell'equazione (6.61).

CONTRIBUTO DEL CALCESTRUZZO

Il contributo della resistenza a taglio dato dal calcestruzzo è:

$$V_{Rd,c} = \phi_c \lambda \beta \sqrt{f'_c} b_w z \quad (6.63)$$

Dove λ è un coefficiente che tiene in conto delle ridotte proprietà meccaniche dei calcestruzzi leggeri e β è un fattore che indica la capacità del calcestruzzo diagonalmente fessurato di trasmettere la tensione. Il termine $\sqrt{f'_c}$ non deve essere superiore a 8 MPa.

CONTRIBUTO DELL'ARMATURA TRASVERSALE

Nel calcolo del contributo alla resistenza a taglio dato dall'armatura trasversale si distinguono due casi:

- Elementi con armatura trasversale perpendicolare all'asse longitudinale:

$$V_{Rd,s} = \frac{\phi_s A_{sw} f_{yw} z \cot \theta}{s} \quad (6.64)$$

- Elementi con armatura trasversale inclinata di un angolo α rispetto all'asse longitudinale:

$$V_{Rd,s} = \frac{\phi_s A_{sw} f_{yw} z (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha}{s} \quad (6.65)$$

con:

$\phi_s = 0,85$ il fattore di resistenza usato per le barre di armatura;

A_{sw} l'area di armatura trasversale [mm²];

f_{yw} la tensione di snervamento dell'acciaio di armatura [MPa];

s il passo dell'armatura trasversale [mm];

θ l'angolo di inclinazione del puntone compresso di calcestruzzo [°].

Determinazione di β e θ

Le espressioni precedenti contengono al loro interno i due parametri β e θ , già esplicitati al 5.4.2 quando è stata trattata la SMCFT; che dipendono dai carichi applicati e dalle proprietà della sezione. Per la determinazione di tali parametri vengono proposti due metodi:

- Metodo semplificato;
- Metodo generale

che verranno trattati nel seguito.

Per elementi soggetti a significativa tensione assiale, i valori di β e θ devono essere determinati utilizzando il metodo generale. Per travi con spessore complessivo non superiore a 250 mm si possono assumere: $\beta = 0,21$ e $\theta = 42^\circ$.

Metodo semplificato

Nel caso in cui la resistenza a snervamento caratteristica dell'acciaio di armatura longitudinale non ecceda 400 MPa e la resistenza a compressione caratteristica del calcestruzzo non ecceda 60 MPa, si può utilizzare il metodo semplificato. Può essere assunto $\theta = 35^\circ$ e β viene calcolato come segue:

- a) Se la sezione contiene almeno l'armatura minima a taglio richiesta:

$$A_{sw} = 0,06 \sqrt{f_c} \frac{b_w s}{f_{yw}} \quad (6.66)$$

β deve essere preso pari a 0,18;

- b) Se la sezione non contiene armatura a taglio e la massima dimensione dell'aggregato non è inferiore a 20 mm, il valore di β viene calcolato come segue:

$$\beta = \frac{230}{(1000 + z)} \quad (6.67)$$

Con z braccio della coppia interna.

- c) Alternativamente, il valore di β per sezioni senza armatura trasversale può essere determinato per tutte le dimensioni massime dell'aggregato sostituendo il parametro z nell'Equazione (6.67) con l'equivalente parametro di distanziamento tra le fessure s_{xe} , dove:

$$s_{xe} = \frac{35s_{mx}}{15 + a_g} \quad (6.68)$$

Con s_{xe} non inferiore a $0,85s_{mx}$ e inoltre, il parametro di distanziamento tra le fessure s_{mx} deve essere preso pari a z o alla massima distanza tra gli strati dell'armatura longitudinale distribuita, il valore inferiore. Ogni strato di armatura deve avere un'area almeno uguale a $0,003b_w s_{mx}$.

Metodo generale

Il valore di β deve essere determinato mediante la seguente equazione:

$$\beta = \frac{0,40}{(1 + 1500\varepsilon_x)} \cdot \frac{1300}{(1000 + s_{xe})} \quad (6.69)$$

Per sezioni contenenti almeno la minima armatura a taglio richiesta dall'Equazione (6.66), il parametro di distanza tra le fessure equivalente, s_{xe} , nell'Equazione (6.69) può essere preso pari a 300 mm; altrimenti, s_{xe} deve essere calcolato utilizzando l'Equazione (6.68). Se il valore di f_{ck} è superiore a 70 MPa, il termine a_g deve essere preso pari a zero nell'Equazione (6.68); se, invece, f'_c è compreso tra 60 e 70 MPa, a_g deve essere ridotto linearmente a zero.

L'angolo di inclinazione della diagonale compressa si calcola come:

$$\theta = 29 + 7000\varepsilon_x \quad (6.70)$$

La deformazione longitudinale ε_x , a metà profondità della sezione trasversale può essere calcolata come segue:

$$\varepsilon_x = \frac{M_u/z + V_u - V_p + 0,5N_u - A_p f_{po}}{2(E_s A_{sl} + E_p A_p)} \quad (6.71)$$

dove:

M_u, V_u, N_u rappresentano i valori coefficientati di momento, taglio e sforzo normale. Con N_u positivo se di trazione e negativo se di compressione;

V_p, A_p, f_{po}, E_p sono variabili che caratterizzano la precompressione e che non vengono considerati in questo lavoro;

E_s è il modulo di elasticità dell'acciaio di armatura;

A_{sl} è l'area di armatura longitudinale tesa.

Nella valutazione dell'Equazione (6.71) si devono applicare le seguenti condizioni:

- M_u e V_u devono essere presi come quantità positive e M_u non deve essere inferiore a $(V_u - V_p)z$;
- Nel calcolo di A_{sl} , l'area delle barre che non hanno pieno sviluppo nella sezione considerata deve essere ridotta proporzionalmente;
- Se il valore di ε_x calcolato dall'Equazione (6.71) è negativo, deve essere preso pari a zero oppure deve essere ricalcolato sostituendo il denominatore dell'equazione utilizzata con: $2(E_s A_{sl} + E_p A_p + E_c A_{ct})$; con E_c , il modulo di elasticità del calcestruzzo e A_{ct} l'area del calcestruzzo soggetto a trazione. Tuttavia, ε_x non deve essere inferiore a $-0,20 \times 10^{-3}$.

- Per sezioni più vicine di z alla sezione di appoggio, il valore di ε_x calcolato ad una distanza z dall'appoggio può essere utilizzato per valutare β e θ ;
- Se la tensione assiale è abbastanza elevata da fessurare la zona compressa della sezione, il risultante incremento di ε_x deve essere tenuto in conto. In maniera approssimata si può raddoppiare il valore ottenuto dall'Equazione (6.71).
- β e θ possono essere determinati con le Equazioni (6.69) e (6.70), rispettivamente, utilizzando un valore di ε_x maggiore di quello calcolato mediante l'Equazione (6.71). Tuttavia, ε_x non può essere maggiore di $3,0 \times 10^{-3}$.

6.9 Eurocodice 8 UNI EN 1998-3:2005 – Progettazione delle strutture per la resistenza sismica

Si riporta nel seguito la formulazione adottata nell'Eurocodice 8 – Parte 3: Valutazione e adeguamento degli edifici. A differenza dell'Eurocodice 2 che vale per gli edifici di nuova costruzione, l'Eurocodice 8, per gli edifici esistenti, considera una resistenza ciclica V_{Rd} che diminuisce con la parte plastica della domanda di duttilità secondo il modello, già trattato, di Biskinis et al. (2004), 5.3.3. Rispetto alle formule originali presenti in normativa sono state adottate le seguenti ri-definizioni dei simboli:

- $V_{Rd} = V_R$;
- $V_{Rd,s} = V_w$;
- $\rho_{l,tot} = \rho_{tot}$;
- $A_{cv} = A_c$;
- $A_{sh} = A_{sw}$.

Il valore della resistenza ciclica è quello che corrisponde al secondo modello proposto da Biskinis et al (2004) illustrato in 5.3.3, ed in particolare alla relazione (5.36) con l'unica differenza che essa viene divisa per il coefficiente γ_{el} :

$$V_{Rd,EC8} = \frac{V_{Rd,Biskinis}}{\gamma_{el}} \quad (6.72)$$

Ovvero

$$V_{Rd} = \frac{1}{\gamma_{el}} \left[\frac{h-x}{2L_v} \min(N; 0,55A_{cv}f_c) + \left(1 - 0,05 \min(5; \mu_{\Delta}^{pl})\right) \cdot \left[0,16 \max(0,5; 100\rho_{l,tot}) \left(1 - 0,16 \min\left(5; \frac{L_v}{h}\right)\right) \sqrt{f_c} A_{cv} + V_{Rd,s} \right] \right] \quad (6.73)$$

essendo:

γ_{el} un coefficiente pari a:

- 1,15 per elementi sismici primari;
- 1,0 per elementi sismici secondari

Mentre per gli altri simboli si assume il noto significato:

h l'altezza della sezione trasversale (presa pari al diametro nel caso di sezione circolare);

x l'altezza della zona compressa della sezione (profondità dell'asse neutro);

N la forza assiale di compressione positiva (uguale a zero se di trazione);

L_v la luce di taglio;

A_{cv} è l'area della sezione trasversale pari a:

- $b_w d$ per una sezione rettangolare;
- $\pi D_c^2 / 4$ (D_c : diametro del nucleo di calcestruzzo all'interno delle staffe) per sezione circolare;

$\rho_{l,tot}$ il rapporto totale dell'armatura longitudinale;

f_c la resistenza a compressione del calcestruzzo ottenuta come valore medio delle prove in sito, e dalle fonti di informazione aggiuntive, divise per i coefficienti di confidenza, ovvero considerando il Livello di Conoscenza raggiunto; inoltre, per gli elementi sismici primari deve essere ulteriormente diviso per il coefficiente parziale per il calcestruzzo;

A tale proposito sono distinti tre livelli di conoscenza KL e ad ognuno corrisponde un coefficiente di confidenza CF, essi si trovano nelle appendici nazionali; i valori raccomandati sono:

- KL1 – conoscenza limitata: $CF_{KL1}=1,35$;
- KL2 – conoscenza adeguata: $CF_{KL2}=1,20$;
- KL3 – conoscenza accurata: $CF_{KL3}=1,00$.

$\mu_{\Delta}^{pl} = \mu_{\Delta} - 1$ è la parte plastica della richiesta di duttilità definita a partire da μ_{Δ} assunta pari al rapporto tra la rotazione massima e la rotazione a snervamento.

Gli elementi strutturali progettati come "sismici secondari" (in conformità alle definizioni della EN 1998-1:2004) vengono verificati con gli stessi criteri di conformità dei primari ma usando una stima meno conservativa della loro capacità rispetto agli elementi considerati "sismici primari" (da qui il valore inferiore del coefficiente γ_{el}).

Il contributo dell'armatura trasversale $V_{Rd,s}$ alla resistenza a taglio è definito come segue:

- Per sezioni rettangolari:

$$V_{Rd,s} = \rho_w b_w z f_{yw} \quad (6.74)$$

- Per sezioni circolari:

$$V_{Rd,s} = \frac{\pi A_{sh}}{2s} f_{yw} (D - 2c) \quad (6.75)$$

con:

ρ_w il rapporto di armatura trasversale;

f_{yw} la resistenza a snervamento dell'acciaio longitudinale ottenuta come media delle prove eseguite in sito, eventualmente corretta sulla base di fonti aggiuntive di informazione, divisa per il fattore di confidenza appropriato in relazione al Livello di Conoscenza raggiunto; nel caso di elementi sismici primari esso deve essere diviso ulteriormente per il coefficiente parziale per l'acciaio;

D è il diametro della sezione;

c è il copriferro;

A_{sh} è l'area della sezione trasversale di una staffa circolare;

s è la distanza tra le staffe misurata dal baricentro.

Infine, se in una colonna in calcestruzzo il rapporto della luce di taglio L_v/h è minore o uguale a due, il valore massimo della resistenza a taglio $V_{Rd,max}$ corrisponde al collasso per schiacciamento dell'anima lungo la diagonale della colonna dopo lo snervamento per flessione e, per carico ciclico, si calcola in accordo con la formulazione di Biskinis sulla base della (5.37) ovvero come:

$$V_{Rd,max} = \frac{\frac{4}{7} \left(1 - 0,02 \min(5; \mu_{\Delta}^{pl})\right)}{\gamma_{el}} \left(1 + 1,35 \frac{N}{A_{cv} f_c}\right) \left(1 + 0,45(100\rho_{l,tot})\right) \sqrt{\min(40; f_c) b_w z \sin 2\delta} \quad (6.76)$$

dove δ è l'angolo tra la diagonale e l'asse della colonna ($\tan\delta = h/2L_v$).

6.10 Circolare applicativa delle NTC2018 n°7 del 21 Gennaio 2019

Nella Circolare applicativa della Normativa italiana sono riportate le formule da utilizzare per il calcolo della resistenza a taglio per edifici esistenti, ovvero per edifici nuovi soggetti ad azioni sismiche, tenendo conto del degrado di resistenza a taglio in condizioni cicliche in funzione della domanda di duttilità. Diversamente della Circolare precedente n° 617 del 2 Febbraio 2009, che in questo specifico contesto era piuttosto ambigua e di non facile interpretazione, riprende l'EC8 Parte 3 e quindi il secondo metodo di Biskinis et al. (2004)

Come specificato nel Paragrafo C7.4.4: *“In condizioni sismiche, quando nell'elemento si formano cerniere duttili occorre assicurare che la riduzione di resistenza a taglio, legata alla domanda di duttilità in condizioni cicliche, non attivi un meccanismo combinato di taglio-flessione. Tale verifica deve essere eseguita almeno nelle zone dissipative degli elementi in cui sono attese con maggiore probabilità le plasticizzazioni, ovvero le sezioni di estremità delle travi, dei pilastri secondari e le sezioni allo spiccato dei pilastri primari e delle pareti”.* Quindi anche nel caso di edifici di nuova progettazione, la capacità a taglio in condizioni cicliche, in funzione della domanda di duttilità, può essere calcolata secondo la formulazione di Biskinis et al. (2004)

Nel riportare le formule relative a questa normativa si sono effettuate le seguenti ri-definizioni di simboli:

- $V_{Rd} = V_R$;
- $V_{Rd,s} = V_w$;
- $\mu_{\Delta}^{pl} = \mu_{\Delta,pl}$;
- $\rho_{l,tot} = \rho_{tot}$;
- $\rho_w = \rho_{sx}$;
- $A_{cv} = A_c$;
- $A_{sh} = A_{sx}$.

La resistenza a taglio V_{Rd} in condizioni cicliche (quali quelle sismiche) viene calcolata con la stessa espressione dell'EC8 – Parte 3, che si riscrive nel seguito per maggior chiarezza espositiva:

$$V_{Rd} = \frac{1}{\gamma_{el}} \left[\frac{h-x}{2L_v} \min(N; 0,55A_{cv}f_c) + \left(1 - 0,05 \min(5; \mu_{\Delta}^{pl})\right) \cdot \left[0,16 \max(0,5; 100\rho_{l,tot}) \left(1 - 0,16 \min\left(5; \frac{L_v}{h}\right)\right) \sqrt{f_c} A_{cv} + V_{Rd,s} \right] \right] \quad (6.77)$$

ovvero, come somma di tre contributi dovuti:

- all'entità dello sforzo normale N;
- al calcestruzzo;
- all'acciaio

dependendo anche dall'interazione con la rotazione flessionale dell'elemento in funzione della parte plastica della domanda di duttilità, μ_{Δ}^{pl} .

Il significato dei termini dell'Equazione (6.77) è il medesimo presentato al 6.9

In assenza di specifiche valutazioni, l'altezza della zona compressa della sezione può essere calcolata in maniera semplificata come: $x/h = 0,25 + 0,85 N/(A_c f_c) \leq 1$.

Si osserva che nella (6.77) nel termine che contiene μ_{Δ}^{pl} , rispetto alla versione originale presente in circolare, è stata effettuata una correzione, ponendo 5 al posto di 0,5 in perfetta analogia con Eurocodice 8, ritenendolo un refuso presente nella Circolare stessa.

Il contributo dell'armatura trasversale $V_{Rd,s}$ alla resistenza a taglio è definito come segue:

- Per sezioni rettangolari:

$$V_{Rd,s} = \rho_w b_w z f_{yw} \quad (6.78)$$

- Per sezioni circolari:

$$V_{Rd,s} = \frac{\pi A_{sh}}{2 s} f_{yw} (D - 2c) \quad (6.79)$$

con il significato dei termini già visto in precedenza.

Il valore della resistenza a taglio ottenuto mediante l'equazione (6.77) non può comunque essere assunto maggiore del valore della resistenza a "taglio-compressione", Equazione (6.21), valutata in condizioni non sismiche, con $\theta = 45^\circ$ e assumendo f_c pari alla resistenza media del calcestruzzo divisa per il fattore di confidenza appropriato in relazione al Livello di Conoscenza raggiunto e per il coefficiente parziale del materiale.

La resistenza a taglio viene valutata in funzione della domanda di duttilità, μ_{Δ} :

- Per $\mu_{\Delta} < 2$: è data dalla maggiore tra la resistenza a taglio con armatura trasversale per le condizioni non sismiche (come descritto al cap. 6.3) e la resistenza a taglio ciclica secondo la relazione (6.77);
- Per $\mu_{\Delta} > 3$: è quella relativa alle condizioni cicliche secondo la relazione (6.77);
- Per $2 < \mu_{\Delta} < 3$: si interpola linearmente la resistenza a taglio ottenuta nei due casi precedenti.

Infine, è necessario tenere in conto che, nel caso in $\mu_{\Delta} < 1$, la resistenza a taglio può essere valutata, alternativamente, come per gli elementi senza armature trasversali resistenti a taglio (presentata al cap.6.3) una volta verificato che la domanda a flessione o pressoflessione non superi la corrispondente capacità al limite elastico in entrambe le direzioni principali della sezione.

6.11 STANDARD ASCE/SEI 41-17 – Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings

Nelle Standard ASCE/SEI 41-17, emanate dal Structural Engineering Institute (SEI) appartenente all'American Society of Civil Engineers (ASCE) - che è la più antica società di ingegneria in America - la resistenza a taglio viene calcolata secondo la teoria di Sezen e Moehle riportata al 5.3.4.

Rispetto alle formule originali presenti in normativa sono state adottate le seguenti ri-definizioni dei simboli

- $A_c = A_g$;
- $A_{sw} = A_v$;

$$- \gamma = k_{nl}$$

Nel Capitolo riguardante i telai a nodi rigidi, viene fornita la seguente equazione per il calcolo della resistenza a taglio delle colonne di calcestruzzo espressa in [MPa]:

$$V_{Col} = \gamma V_{Col0} = \gamma \left[\alpha_{Col} \left(\frac{A_{sw} f_{ytL/E} d}{s} \right) + \lambda \left(\frac{0,5 \sqrt{f'_{cL/E}}}{M_{UD}/V_{UD} d} \sqrt{1 + \frac{N_{UG}}{0,5 \sqrt{f'_{cL/E}} A_c}} \right) 0,8 A_c \right] \quad (6.80)$$

dove:

il coefficiente γ è pari a:

- 1, se $\mu_{\Delta} \leq 2$;
- 0,7 se $\mu_{\Delta} \geq 6$;
- Interpolazione lineare dei due casi sopra se: $2 < \mu_{\Delta} < 6$;

V_{Col0} è la resistenza a taglio delle colonne di calcestruzzo quando il valore della domanda di duttilità che non eccede 2;

A_{sw} è l'area dell'armatura trasversale;

$f_{ytL/E}$ è il limite inferiore o la resistenza a snervamento prevista dell'acciaio di armatura trasversale, applicabile ad azioni a forza-controllata o a deformazione-controllata, rispettivamente;

d è l'altezza utile della sezione e può essere assunta pari a $0,8h$;

s è il passo dell'armatura trasversale;

$\lambda = 0,75$ per calcestruzzi leggeri e $\lambda = 1$ per calcestruzzi ordinari;

$f'_{cL/E} = \frac{f_c}{1,5}$ è il limite inferiore o la resistenza del calcestruzzo prevista, applicabile ad azioni a forza-controllata o a deformazione-controllata, rispettivamente;

$M_{UD}/V_{UD} d$ deve essere compreso tra 2 e 4;

N_{UG} è la compressione assiale, assunta pari a zero se di trazione;

A_c è l'area di calcestruzzo;

α_{Col} è un parametro adimensionale utilizzato per valutare l'efficacia dell'armatura trasversale nel resistere alle forze di taglio ed è pari a:

- 1, per $s/d \leq 0,75$;
- 0, per $s/d \geq 1$;
- varia linearmente per valori di s/d compresi tra 0,75 ed 1.

Si osserva quindi come (6.33) riguarda solo le colonne e non sembra presente nella normativa una formula di resistenza a taglio per le travi.

7 DATABASE PROVE SPERIMENTALI

7.1 Introduzione

In letteratura esistono diversi database contenenti prove sperimentali a taglio su elementi in c.a., in alcuni casi incompleti e di difficile comprensione. Per tale ragione si è sentita l'esigenza di unificare in un unico database un numero significativo di prove sperimentali a taglio effettuate su elementi in cemento armato reperite dalla letteratura, in diverse condizioni di carico e di vincolo.

In totale, si sono considerate 2858 prove suddivise come è possibile vedere dalla Figura 7.1 in:

- 21% con armatura trasversale, ovvero 587 prove;
- 79% in assenza di armatura trasversale, ovvero 2271 prove.

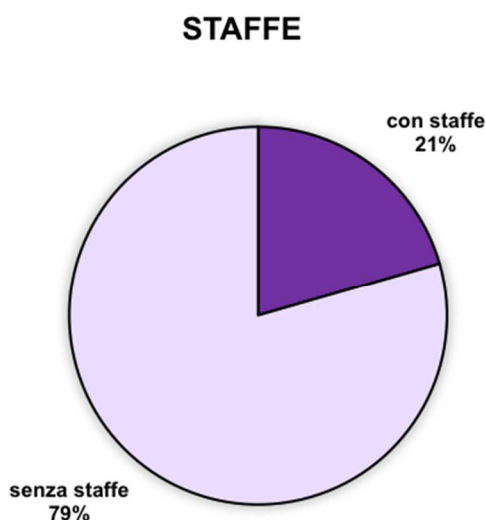


Figura 7.1 Composizione del Database creato (2858 test)

Il Database creato è stato suddiviso in due parti, a seconda che le prove siano state effettuate in presenza o assenza di armatura trasversale e nel seguito vedremo, in particolare, la procedura effettuata per ottenerlo.

7.2 Procedura svolta per la creazione del Database

7.2.1 Elementi dotati di armatura trasversale

La fonte principale nella costruzione del Database di prove sperimentali a taglio per elementi dotati di armatura trasversale è costituita dal Database del PEER – “Pacific Earthquake Engineering Research Center” dell’Università di Berkeley, California.

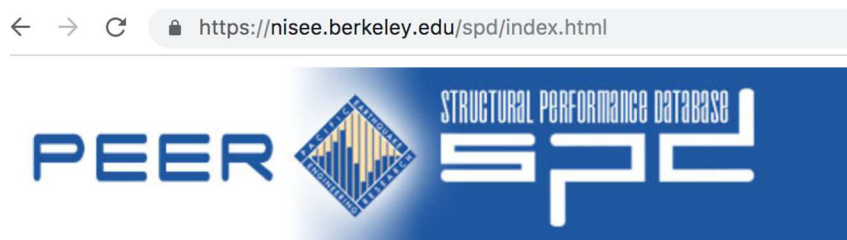


Figura 7.2 Database dell'Università di Berkeley

Tale database è il risultato del lavoro di Dr. A. Taylor, Dr. W. Stone e di altri ricercatori del “National Institute of Standards and Technology” (NIST) che hanno fornito le prove costituenti il nucleo del database ed è stato poi ampliato dall'Università di Washington. Il loro studio è stato supportato principalmente dall'“Earthquake Engineering Research Centers Program” del “National Science Foundation” attraverso il “Pacific Earthquake Engineering Research Center” (PEER).

Il database è stato assemblato per fornire ai ricercatori i dati necessari per valutare e sviluppare modelli di prestazione sismici per colonne di cemento armato.

Esso raccoglie prove cicliche con carico laterale su colonne in c.a., delle quali vengono riportate le seguenti informazioni:

- geometria della colonna;
- proprietà dei materiali della colonna;
- configurazione del test;
- carico assiale;
- storia di carico della colonna;
- commenti, nel caso di caratteristiche inusuali;
- riferimenti sull'autore e link per ulteriori informazioni;
- disegni ed immagini (qualora fossero disponibili).

Dal Database del PEER sono state ricavate molte delle prove costituenti il database presentato in questo lavoro, nel caso di presenza di armatura a taglio, in particolare:

- 241 prove su colonne rettangolari/quadrate;
- 152 prove su colonne circolari;

per un totale di 393 prove svolte tra il 1973 ed il 2002.

Questo Database è stato poi integrato con quello dell'ACI-DAfStb (American Concrete Institute - Deutscher Ausschluß für Stahlbeton) presente nell'articolo “ACI-DAfStb Databases for Shear Tests on Slender Reinforced Concrete Beams with Stirrups” del 2014. Quest'ultimo, contenente dati di prove a taglio su travi dotate di armatura trasversale e soggette a carichi puntuali, è stato creato nel 1999 e poi revisionato ed ampliato fino al 2014 grazie all'unione ACI-DAfStb. Esso ha contribuito alla creazione del Database per un totale di 157 prove, effettuate tra il 1960 ed il 2010.

In seguito, sono state valutate le 51 prove sperimentali utilizzate da Sezen e Moehle (2002) a supporto della loro teoria, presentata in 5.3.4, e riportate nel loro articolo. Essendo, 17 delle prove, già incluse nel database PEER sono state aggiunte le restanti 34, effettuate tra il 1964 ed il 2002.

Infine, le ultime tre prove sperimentali che fanno parte del database risalgono al 2003 e si trovano nel lavoro di di H. G. Park, E. J. Yu, K. K. Choi (2003).

In questo modo, si è ottenuto un database per elementi dotati di armatura trasversale contenente un totale di 587 prove.

Nella Figura 7.3, è possibile valutare la percentuale di prove associate ad ogni fonte utilizzata nello sviluppo del database:

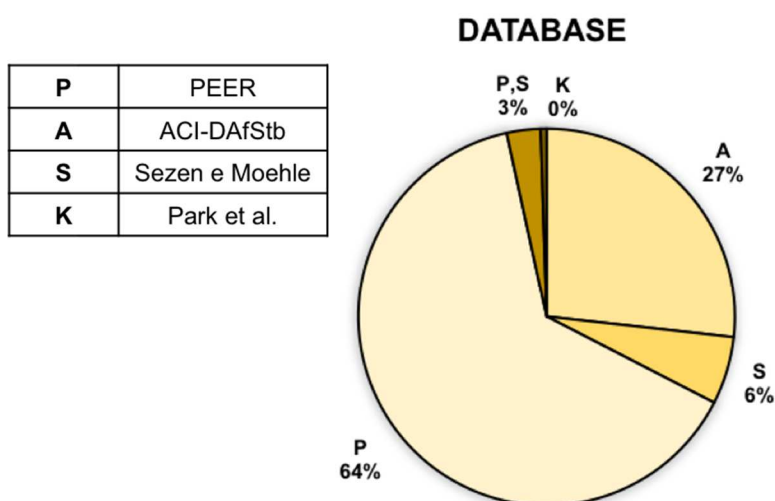


Figura 7.3 Dettaglio delle fonti utilizzate per costruire il Database per elementi armati a taglio

7.2.2 Elementi in assenza di armatura trasversale

Si è sviluppato, in seguito, un database contenente prove sperimentali effettuate su elementi privi di armatura a taglio.

La fonte principale alla quale sono da attribuire la maggior parte delle prove sperimentali raccolte è il lavoro di M. P. Collins, E. C. Bentz ed E. G. Sherwood del 2015.

Il loro lavoro include 1849 prove a taglio che sono state trovate attraverso una ricerca esaustiva degli articoli pubblicati nell'ACI Journal tra il 1948 e Dicembre 2006. Non erano stati trovati dei test pertinenti nei documenti ACI antecedenti il 1948 e sono stati inclusi nella banca dati tutti i risultati trovati nei documenti antecedenti tale data. Pertanto, tale database include anche rotture avvenute per flessione, se queste erano presenti in articoli riguardanti il taglio.

Oltre a quanto riportato nell'ACI Journal, nell'articolo di Collins et al. (2015), sono stati controllati e riportati i risultati raccolti in altre fonti bibliografiche, come ad esempio l'ASCE Journal dalla metà degli anni '50 a Dicembre del 2006, i numeri disponibili del "Magazine of Concrete Research", "Engineering Structures", "Transactions of the Japan Concrete Institute", tesi svolte da studenti e report pubblicati sui test. Infine, vengono inclusi anche altri database pubblicati in precedenza.

Per la selezione degli elementi da includere nel database di tale articolo, gli autori hanno rispettato le seguenti condizioni:

- cemento armato (senza limiti per quanto riguarda la resistenza del calcestruzzo);
- sezione rettangolare o trave a T;
- no carico assiale, no precompressione;
- no staffe, no fibre;
- armatura in acciaio (senza limiti per la tensione di snervamento);
- calcestruzzi ordinari (no leggeri);
- carichi puntuali o carichi uniformi, travi semplicemente appoggiate o continue;

- nessun limite geometrico imposto per la dimensione dell'elemento.

Dunque, tale lavoro ha contribuito al database con 1849 prove sperimentali, svolte tra il 1948 ed il 2007.

La collezione di prove sperimentali per la creazione del database presentato in questo lavoro è poi continuata con le prove trovate nell'Appendice 2 della Tesi di F. Cavagnis: "Shear in reinforced concrete without transverse reinforcement: from refined experimental measurements to mechanical models" del 2017. Esse si riferiscono a travi snelle in c.a. soggette a differenti condizioni di carico e vincolo. Non avendo considerato le prove già trovate nell'articolo di M. P. Collins, questa tesi di F. Cavagnis ha ampliato di 282 prove il database, con prove effettuate tra il 1955 ed il 2017.

Infine, il database così ottenuto per gli elementi privi di armatura a taglio, è stato integrato con le prove presenti nel database dell'ACI-DAfStb senza staffe, ovvero nell'articolo del 2013 di K. H. Reineck, E. C. Bentz, B. Fitik, D. A. Kuchma e O. Bayrak: "ACI-DAfStb Database of Shear Tests on Slender Reinforced Concrete Beams without Stirrups".

Tale banca dati venne creata nel 2003, collezionando i dati su travi senza armatura a taglio soggette a carichi puntuali, e inizialmente contava 439 prove sperimentali. Poi venne estesa considerevolmente dal gruppo ACI-DAfStb e vennero inclusi anche 40 test effettuati su travi con carico uniformemente distribuito.

Non considerando le prove già presenti nel nostro database, il contributo di quest'ultimo articolo è stato di 140 prove sperimentali, effettuate tra il 1957 ed il 2011.

Si è così arrivati ad un totale di 2271 prove sperimentali effettuate su elementi privi di armatura trasversale.

Nella Figura 7.4 è possibile valutare le percentuali associate ad ogni fonte utilizzata nella creazione del database.

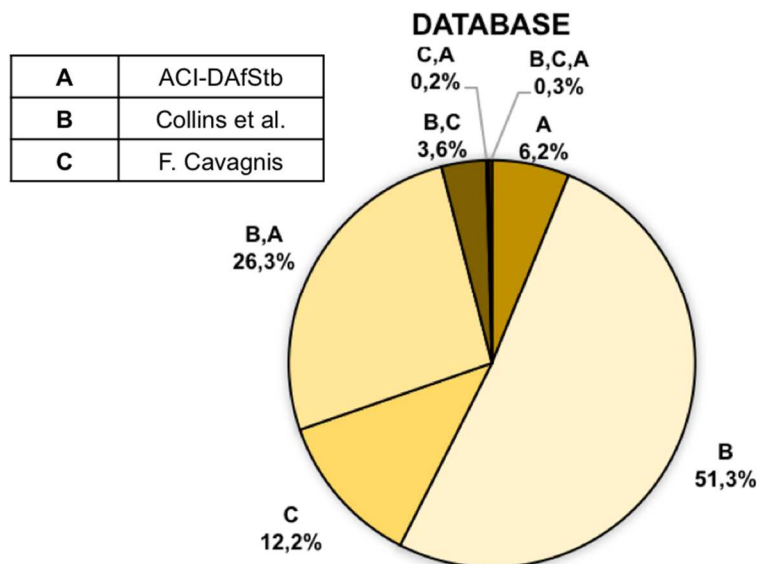


Figura 7.4 Dettaglio delle fonti utilizzate per costruire il Database per elementi non armati a taglio

7.3 Struttura del Database

Si presenta nel seguito la struttura del database, andando a specificare tutte le informazioni presenti in esso. Come è stato già indicato, per la creazione del database sono stati creati tre fogli di lavoro:

- “Columns in the Database”: la legenda dei termini e simboli utilizzati nei fogli seguenti, il cui obiettivo è quello di fare in modo che chiunque utilizzi il database conosca il significato di ogni termine presente in esso;
- “With shear reinforcement”: contenente le prove sperimentali di elementi con armatura trasversale;
- “Without shear reinforcement”: contenente le prove sperimentali di elementi in assenza di armatura a taglio.

Come criterio generale seguito nella costruzione del database se in diversi database compariva la stessa prova sperimentale nel caso in cui si siano stati trovati due valori non coincidenti per lo stesso parametro, essi sono stati riportati in colonne separate.

In dettaglio si presentano e descrivono nel seguito le informazioni riportate nel database:

- INFORMAZIONI GENERALI

Le informazioni sono riportate compilando i campi indicati in Figura 7.5

General information							
#	# Exp. Campaign	Authors	# Test	Year	Test ID notation	Data-base	Load Type

Figura 7.5 Dettaglio “Informazioni generali” nel database

- **#** - numero progressivo per ogni test riportato;
- **# Exp. Campaign** – numero progressivo per ogni autore/i;
- **Authors** – autore/i;
- **#Test** – numero progressivo del test riguardante uno stesso autore/i;
- **Year** – anno di esecuzione della prova;
- **Data-base** – data base di provenienza o autori che hanno riportato il test sperimentale nel proprio studio, Tabella 7.1

[P]	PEER	“Structural Performance Database”
[C]	F. Cavagnis	“Shear in reinforced concrete without transverse reinforcement from refined experimental measurements to mechanical models”
[B]	M. P. Collins et al.	“Where is Shear Reinforcement Required? Review of Research Results and Design Procedures”
[A]	ACI-DAfStb	“Database of Shear Tests on Slender Reinforced Concrete Beams with Stirrups”
		“Database for Shear Tests on Slender Reinforced Concrete Beams without Stirrups”
[S]	Sezen e Moehle	“Shear Strength Model for Lightly Reinforced Concrete Columns”
[K]	H.-G. Park et al.	“Shear-strength degradation model for RC columns subjected to cyclic loading”

Tabella 7.1 Autori/fonti dei dati sperimentali

- **Load Type** – tipo di carico, puntuale o concentrato come indicato in Figura 7.6

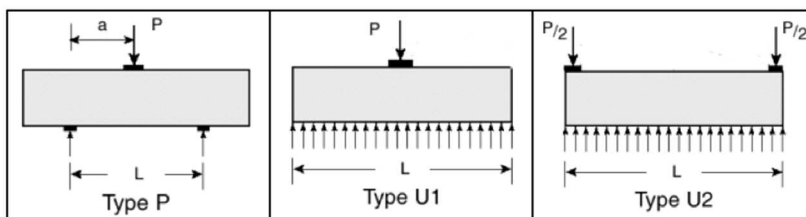


Figura 7.6 Opzioni di carico

- GEOMETRIA

Le informazioni relative alla geometria sono indicate in Figura 7.7

Geometry											
L_v [mm]	b_w [mm]	b [mm]	h [mm]	d [mm]	D [mm]	l [mm]	l_c [mm]	l_{ss} [mm]	Cross section	$L_v/h(D)$ [-]	L_v/d [-]

Figura 7.7 Dettaglio “Geometria” nel database

- L_v – luce di taglio [mm];
- b_w – larghezza della sezione [mm];
- b – larghezza della flangia [mm];
- h – altezza della sezione [mm];
- d – altezza utile della sezione [mm];
- D – diametro dell’elemento [mm];
- l – lunghezza della campata [mm];
- l_c – distanza dal punto di flesso all’asse del supporto fisso in elementi continui [mm];
- l_{ss} – distanza dall’asse della fine del supporto al punto di flesso in elementi continui [mm];
- **Cross section** – tipo di sezione, Tabella 7.2
-

SIMBOLO	Significato
R	Rectangular
S	Square
O	Octogonal
C	Circular
T	T section

Tabella 7.2 Tipologia di sezione

- $L_v/h(D)$ – rapporto luce di taglio/altezza (diametro);
- L_v/d – rapporto luce di taglio/altezza utile.

- INFORMAZIONI EXTRA

Sono riportate le informazioni riportate in Figura 7.8

Extra			
A	q [kN/m]	Test configuration	Bear [mm]

Figura 7.8 Dettaglio “Informazioni extra” nel database

- **A** – se questa colonna contiene una X” l’elemento presenta interruzioni di barra;
- **q** – carico distribuito [kN/m];
- **Test configuration** – sono possibili cinque diverse configurazioni del test che vengono riportate in Figura 7.9e Figura 7.10

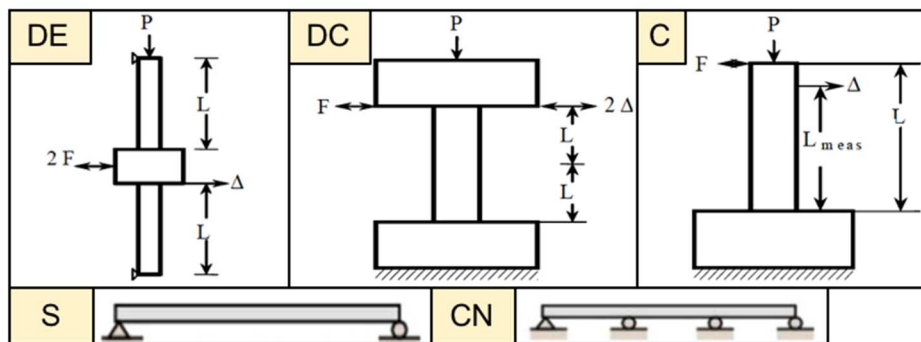


Figura 7.9 Possibili configurazioni del test

SIMBOLO	Significato
DE	Double-Ended
DC	Double-Curvature
C	Cantilever
S	Simply supported
CN	Continuous

Tabella 7.3 Possibili configurazioni del test

- **Bear** – lunghezza longitudinale della piastra di supporto [mm].

- PROPRIETÀ DEI MATERIALI

Le proprietà dei materiali riportate sono descritte in Figura 7.10

LWC	Longitudinal				Transverse		
	$f_{cm,cyl}$ [MPa]	f_{ck} [MPa]	f_c' [MPa]	f_{yw} [MPa]	f_y [MPa]	f_{yw} [MPa]	f_y [MPa]

Figura 7.10 Dettaglio “Proprietà dei materiali” nel database

- **LWC** – se questa colonna contiene una X significa che si tratta di calcestruzzo leggero strutturale, altrimenti il calcestruzzo è ordinario;
- $f_{cm,cyl}$ – resistenza a compressione cilindrica del calcestruzzo il giorno della prova [MPa];

- f_{ck} – resistenza caratteristica cilindrica del calcestruzzo (secondo le normative europee);
- f_c' – resistenza a compressione del calcestruzzo (secondo l'ACI);
- f_{yw} – tensione a snervamento dell'acciaio [MPa];
- f_y – resistenza a snervamento dell'acciaio [MPa].

Per quanto riguarda la resistenza a compressione del calcestruzzo, è necessario fare alcune considerazioni.

Visto che normalmente i test forniscono un valore medio della resistenza a compressione del calcestruzzo ($f_{cm,cyl}$), è necessario convertire tale valore nel valore caratteristico utilizzato nelle normative.

La relazione tra la resistenza del calcestruzzo media e caratteristica, in accordo con le normative europee (e.g. Model Code 2010) è rappresentata dalla seguente relazione:

$$f_{cm,cyl} = f_{ck,cyl} + \Delta f \quad (7.1)$$

dove il parametro Δf vale:

$$\Delta f = 1.645 \sigma \quad (7.2)$$

e 1.645 è il coefficiente per il passaggio dal valore al 5° percentile al valore medio nella funzione normale standard e σ è la deviazione standard della resistenza a compressione. Un valore consolidato per la deviazione standard, e quasi indipendente dalla resistenza a compressione del calcestruzzo, è pari a 5 MPa (Mueller et al. 2013), risultando $\Delta f \cong 8 \text{ MPa}$.

Nel caso di prove di laboratorio, in accordo con la ricerca effettuata dal DIBt (1999), si può osservare come la resistenza a compressione del calcestruzzo abbia una deviazione standard $\sigma^{(lab)}$ pari a circa 2.5 MPa (la metà del valore adottato da Model Code 2010), ottenendo così:

$$\Delta f = 1.645 \sigma^{(lab)} \cong 4 \text{ MPa} \quad (7.3)$$

Il valore caratteristico di resistenza cilindrica del calcestruzzo, f_{ck} , come definito nelle normative europee non è uguale alla resistenza a compressione cilindrica f_c' dell'ACI 318, dal momento che f_c' rappresenta il frattile al 9%, mentre f_{ck} il frattile al 5%. Per il caso di frattile al 9%, assumendo ancora una distribuzione normale per la resistenza a compressione, il parametro Δf vale:

$$\Delta f = 1.341 \sigma^{(lab)} \cong 3 \text{ MPa} \quad (7.4)$$

Dunque, la resistenza a compressione f_c' viene determinata come:

$$f_c' = f_{cm} - 3 \text{ [MPa]} \quad (7.5)$$

- DATI DELL'ARMATURA LONGITUDINALE

I dati considerati per l'armatura longitudinale sono riassunti in Figura 7.11.

Longitudinal Reinforcement Data			
\emptyset_1 [mm]	N. bar [-]	ρ_1 [%]	Ribbed/Smooth Bars

Figura 7.11 Dettaglio "Dati armatura longitudinale" nel database

- \emptyset_1 – diametro delle barre di armatura;

- **N.bar** – numero delle barre;
- ρ_1 – percentuale di armatura longitudinale [%]
- **Ribbed/smooth bars (r/0)** – barre ad aderenza migliorata/lisce.

- DATI DELL'ARMATURA TRASVERSALE

I dati considerati per l'armatura longitudinale sono riassunti in Figura 7.12 .

Transverse Reinforcement Data						
Type	\emptyset_w [mm]	N. shear legs [-]	s [mm]	ρ_w [%]	A_{sw} [mm ²]	Ribbed/Smooth Bars

Figura 7.12 Dettaglio "Dati armatura trasversale" nel database

Dove:

- **Type** – Disposizione di armature per il confinamento identificata mediante un simbolo tra quelli riportati in Tabella 7.4 e Figura 7.13.Figura 7.5

SIMBOLO	Significato
I	Interlocking ties
R	Rectangular ties (around perimeter)
RI	Rectangular and interlocking ties
RJ	Rectangular ties with J-hooks
RD	Rectangular and diagonal ties
RO	Rectagular and octogonal ties
UJ	U-bars with J-hooks
RU	Rectangular ties and U-bars
RIJ	Rectangular and interlocking ties with J-hooks

Tabella 7.4 Possibili disposizioni di armature per il confinamento

- AGGREGATI

Per gli aggregati è previsto un unico campo, Figura 7.15.

Aggregates
a_g [mm]

Figura 7.15 Dettaglio "Aggregati" nel database

Con

- a_g – massima dimensione dell'aggregato [mm].

- RISULTATI

I risultati dei test sono così raccolti come riportato in Figura 7.16

Results						
V_{max} [kN]	V_{right} [kN]	V_{left} [kN]	M_{max} [kNm]	Δ_y [mm]	μ_{Δ} [-]	Failure Mode

Figura 7.16 Dettaglio "Risultati" nel database

Con:

- V_{max} – massima forza di taglio osservata [kN];
- V_{right} – forza di taglio al supporto intermedio (destra) [kN];
- V_{left} – forza di taglio al supporto finale (sinistra) [kN];
- M_{max} – massimo momento osservato [kNm];
- Δ_y – spostamento misurato [mm];
- μ_{Δ} - domanda di duttilità;
- **Failure mode** – modalità di rottura, identificata con uno dei simboli riportati in Tabella 7.5

SIMBOLO	Significato
F	Flexure
S	Shear
F-S	Flexure-Shear

Tabella 7.5 Possibili modalità di rottura

- COMMENTI

È inserito uno specifico campo commenti per eventuali annotazioni relative alla prova, Figura 7.17

Comments

Figura 7.17 Dettaglio "Commenti" nel database

- FONTE

Per le fonti bibliografiche di riferimento è prevista la compilazione dei campi indicati in Figura 7.18

Reference					
Authors	Title	Publication	Site	Year	Pages

Figura 7.18 Dettaglio "Fonte" nel database

Dove:

- **Authors** – autori;
- **Title** – titolo;
- **Publication** – pubblicazione;
- **Site** – luogo dove è stata pubblicata la fonte;
- **Year** – anno di pubblicazione;
- **Pages** – numero di pagine/pagine.

7.4 Caratteristiche del database e variabilità dei parametri

Sono state valutate le diverse caratteristiche dei due database creati e successivamente è stata analizzata la variabilità dei parametri caratteristici delle prove sperimentali.

7.4.1 Elementi dotati di armatura trasversale

Innanzitutto, possiamo notare, da Figura 7.19, come il database di elementi dotati di armatura trasversale presenti la maggior parte delle prove sperimentali effettuate su colonne, in particolare il 67% ed il restante 33% di prove sperimentali effettuate su travi.

TIPOLOGIA DI ELEMENTO

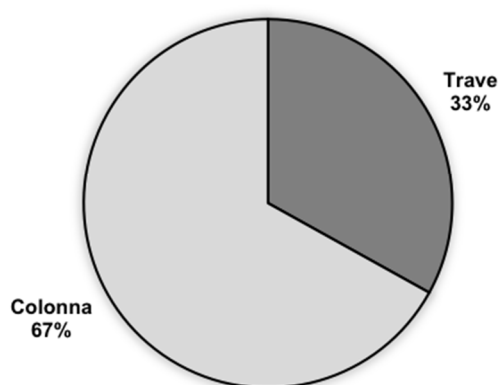


Figura 7.19 Tipologia di elemento delle prove sperimentali (587 test)

Inoltre, le prove sperimentali effettuate su elementi dotati di armatura trasversale presentano sezioni per la maggior parte rettangolari/quadrate per un totale del 63%. Esse sono state evidenziate in rosso in Figura 7.20 perché, nel capitolo seguente, saranno le uniche utilizzate per effettuare la valutazione e il confronto degli approcci normativi e linee guida, pertanto, il database verrà ridotto del 37%, ovvero delle prove aventi sezione circolare, ottagonale e sezione a T.

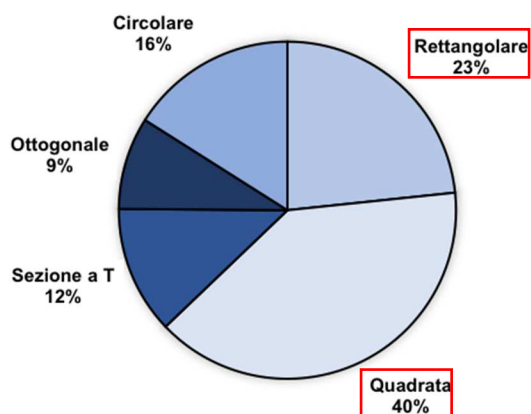
SEZIONE TRASVERSALE

Figura 7.20 Tipologia di sezione trasversale delle prove sperimentali (587 test)

Le configurazioni dei test sono rappresentate in Figura 7.21. Le più utilizzate sono:

- Cantilever [C] – 34%: ovvero a mensola;
- Simply Supported [S] – 27%: ovvero semplicemente appoggiate.

Altre configurazioni possibili dei test sperimentali sono:

- Double-Curvature [DC] – 18%: doppia-curvatura;
- Double-Ended [DE] – 15%: a due estremità.

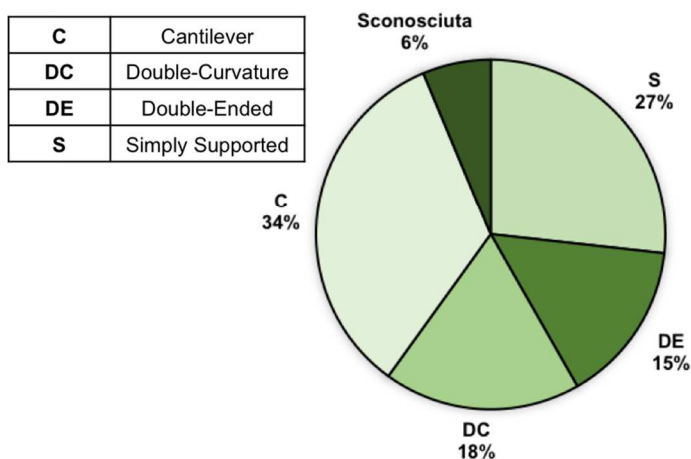
CONFIGURAZIONE DEL TEST

Figura 7.21 Configurazioni dei test sperimentali (587 test)

Non sono stati imposti limiti per quanto riguarda il tipo di configurazione del test nel confronto presentato nel capitolo 8

Un'altra caratteristica importante dei test sperimentali è la modalità con cui l'elemento arriva a rottura.

Nel confronto tra i diversi approcci normativi e linee guida, effettuato nel capitolo seguente, verranno considerate solo le prove sperimentali con rottura per:

- [S] taglio – 35%;
- [F-S] taglio-flessione – 17%

evidenziate in rosso in Figura 7.22, trascurando il 48% delle prove sperimentali con rottura avvenuta per flessione [F].

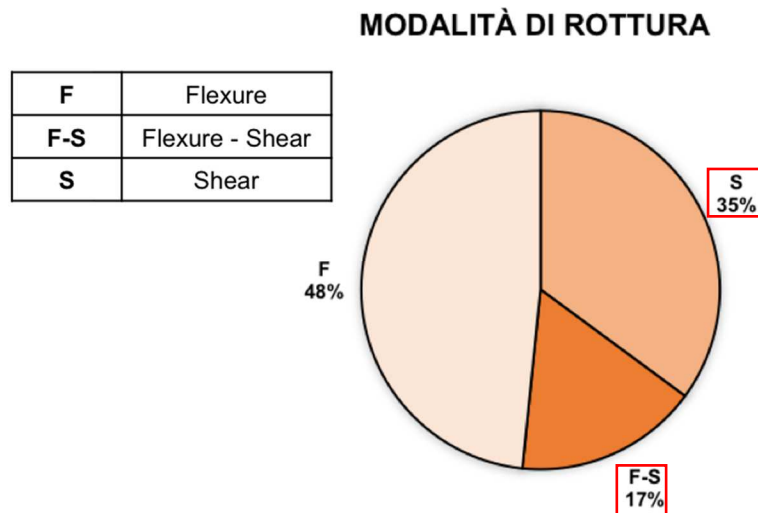


Figura 7.22 Modalità di rottura dei test sperimentali (587 test)

Per valutare la variabilità dei parametri caratteristici del database vengono nel seguito riportati i grafici che mostrano le frequenze assolute (Figura 7.23), le frequenze relative e la frequenza cumulata (Figura 7.24) del numero dei test come funzione dei seguenti parametri:

- f_c – resistenza a compressione del calcestruzzo;
- f_{yw} – resistenza a snervamento dell'acciaio di armatura trasversale;
- h – altezza della sezione;
- L_v/h – rapporto luce di taglio/altezza della sezione;
- ρ_l – percentuale di armatura longitudinale;
- ρ_w – percentuale di armatura trasversale.

Nella Figura 7.24 viene rappresentata la distribuzione dei valori dei parametri caratteristici per l'intero database. In particolare, i parametri h e L_v/h non sono forniti per tutte le prove collezionate ed è questo il motivo per cui i grafici si fermano ad un totale di 435 prove.

Si può notare come la maggior parte dei test abbia resistenza a compressione del calcestruzzo f_c compresa tra circa 20 e 40 MPa e resistenza a snervamento dell'acciaio f_{yw} compresa tra circa 300 e 600 MPa. Quasi metà degli elementi presenta il rapporto L_v/h inferiore a 3 e più della metà presenta percentuale di armatura longitudinale compresa tra 1% e 4%.

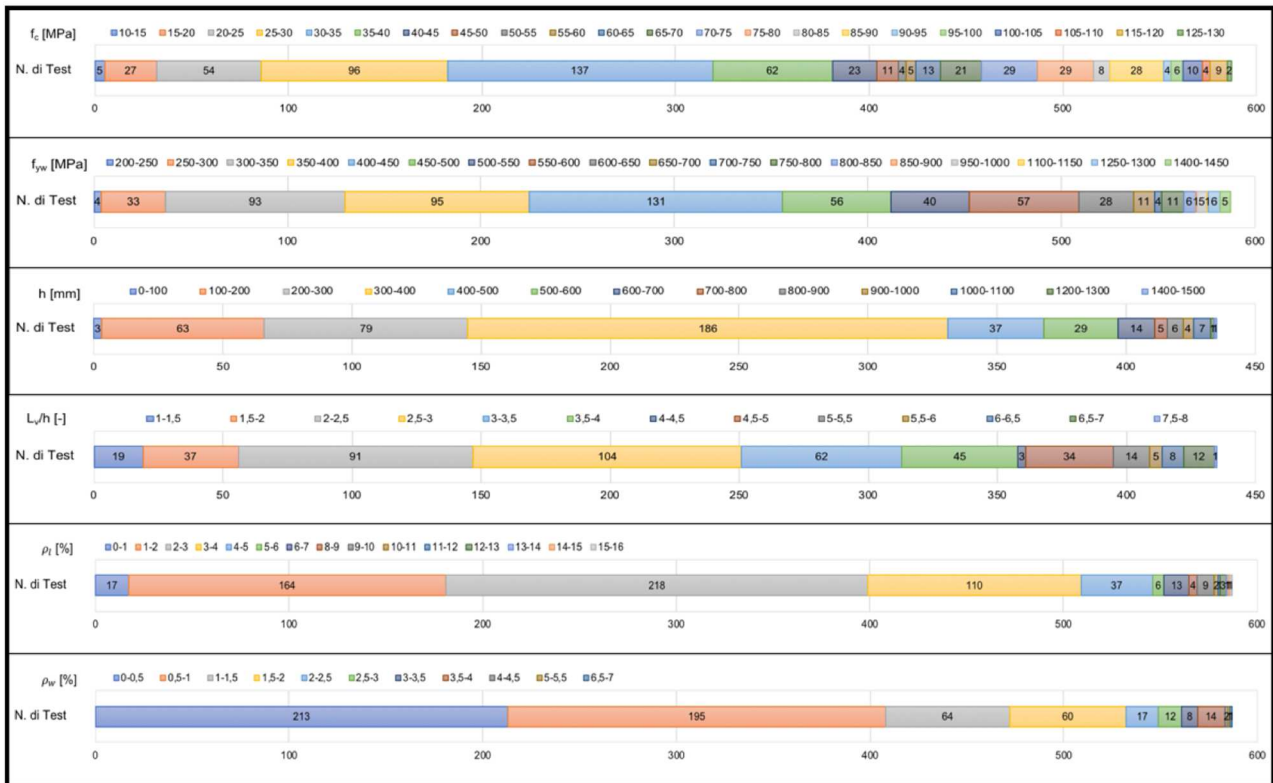


Figura 7.23 Frequenze assolute dei parametri caratteristici (587 test)

Le considerazioni fatte per la Figura 7.23 si possono vedere anche dagli istogrammi di Figura 7.24. In particolare, in Figura 7.24 troviamo distribuzione e cumulata del numero dei test in funzione dei parametri caratteristici. Possiamo individuare i seguenti intervalli in cui si concentrano i valori dei parametri caratteristici:

- $20MPa \leq f_c \leq 40MPa$;
- $300MPa \leq f_{yw} \leq 600MPa$;
- $100mm \leq h \leq 400mm$;
- $2 \leq L_v/h \leq 5$;
- $1\% \leq \rho_l \leq 4\%$;
- $0\% \leq \rho_w \leq 1\%$.

Nel Capitolo seguente, si vedrà come tali parametri influenzano il valore della resistenza a taglio calcolata utilizzando le diverse linee guida e normative.

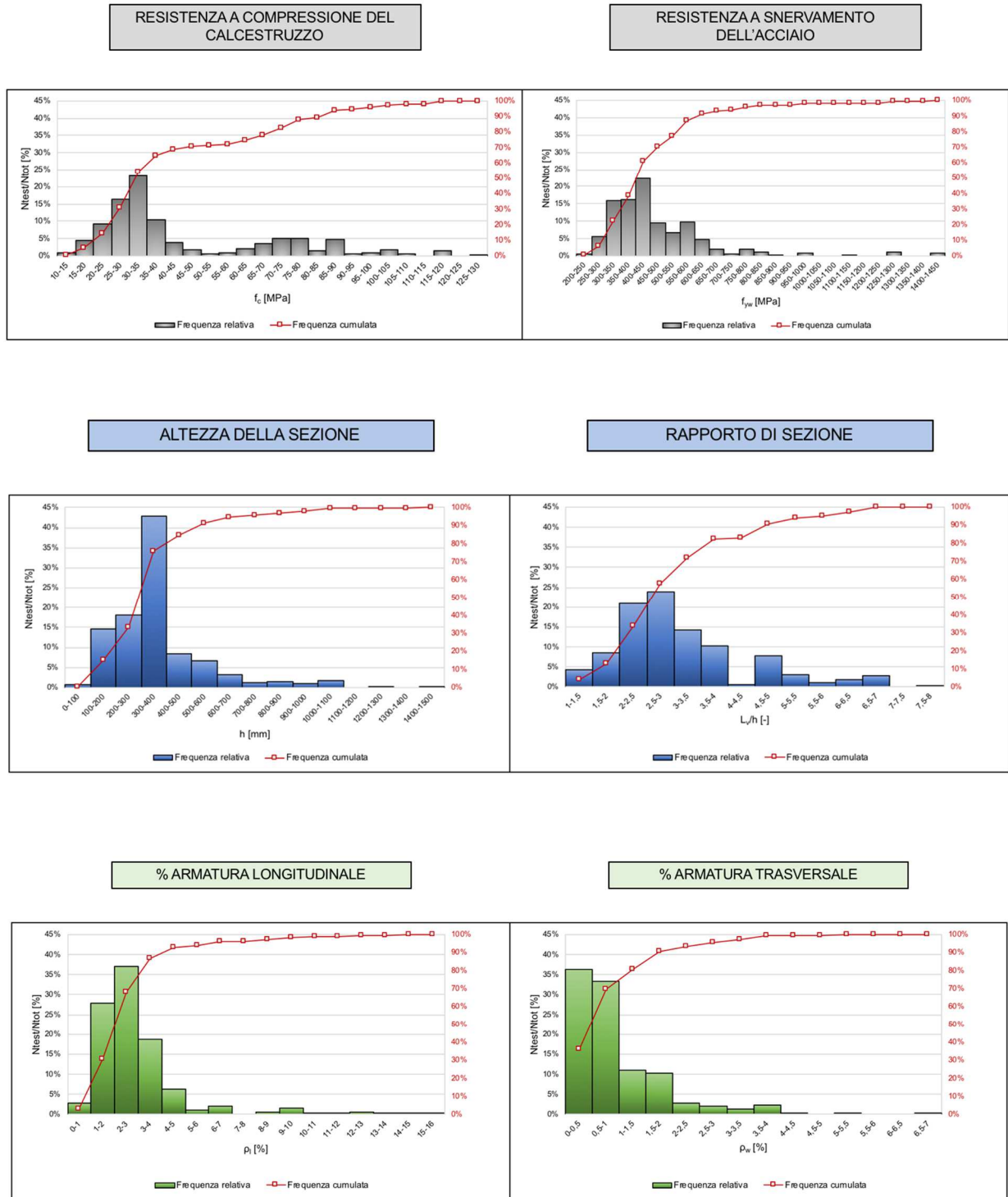


Figura 7.24 Frequenza relative e cumulata del n° dei test in funzione dei parametri caratteristici (587 test)

Nella Figura 7.25, si riporta una distribuzione multi-parametrica dei test sperimentali dove è possibile valutare la combinazione di più parametri contemporaneamente, ovvero:

- $\rho_l < 2\%$: parte **sinistra** del grafico;
- $2\% \leq \rho_l \leq 3\%$: parte **centrale** del grafico;

- $\rho_l > 3\%$: parte **destra** del grafico;
- $\rho_w < 1\%$: ascisse;
- $1\% \leq \rho_w \leq 2\%$: ascisse;
- $\rho_l > 2\%$: ascisse;
- % di test con $f_c < 30\text{MPa}$: istogramma verde;
- % di test con $30\text{MPa} \leq f_c \leq 40\text{MPa}$: istogramma grigio;
- % di test con $f_c > 40\text{MPa}$: istogramma giallo.

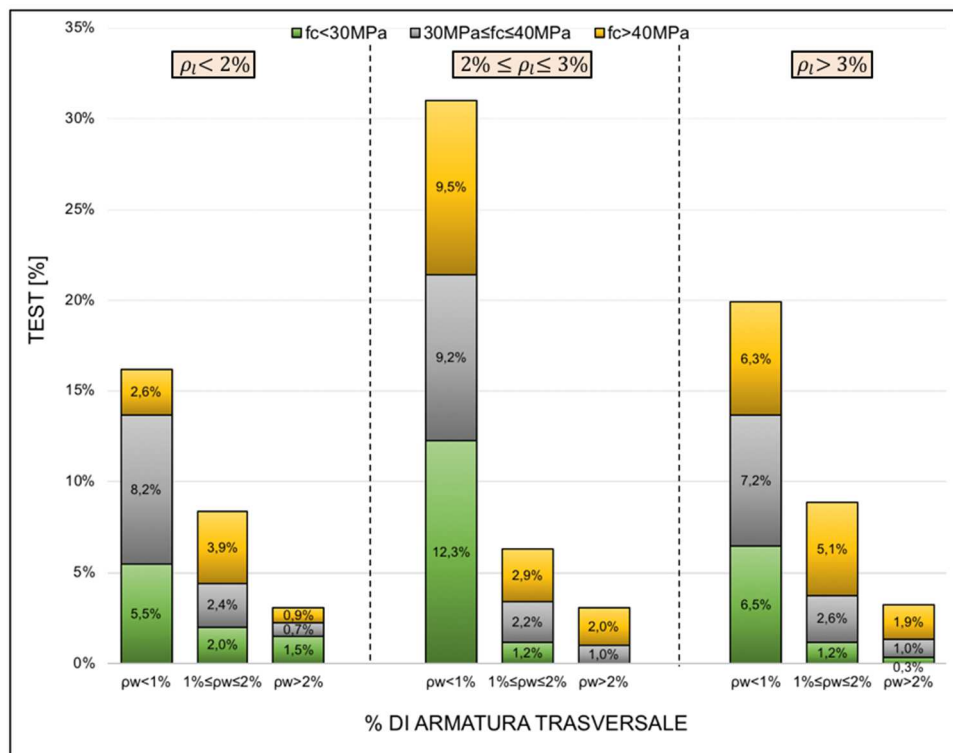


Figura 7.25 Distribuzione del numero dei test in funzione dei parametri caratteristici (587 test)

Dal grafico riportato in Figura 7.25 possiamo notare come:

- Circa il 28% delle prove abbia percentuale di armatura longitudinale inferiore al 2%, tipico delle strutture esistenti progettate per carico gravitazionale o basse/moderate azioni sismiche;
- Circa il 16% di tali prove presenta anche percentuale di armatura trasversale inferiore all'1%;
- La maggior parte delle prove presenta armatura longitudinale compresa tra 2% e 3%, armatura trasversale inferiore all'1% e resistenza a compressione inferiore a 30MPa.

Infine, nei grafici di Figura 7.26, vengono riportati i valori della resistenza a taglio al variare dei parametri caratteristici per le 435 prove di cui sono disponibili tutti i parametri in gioco. Si osserva

come sia presente un valore di taglio resistente che si discosta molto dagli altri (più del doppio) dovuto al valore molto elevato dell'altezza della trave.

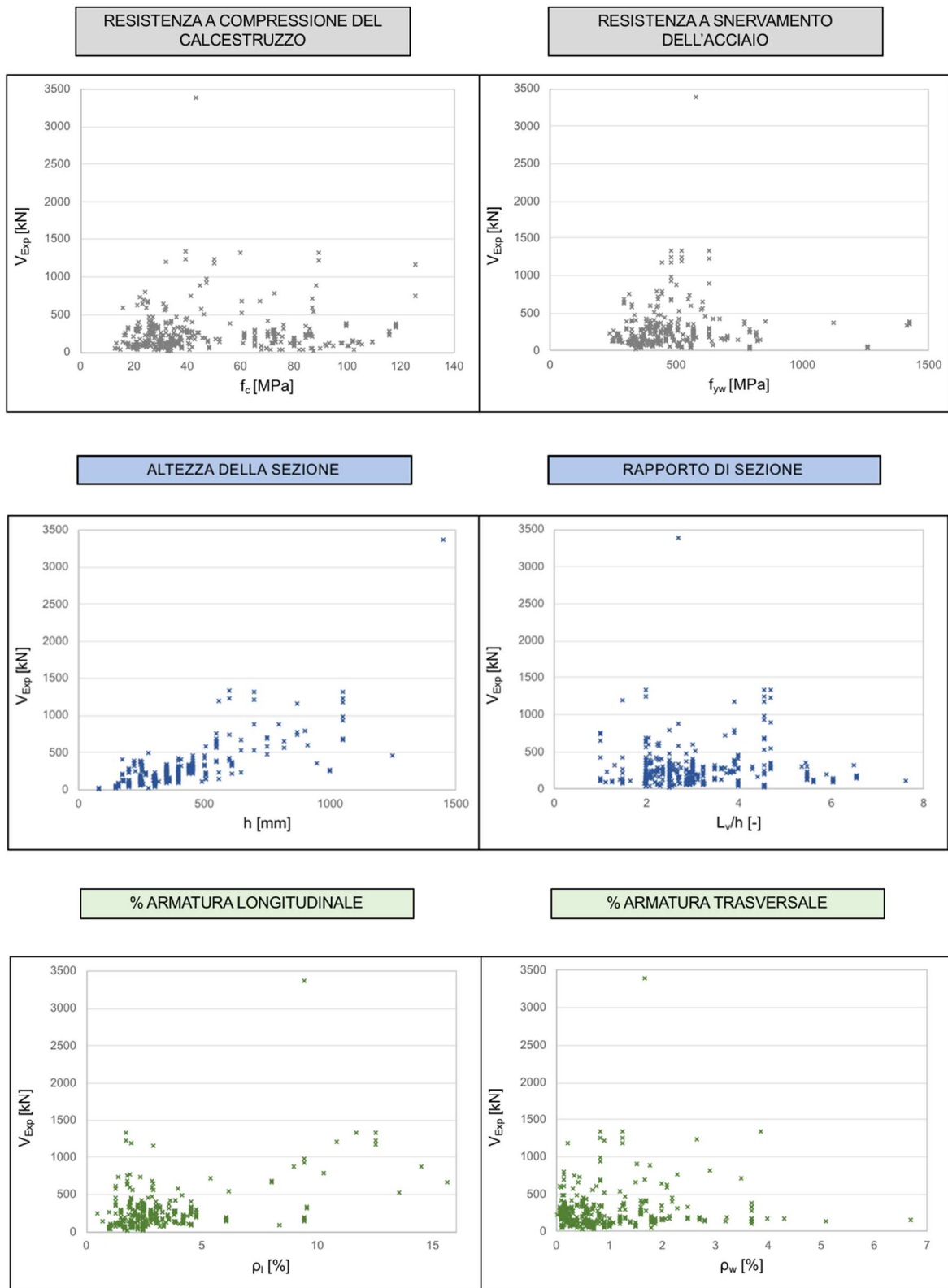


Figura 7.26 Resistenza a taglio al variare dei parametri caratteristici

7.4.2 Elementi privi di armatura trasversale

Si analizzano nel seguito le caratteristiche delle prove sperimentali raccolte per gli elementi privi di armatura trasversale.

In questo caso, come si osserva in Figura 7.27, quasi la totalità delle prove è stata effettuata su travi, solo il 5% si riferisce a colonne.

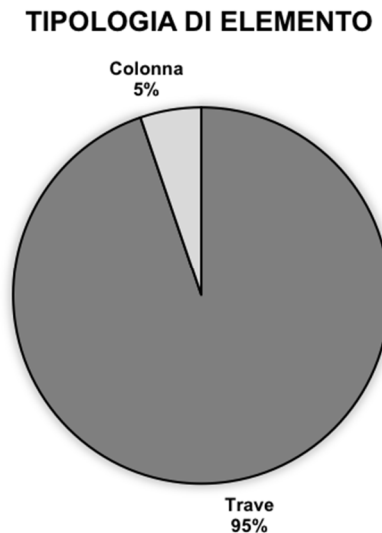


Figura 7.27 Tipologia di elemento delle prove sperimentali (2271 test)

Come per gli elementi dotati di armatura trasversale nel capitolo successivo vengono selezionate solo le prove con sezione rettangolare/quadrata e con rottura avvenuta per taglio o taglio-flessione. Il database ridotto conterrà solamente prove effettuate su travi. Inoltre, il 99% delle prove presenta sezione rettangolare/quadrata ed il restante 1% è costituito da elementi con sezione a T. Nel capitolo seguente, dunque, è stato escluso l'1% delle prove e sono state considerate solo quelle con sezione rettangolare/quadrata, evidenziate in rosso nella Figura 7.28.

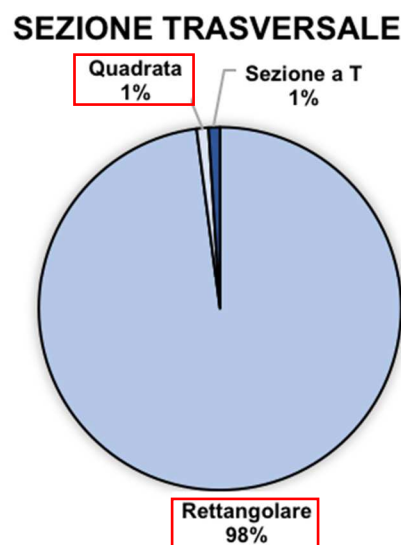


Figura 7.28 Tipologia di sezione trasversale delle prove sperimentali (2271 test)

Per quanto riguarda le diverse tipologie di carico dei test sperimentali esse sono rappresentate in Figura 7.29

- 89% carico puntuale [P];
- 11% carico uniformemente distribuito [U1]/[U2].

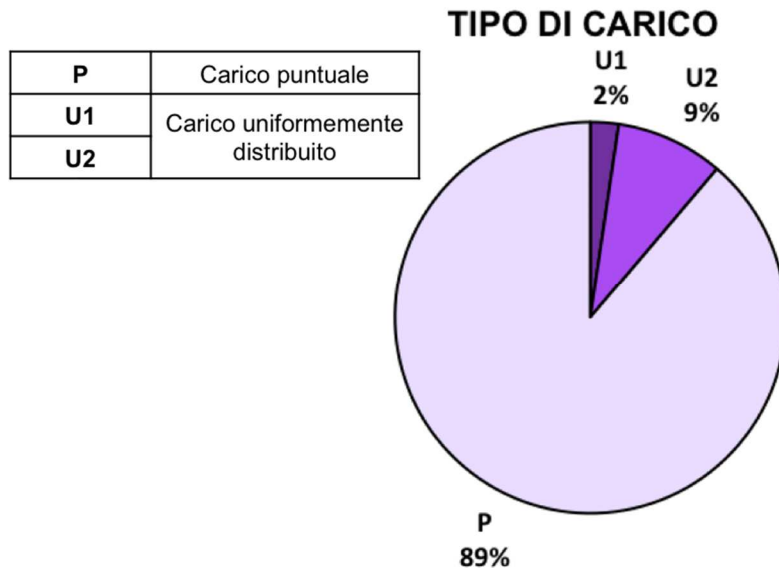


Figura 7.29 Tipologia di sezione trasversale delle prove sperimentali (2271 test)

Anche per questo database sono state selezionate solamente le prove che hanno presentato rottura per taglio, taglio-flessione; esse costituiscono il 91% delle prove totali [S] come si può vedere dalla Figura 7.30.

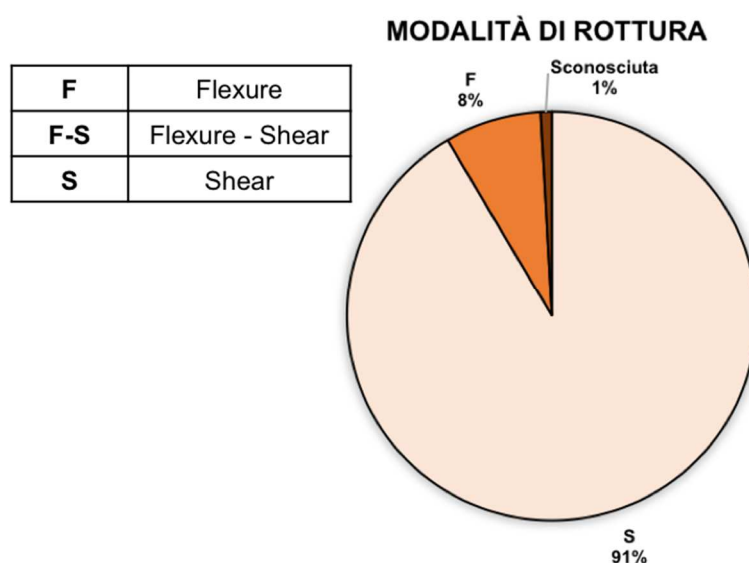


Figura 7.30 Modalità di rottura delle prove sperimentali (2271 test)

Come visto in precedenza, anche per gli elementi privi di armatura trasversale è stata valutata la variabilità dei parametri caratteristici attraverso rappresentazioni grafiche della distribuzione e della cumulata del numero dei test come funzione dei seguenti parametri:

- f_c – resistenza a compressione del calcestruzzo;
- f_y – resistenza a snervamento dell'acciaio di armatura longitudinale;
- h – altezza della sezione;
- L_v/h – rapporto luce di taglio/altezza della sezione;
- ρ_l – percentuale di armatura longitudinale.

Si può osservare quindi come l'intervallo di variabilità dei parametri in questo database sia più ampio. Questo è dovuto al fatto che il database con armatura a taglio è composto da sole 587 prove mentre il database per elementi privi di armatura trasversale è costituito da 2271 prove. Ancora una volta per il parametro L_v/h , a causa di dati mancanti, il totale delle prove è inferiore, in particolare 2164. Nella Figura 7.31 viene mostrata la distribuzione dei valori dei parametri caratteristici per l'intero database. Anche questa volta, la maggior parte dei test ha resistenza a compressione del calcestruzzo f_c compresa tra circa 20 e 40 MPa e resistenza a snervamento dell'acciaio f_y compresa tra circa 350 e 500 MPa. La maggior parte dei rapporti L_v/h vanno da 2,0 a 3,5 e la percentuale di armatura longitudinale compresa tra 1% e 3,5%.

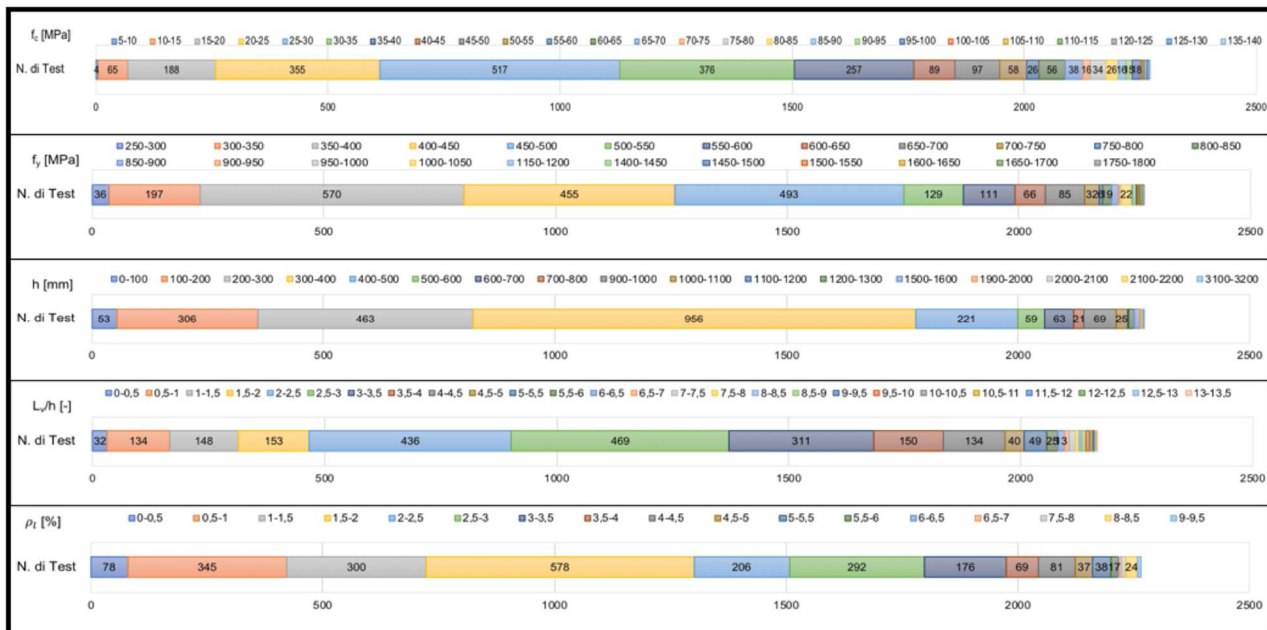


Figura 7.31 Frequenze assolute dei parametri caratteristici (2271 test)

In particolare, in Figura 7.32 è riportata la distribuzione e cumulata del numero dei test in funzione dei parametri caratteristici. Si può notare come anche in questo caso, pur avendo un numero di prove di molto superiore, gli intervalli dove si ha la massima concentrazione delle prove sperimentali sono simili a quelli riportati nel paragrafo precedente per test su elementi dotati di armatura trasversale, ovvero:

- $20MPa \leq f_c \leq 40MPa$;
- $350MPa \leq f_y \leq 500MPa$;
- $100mm \leq h \leq 400mm$;
- $2 \leq L_v/h \leq 3,5$;
- $1\% \leq \rho_l \leq 4\%$.

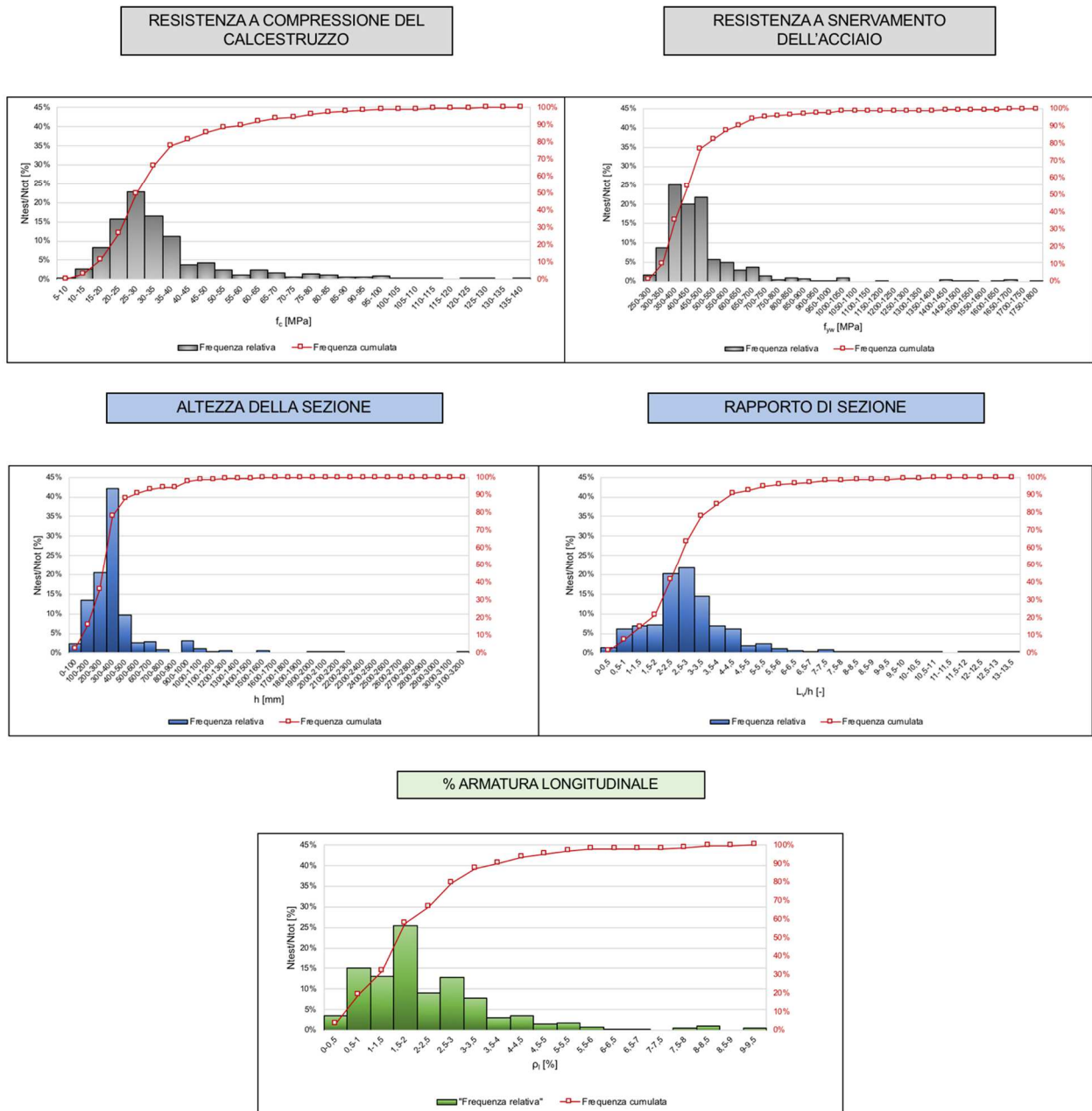


Figura 7.32 Frequenza relative e cumulata del n° dei test in funzione dei parametri caratteristici (2271 test)

Infine, anche per questo database, in Figura 7.33 vengono riportati i valori della resistenza a taglio al variare dei parametri caratteristici.

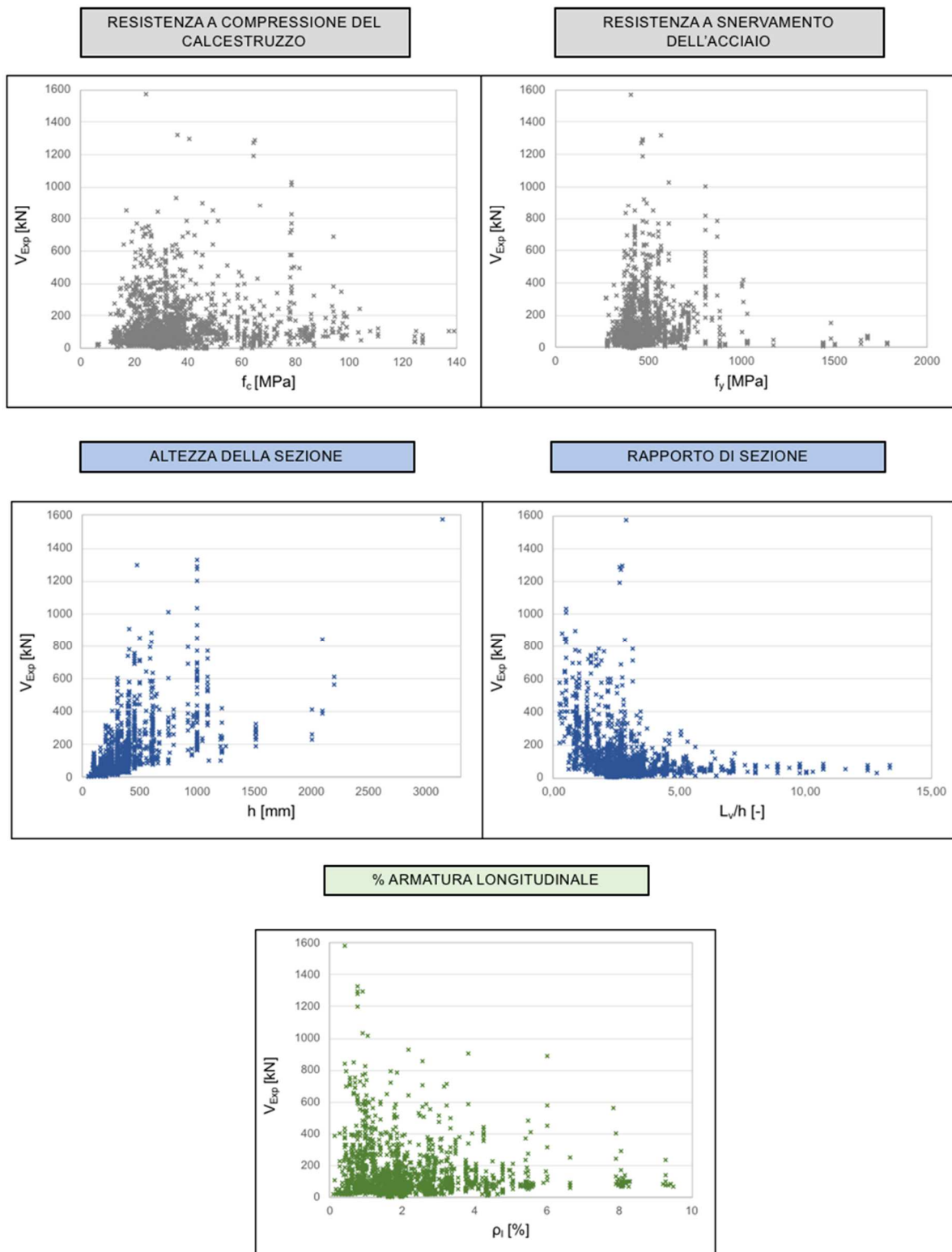


Figura 7.33 Resistenza a taglio al variare dei parametri caratteristici

8 APPROCCI NORMATIVI E LINEE GUIDA A CONFRONTO

8.1 Introduzione

L'obiettivo di questo capitolo è di confrontare i risultati ottenuti in termini di taglio resistente attraverso l'applicazione delle formule riportate dalle diverse normative e linee guida presentate al Capitolo 6 con i risultati delle prove sperimentali del database creato e presentato al Capitolo 7.

A tale fine, come è stato anticipato nel Capitolo 7, sono state filtrate solo le prove che soddisfano le seguenti caratteristiche:

- sezione **rettangolare/quadrata**;
- modalità di rottura per **taglio/taglio-flessione**.

In tale modo si è fatto riferimento ad un database ridotto:

- database per elementi con armatura trasversale: 176 prove;
- database per elementi privi di armatura trasversale: 2047 prove;

per un totale di 2223 prove sperimentali.

8.2 Confronti

Per valutare l'affidabilità dei modelli utilizzati dalle normative e presentati nel Capitolo 6 per prevedere la resistenza a taglio si sono confrontati i valori di resistenza ottenuti con tali modelli con i risultati delle prove sperimentali. Sono quindi state considerate le seguenti normative e linee guida:

- Eurocodice 2 UNI EN 1992-1-1: 2005;
- Norme Tecniche per le Costruzioni NTC2018;
- ACI318-19 (2019);
- New Zealand Standard 2006;
- Japan Standard 2007;
- Model Code 2010 - Livello I
- CSA 23.3-04 (2004);
- Eurocodice 8 UNI EN 1998-3: 2005;
- Circolare applicativa delle NTC2018 (2019);
- Standard ASCE/SEI 41-17 (2017);

Per consentire la valutazione dell'affidabilità dei modelli confrontati, essi sono stati applicati facendo riferimento ai valori medi delle resistenze in gioco, quindi non comprensivi dei coefficienti di sicurezza adottati dalle diverse normative e linee guida.

In Appendice 10.2 si riportano invece i risultati del confronto tra il valore del taglio resistente ricavato direttamente dalle formule riportate al Capitolo 6, ovvero valutate con riferimento ai valori di calcolo delle resistenze comprensive dei coefficienti di sicurezza, e i valori sperimentali.

Per quanto riguarda i modelli che considerano il degrado ciclico del taglio essi sono stati applicati solo per i casi in cui si ha a disposizione i valori di μ_{Δ} .

Per quanto riguarda la CSA, come per il Model Code 2010 è stato possibile applicare solo il "Simplified Method" e non a tutti i dati del database ma solo a quelli che soddisfano le seguenti condizioni:

- resistenza a snervamento dell'acciaio di armatura longitudinale non superiore a 400 MPa;

resistenza a compressione del calcestruzzo non superiore a 60 MPa.

Si presentano nel seguito, separatamente, i risultati ottenuti per il database con elementi dotati di armatura a taglio e il database con elementi privi di armatura a taglio.

8.2.1 Elementi dotati di armatura a taglio

Per la valutazione dell'attendibilità dei modelli sono state calcolate delle variabili statistiche con riferimento al rapporto tra la resistenza a taglio ottenuta dalle prove sperimentali V_{Exp} e la stessa, predetta con i vari modelli studiati, V_{Rd} . In particolare, sono state calcolate le seguenti grandezze:

- minimo (Q_0);
- primo quartile o 25esimo percentile (Q_1);
- mediana o 50esimo percentile (Q_2);
- terzo quartile o 75esimo percentile (Q_3);
- massimo (Q_4).

I risultati ottenuti sono poi stati rappresentati utilizzando un diagramma a scatola e baffi, detto anche "boxplot", nel quale si ricorda:

- l'altezza della scatola (range interquartile), compreso tra il primo ed il terzo quartile, contiene il 50% centrale delle osservazioni effettuate;
- la linea all'interno della scatola rappresenta il valore mediano;
- i baffi indicano la dispersione dei valori al di sotto del primo quartile, fino al valore minimo, e al di sopra del terzo quartile, fino a raggiungere il valore massimo.

Il diagramma di Figura 8.1 rappresenta sinteticamente i rapporti V_{Exp}/V_{Rd} , in termini di box-plot.

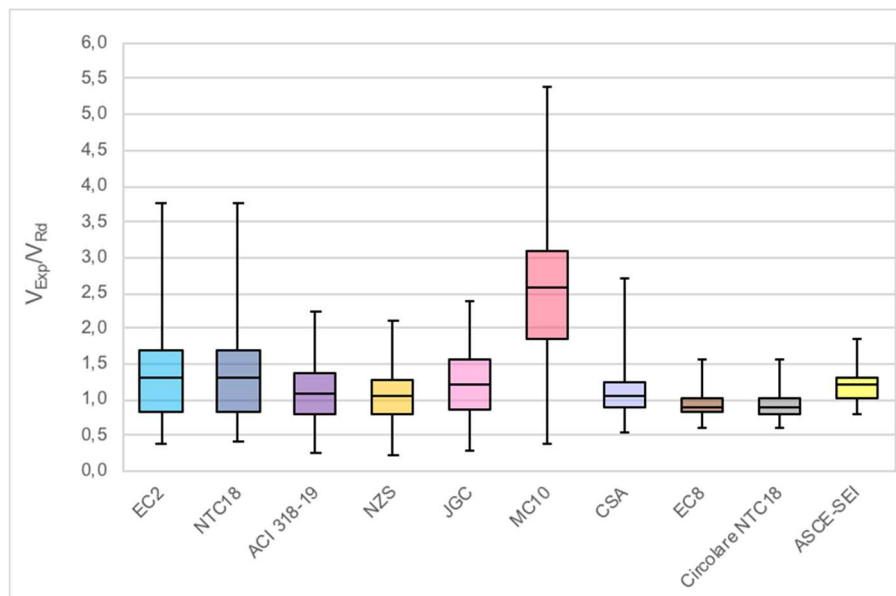


Figura 8.1 Rappresentazione a scatola e baffi di V_{Exp}/V_{Rd} per tutti i modelli utilizzati

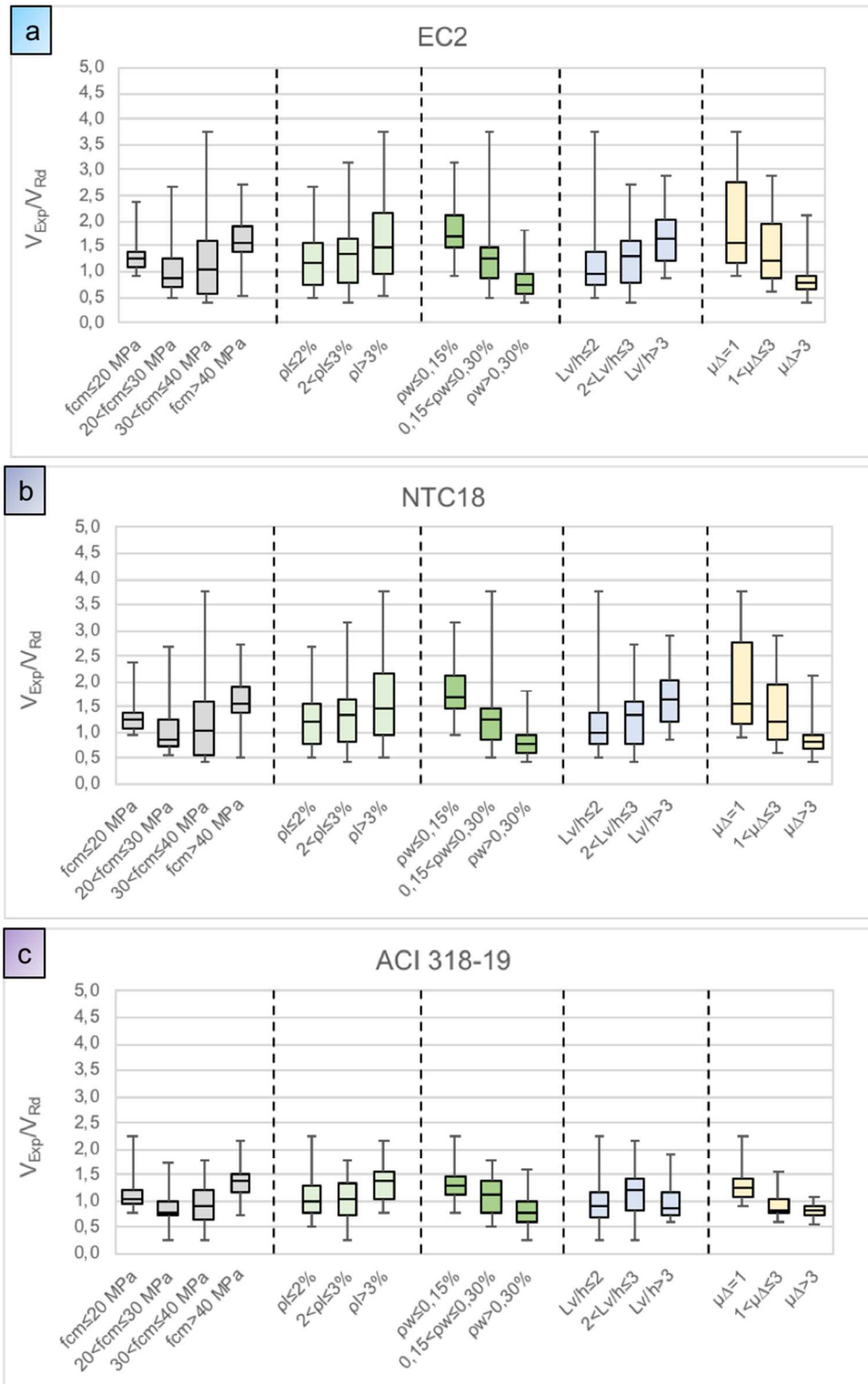
Dalla Figura 8.1 si può notare come la maggior parte dei modelli forniscono valori mediani di V_{Exp}/V_{Rd} maggiori dell'unità, indicando un certo grado di cautelatività anche a prescindere dall'adozione dei coefficienti di sicurezza. Si possono evidenziare delle differenze tra i diversi modelli che sono di seguito riassunte:

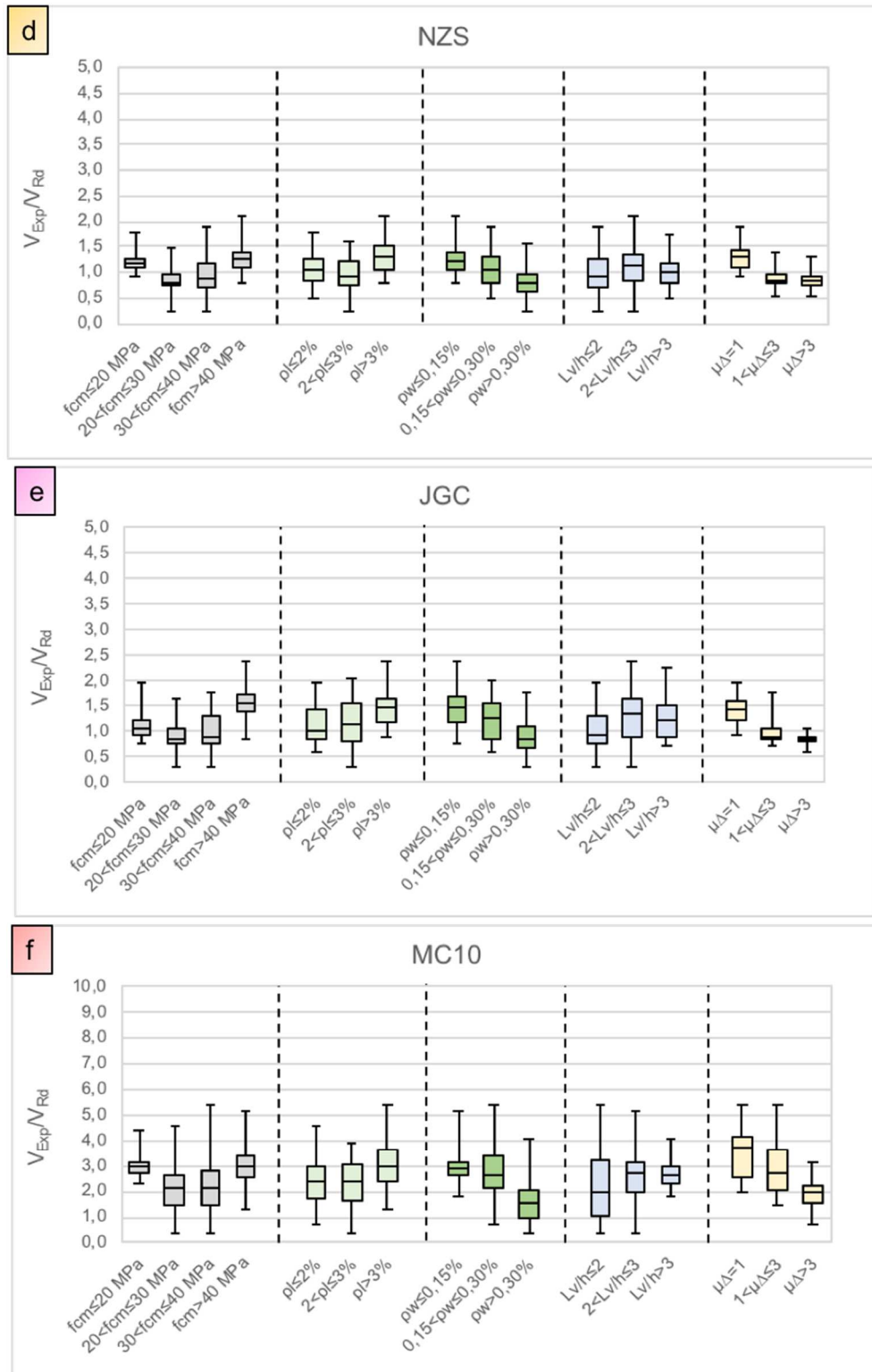
- i valori mediani di V_{Exp}/V_{Rd} , ottenuti applicando le formule dell'EC8 e della Circolare NTC2018 sono gli unici che forniscono valori al di sotto dell'unità;
- EC8, Circolare NTC2018 e ASCE-SEI presentano meno dispersione dei risultati rispetto agli altri modelli;
- ACI 318-19, normative neozelandese (NZS) e canadese (CSA) forniscono valori mediani simili tra loro, vicine all'unità;
- EC2, NTC2018 essendo basati su una formulazione a traliccio di inclinazione variabile che come noto in alcuni casi può fornire valori molto cautelativi presentano valori massimi di V_{Exp}/V_{Rd} elevati;
- il Model Code 2010 sembra fornire valori di resistenza a taglio più conservativi rispetto agli altri modelli, con mediana di circa 2,5 (dovuto al fatto che è stata utilizzata l'approssimazione di Livello I) a fronte però delle incertezze rappresentate dal grande intervallo di variazione dei risultati.

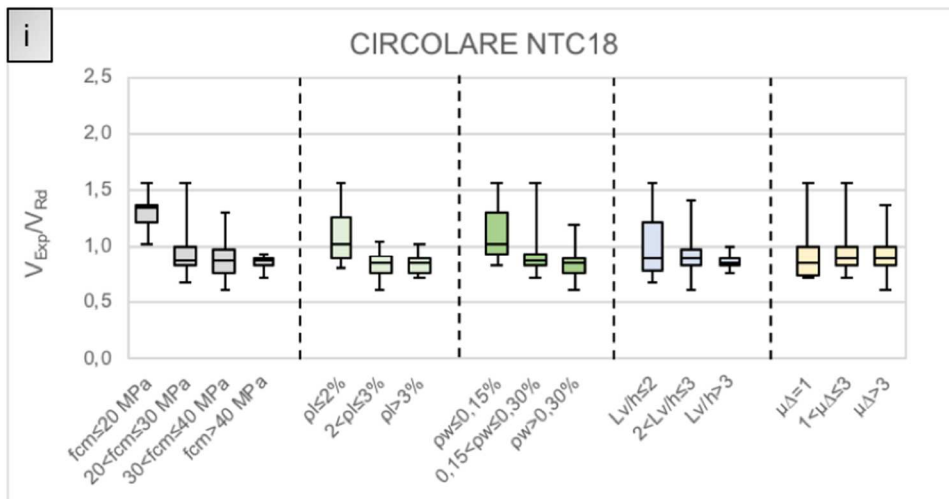
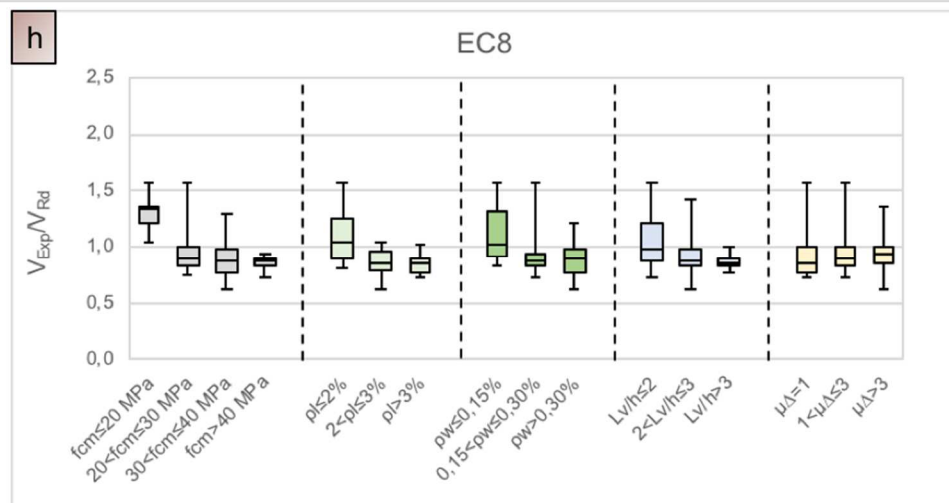
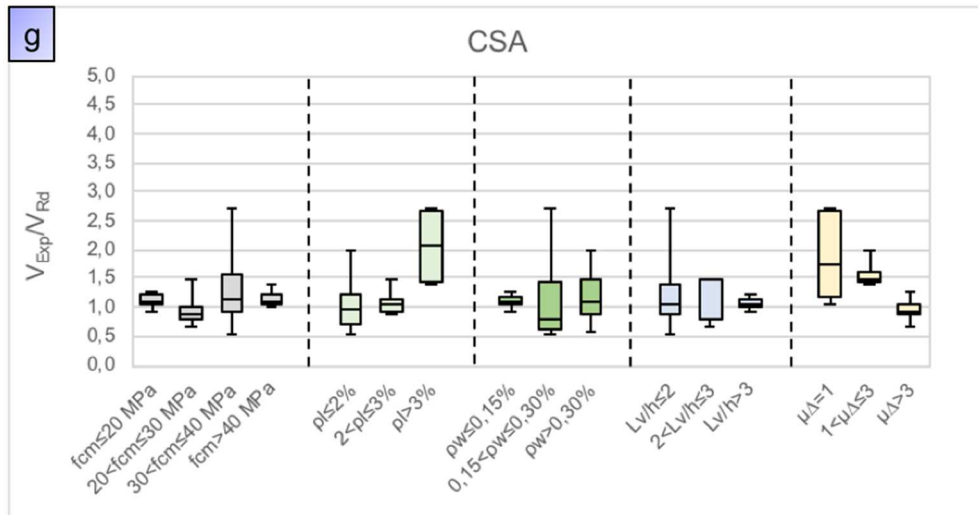
Per approfondire con maggior dettaglio l'accuratezza nella previsione dei singoli modelli e poter procedere ad un confronto più ragionato tra gli stessi si è indagata l'influenza dei principali parametri sul rapporto V_{Exp}/V_{Rd} . In particolare, si sono presi in considerazione i seguenti parametri:

- f_{cm} – resistenza media a compressione del calcestruzzo;
- ρ_l – percentuale di armatura longitudinale;
- ρ_w – percentuale di armatura trasversale;
- L_v/h – rapporto luce di taglio/altezza della sezione;
- μ_Δ – domanda di duttilità;

i risultati ottenuti sono riportati per diversi valori dei parametri ottenuti sono riportati in Figura 8.2.







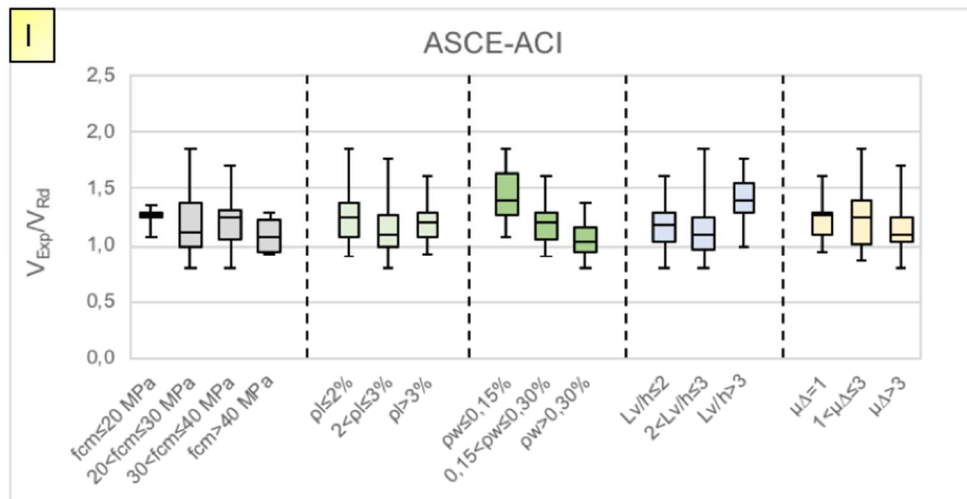


Figura 8.2 Risultati ottenuti in termini di V_{Exp}/V_{Rd} per i modelli considerati in funzione dei parametri scelti

Si può osservare dalla Figura 8.2 come in generale tutti i modelli che non tengono conto del degrado della resistenza a taglio di elementi in cemento armato in condizioni cicliche presentano un valore mediano V_{Exp}/V_{Rd} che diminuisce all'aumentare di μ_{Δ} arrivando anche a valori minori dell'unità per $\mu_{\Delta} > 3$. Mentre i modelli che ne tengono conto, come Eurocodice 8, Circolare delle NTC2018 e ASCE-SEI, rispettivamente Figura 8.2h e Figura 8.2i, Figura 8.2l presentano dei valori mediani quasi indipendenti dal valore di μ_{Δ} .

Per quanto riguarda il parametro L_v/h si deve osservare come i risultati ottenuti per $L_v/h \leq 2$ vadano interpretati con attenzione perché corrispondono a casi di travi tozze per cui i modelli possono perdere di validità.

Nello specifico, i risultati ottenuti con EC2 e NTC2018, riportati rispettivamente in Figura 8.2a e Figura 8.2b, mostrano risultano inferiori all'unità per valori di resistenza media del calcestruzzo compresi tra 20 MPa e 30 MPa, nel caso di elementi con armatura trasversale superiore a 3%, per rapporti $L_v/h \leq 2$ (travi tozze) e domanda di duttilità maggiore di 3. Essi, presentano intervalli di variabilità dei risultati non indifferenti e sembrano dipendere dai parametri caratteristici.

Il modello americano ACI 318-19, neozelandese NZS e giapponese JGC, rispettivamente Figura 8.2c, Figura 8.2d e Figura 8.2e, presentano valori vicini all'unità o di poco inferiori e dispersione inferiore dei risultati.

Si conferma che il Model Code 2010, Figura 8.2f, fornisce valori di V_{Rd} sempre cautelativi.

8.2.2 Elementi privi di armatura a taglio

Per questa tipologia di elementi è necessario specificare che il database considerato contiene solo le prove effettuate su travi e dunque in assenza di sforzo normale. Inoltre, in nessuna di queste prove è stato fornito il valore della domanda di duttilità μ_{Δ} .

Anche in questo caso, per la valutazione dell'attendibilità dei modelli sono state calcolate delle variabili statistiche con riferimento al rapporto tra la resistenza a taglio trovata sperimentalmente V_{Exp} e la resistenza ottenuta sulla base dei diversi modelli, V_{Rd} .

Innanzitutto, è necessario ricordare come il database per le travi in assenza di armatura a taglio contenga un numero di prove di gran lunga superiore rispetto a quello del database di prove con

armatura a taglio, 2047 contro 176 e questo può comportare una dispersione maggiore dei risultati in termini del rapporto V_{Exp}/V_{Rd} .

Anche per gli elementi senza armatura trasversale, i risultati in termini di V_{Exp}/V_{Rd} , ottenuti applicando le diverse normative e linee guida, vengono riportati sinteticamente in Figura 8.3.

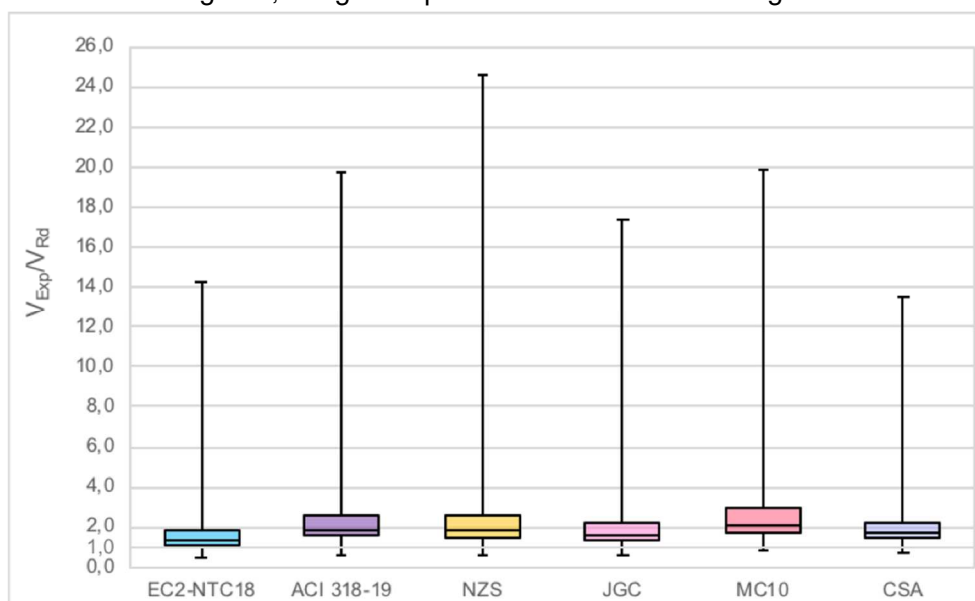


Figura 8.3 Rappresentazione a scatola e baffi di V_{Exp}/V_{Rd} per tutti i modelli utilizzati

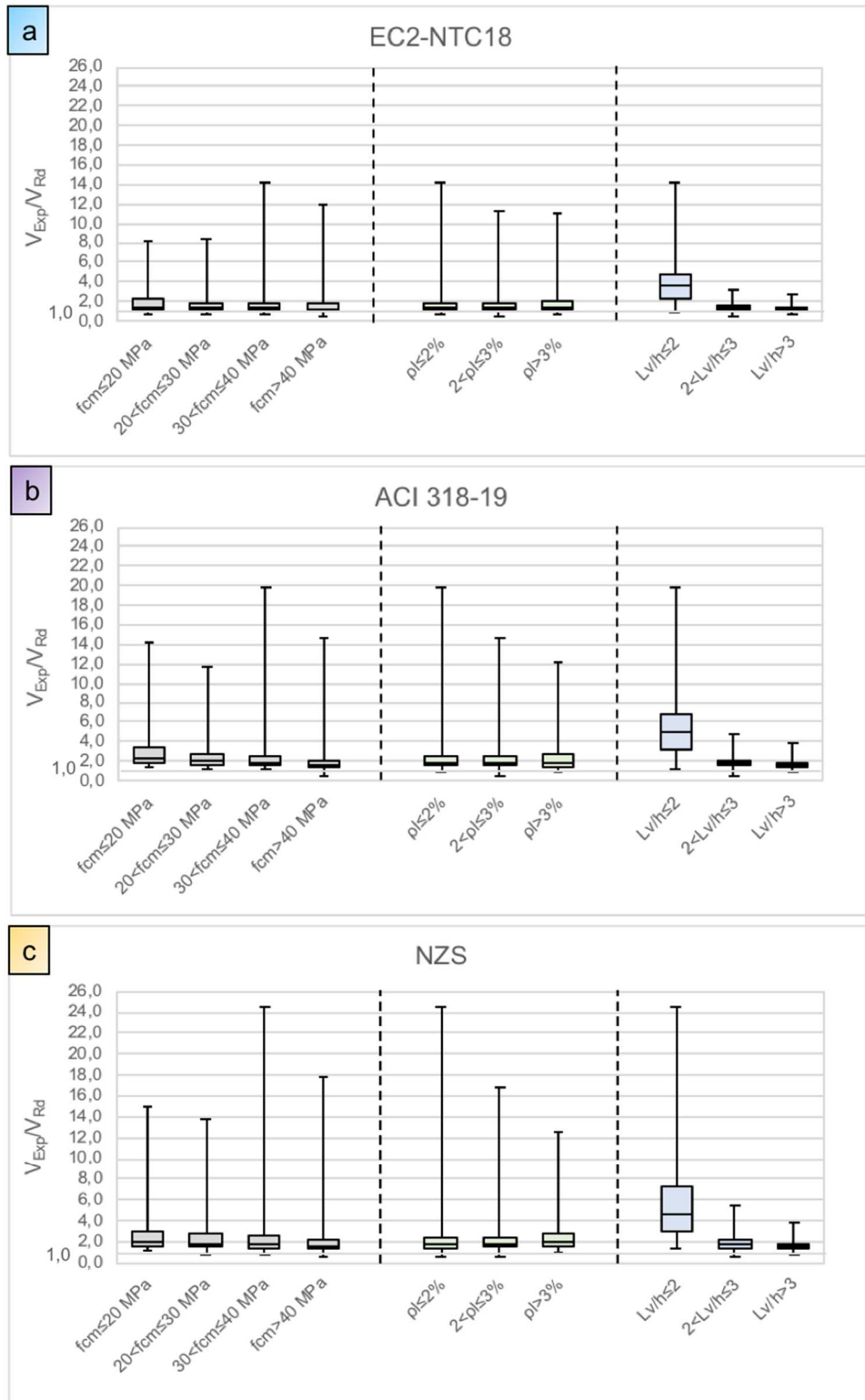
Dalla Figura 8.3 si possono fare le seguenti osservazioni:

- al contrario del caso in presenza di armatura a taglio, i valori mediani di V_{Exp}/V_{Rd} sono tutti superiori all'unità ed assumono valori tra 1.5 e 2;
- i valori ottenuti risultano, in generale, più conservativi rispetto a quelli ottenuti per il database di prove con armatura trasversale, presentando in ogni caso una maggiore dispersione dei risultati;
- ACI 318-19, normative neozelandese NZS e Model Code 2010 forniscono valori mediani simili tra loro, vicini a 2 e presentano maggiore variabilità;
- EC2 e NTC2018 presentano valori mediani di poco superiore ad 1 e dunque risultano i metodi meno conservativi.

Analogamente a quanto fatto per gli elementi in presenza di armatura trasversale si è indagata l'influenza dei principali parametri sul rapporto V_{Exp}/V_{Rd} , ovvero:

- f_{cm} – resistenza media a compressione del calcestruzzo;
- ρ_l – percentuale di armatura longitudinale;
- L_v/h – rapporto luce di taglio/altezza della sezione.

I risultati ottenuti sono riportati in Figura 8.4.



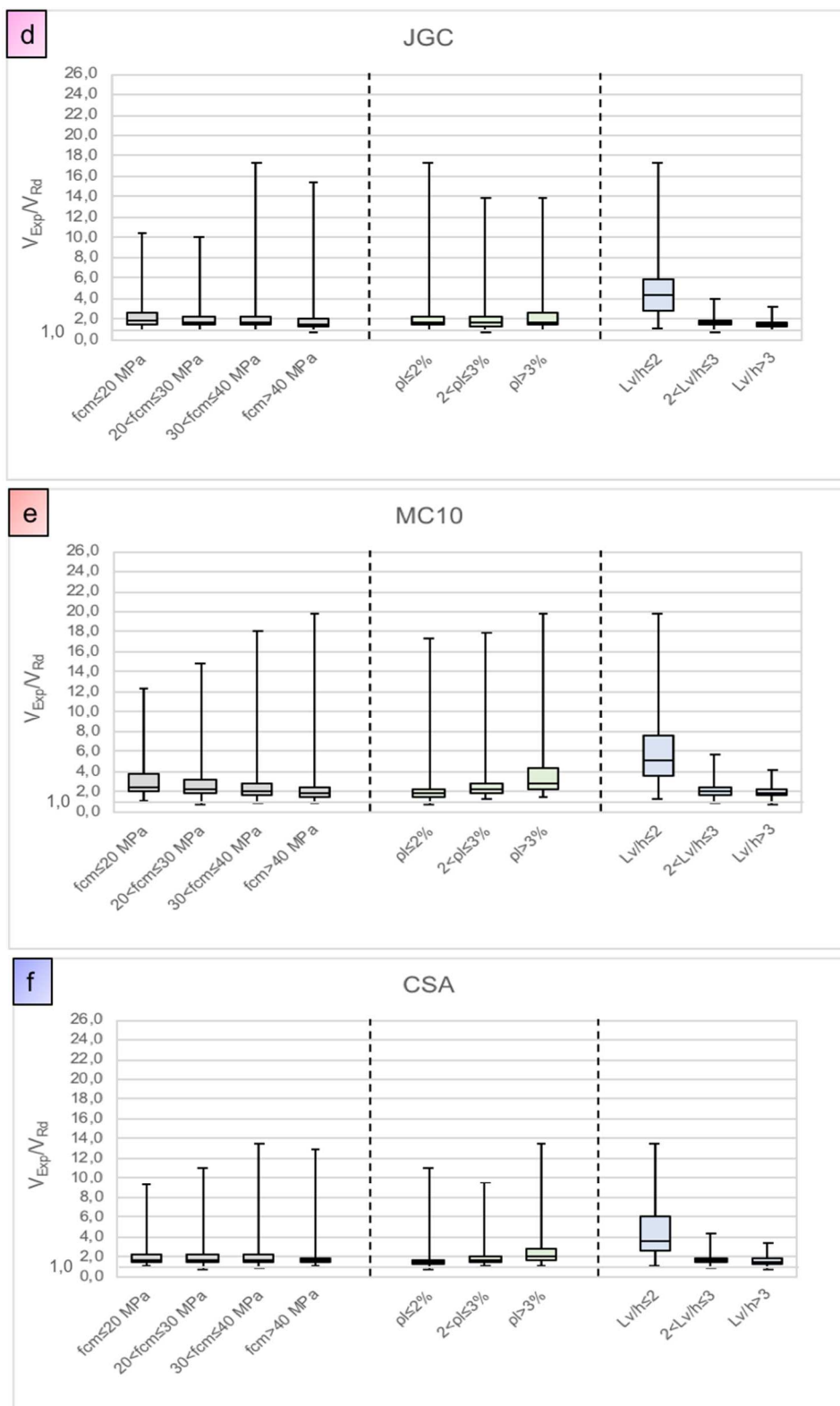


Figura 8.4 Risultati ottenuti in termini di V_{Exp}/V_{Rd} per i modelli considerati in funzione dei parametri scelti

Come ci si poteva attendere il valore mediano V_{Exp}/V_{Rd} , in tutti i modelli considerati è maggiore nel caso $L_v/h \leq 2$, con ampio intervallo di variazione dei risultati questo è dovuto al fatto che le formulazioni, per tali valori perdono in parte di validità.

Per quanto riguarda il valore ρ_l si osserva come per la maggior parte dei modelli il rapporto V_{Exp}/V_{Rd} tenda ad aumentare al crescere di tale parametro e questo potrebbe denotare una sottostima del contributo offerto dall'armatura longitudinale nella valutazione della resistenza dei modelli considerati.

Non sembrano esserci dipendenze significative dagli altri parametri valutati.

In questo caso, è il modello neozelandese NZS, Figura 8.4c, che presenta gli intervalli maggiori di variazione dei risultati in termini del rapporto V_{Exp}/V_{Rd} , fino ad un massimo di circa 25; seguono poi il Model Code 2010, Figura 8.4e, l'ACI 318-19, Figura 8.4b e il modello giapponese, Figura 8.4d, con variabilità dei risultati leggermente inferiore e infine, EC2-NTC2018 e CSA, Figura 8.4a e Figura 8.4f che presentano variabilità dei risultati minori.

Dunque, rispetto al caso con armatura a taglio, i modelli proposti per elementi privi di armatura a taglio sembrano essere più conservativi, tutti superiori all'unità.

9 CONCLUSIONI

Questa tesi tratta due tematiche di interesse primario nell'ambito del problema molto attuale della valutazione di vulnerabilità sismica di edifici in c.a.: la valutazione della capacità deformativa a flessione e a taglio di elementi trave e colonna. In particolare, essa si concentra sull'esame dei modelli di capacità da utilizzare per le verifiche di duttilità e a taglio di tali elementi, fondamentali rispettivamente per l'individuazione dei meccanismi duttili e fragili.

L'approccio utilizzato nell'affrontare tali temi è caratterizzato dall'attenzione all'ambito applicativo-professionale, ed è quindi rivolto in molti casi ad approfondire ed esaminare aspetti normativi che sono inevitabilmente legati a tale contesto. Lo studio e il confronto critico delle prescrizioni normative, in termini di modelli di capacità, sia nella loro evoluzione temporale sia inquadrata nel panorama internazionale, ha offerto interessanti spunti di riflessione nell'ambito della ricerca consentendo anche di mettere a punto strumenti ed indicazioni utilizzabili nella pratica professionale e comportando eventuali possibili ricadute anche in ambito normativo.

Per quanto riguarda la duttilità si sono affrontati alcuni aspetti specifici relativi alle verifiche di strutture esistenti e nuove.

Per le strutture esistenti si è fatto particolare riferimento alla valutazione della capacità di rotazione di travi e colonne, confrontando le formulazioni proposte dalle attuali Norme Tecniche per le Costruzioni Italiane (NTC2018), dall'Eurocodice 8 Parte 3 e dalla Normativa Americana FEMA356, sviluppando tabelle che permettono l'individuazione speditiva della rotazione ultima, plastica o a snervamento di sezioni in c.a. di travi e pilastri in funzione di alcune caratteristiche meccaniche e dimensionali.

Per le strutture nuove, invece, si è fatto riferimento alle verifiche di duttilità nell'ambito di metodi di analisi lineari, e nello specifico alla valutazione della capacità di duttilità in curvatura confrontando i risultati dalla verifica esplicita di duttilità con quelli derivanti dal rispetto delle regole di dettaglio costruttivo proposte dalla normativa italiana ed Europea come alternativa alla verifica esplicita. Secondo la normativa, infatti, il rispetto di tali regole, oltre ovviamente alle regole che garantiscono un comportamento strutturale basato sulla gerarchia delle resistenze, garantisce implicitamente il comportamento duttile della struttura e di conseguenza il controllo del rispetto di tali regole può considerarsi come una "verifica implicita" di duttilità.

I principali risultati ottenuti dal confronto tra "verifica esplicita" ed "implicita" di duttilità hanno permesso di trarre le conclusioni di seguito brevemente riassunte.

Per i pilastri, il rispetto della regola di dettaglio copre in genere bene la richiesta di duttilità tranne per valori di duttilità prossimi o maggiori di 25. Il rispetto di tale regola infatti, non prevedendo un limite superiore alla duttilità raggiungibile, non tutela nei confronti di potenziali rotture lato acciaio. Si deve altresì osservare che valori così elevati di duttilità sono difficili da ottenere nelle strutture reali, sia in termini di capacità che di domanda. Per quanto riguarda la capacità, ad esempio, è possibile ottenere tali valori di duttilità nel caso di pilastri con alto confinamento e bassi valori di sforzo normale.

Diverso il caso delle travi, per le quali le regole di dettaglio previste dalle NTC2018 sono indipendenti dalla domanda di duttilità, a differenza da quanto previsto da Eurocodice 8. Dal confronto con le verifiche esplicite si è riscontrato che lo stretto rispetto delle regole di dettaglio conduce a valori di duttilità molto contenuti. Per le travi è stato quindi sviluppato un abaco, basato sulle prescrizioni di Eurocodice 8, che, assegnata la domanda di duttilità, permette di determinare al variare della

percentuale di armatura tesa il relativo rapporto tra armatura compressa e tesa necessario per raggiungere tale livello di duttilità.

Dal confronto con i risultati della verifica esplicita, fatto sulla base di una analisi parametrica, emerge come la capacità di duttilità fornita dalle regole di dettaglio costruttivo risulta generalmente maggiore rispetto a quella ottenute dal calcolo esplicito, comportando quindi risultati non cautelativi. Inoltre, i risultati del calcolo esplicito ottenuti tenendo conto anche delle armature di parete, per le travi alte, portano nella maggioranza dei casi ad un'ulteriore riduzione della duttilità. Queste situazioni meritano quindi particolare attenzione perché in tali casi l'utilizzo di un metodo di verifica semplificato può portare a soluzioni meno cautelative di quanto si ottenga con una verifica esplicita.

Alla luce di ciò, si prospetta quale futuro sviluppo in questo ambito, di approfondire le analisi considerando nel calcolo esplicito le possibilità offerte in termini di capacità deformativa dal confinamento delle travi e dalla possibilità di considerare modalità di rottura che prevedono l'espulsione del copriferro. Questo ovviamente dovrà però comportare l'adozione di dettagli opportuni al fine di impedire i possibili fenomeni di instabilità delle armature longitudinali per le travi, fenomeno che invece le norme considerate (EC8 e NTC2018) non prevedono.

Per quanto riguarda il taglio, dopo una disamina, anche di carattere storico, dei principali modelli di capacità presenti in letteratura e nelle principali normative, la tesi si è concentrata in particolare su due fronti: da un lato lo sviluppo di un database specifico che raccoglie in maniera organica e sistematica prove sperimentali su oltre 2800 elementi trave e colonna soggetti a taglio in condizioni monotone o cicliche, dall'altro il confronto critico tra i modelli di capacità presenti in dieci normative attualmente in uso.

Il database sviluppato, concepito per renderlo utilizzabile per ragioni di studio e ricerca, raccoglie i dati che provengono dal database del PEER (Pacific Earthquake Engineering Research Center), dell'ACI-DAfStb (American Concrete Institute - Deutscher Ausschuss für Stahlbeton), insieme ai dati riportati nei lavori di Sezen e Moehle (2002), di Park et al. (2003), di Collins et al. (2015) e Cavagnis (2017). In totale raccoglie 587 prove per elementi con armatura trasversale, di cui il 67 % su colonne e il rimanente su travi, e 2271 prove senza armatura trasversale, riguardanti quasi esclusivamente travi. Il 63% degli elementi hanno sezione quadrata o rettangolare, il 16% circolare. Con riferimento ai parametri più significativi per la resistenza a taglio la maggior parte delle prove di elementi con armatura trasversale sono caratterizzate da resistenza a compressione del calcestruzzo compresa tra circa 20 MPa e 40 MPa, resistenza a snervamento dell'acciaio compresa tra circa 300 MPa e 600 MPa. Quasi metà degli elementi presenta il rapporto L_v/h inferiore a 3, più della metà presenta percentuale di armatura longitudinale compresa tra 1% e 4% e percentuale di staffatura inferiore a 1.5%. Per le prove sugli elementi senza armatura trasversale la maggior parte dei test ha resistenza a compressione del calcestruzzo compresa tra circa 20 MPa e 40 MPa, resistenza a snervamento dell'acciaio compresa tra circa 350 MPa e 500 Mpa. La maggior parte dei rapporti L_v/h variano tra 2,0 a 3,5 e la percentuale di armatura longitudinale è compresa tra 1% e 3,5%.

Questo database, opportunamente ridotto per considerare solo le sezioni rettangolari e/o quadrate e le rotture a taglio e a taglio/flessione, è stato utilizzato in questa tesi per confrontare tra loro i modelli di capacità presenti in dieci normative. A questo scopo si sono considerate 176 prove con armatura a taglio e 2047 senza armatura a taglio.

Il confronto ha riguardato dieci normative, che comprendono oltre alla normativa nazionale (Norme Tecniche per le Costruzioni 2018 e relativa Circolare) ed Europea (Eurocodice 2, Eurocodice 8 e Fib Model Code 2010 – Livello I) anche la normativa americana (ACI 318-19), neozelandese (New

Zealand Standard 2006), giapponese (Japan Standard 2007), canadese (CSA 23.3-04 2004), e la Standard ASCE/SEI 41-17 (2017). Tre di queste, la Circolare delle Norme Tecniche per le Costruzioni 2018, l'Eurocodice 8-Parte 3 e l'ASCE/SEI 41-17 si riferiscono a modelli con degrado ciclico della resistenza a taglio.

Dal confronto dei risultati ottenuti si è visto come la capacità previsionale di tutte le normative prese in considerazione risulti buona, indicando un certo grado di cautelatività anche a prescindere dall'adozione dei coefficienti di sicurezza. Il Model Code 2010 sembra fornire valori di resistenza a taglio più conservativi rispetto agli altri modelli, probabilmente dovuto al fatto che è stata utilizzata l'approssimazione di Livello I. Nei casi di elementi con armatura a taglio le previsioni di capacità fornite da EC8 e Circolare NTC2018 sembrano essere le meno cautelative.

Gli sviluppi futuri in questo ambito riguarderanno l'elaborazione di nuove analisi statistiche sui dati per consentire una più approfondita valutazione ed interpretazione dei risultati ottenuti.

10 APPENDICE

10.1 Tavola sinottica dei simboli adottati nelle normative e linee guida - capacità a taglio

Viene riportata una tabella riepilogativa dei cambi di variabile che sono stati effettuati nel Capitolo 6, in particolare, nello studio dei modelli di capacità a taglio di normative e linee guida.

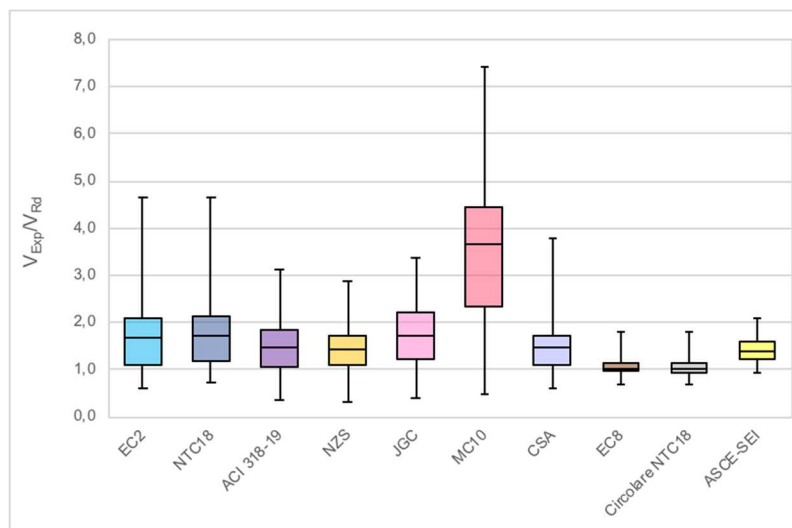
VARIABILI UTILIZZATE	EQUIVALENTE NELLE SEGUENTI NORMATIVE E LINEE GUIDA									
	EC2	NTC18	ACI 319-19	NZS	JGC	MC10	CSA	EC8	CIRCOLARE NTC18	ASCE-SEI
V_{Rd}	$V_{Rd,c}$		V_n	V_n	V_{yd}		V_r	V_R	V_R	
$V_{Rd,c}$			V_c	V_c	V_{cd}		V_c	V_w		
$V_{Rd,max}$		V_{Rcd}								
$V_{Rd,s}$		V_{Rsd}	V_s	V_s	V_{sd}		V_s		V_w	
$V_{Rd,p}$					V_{ped}		V_p			
f_{ywd}		f_{yd}			f_{wyd}					
f_{yw}			f_{yt}	f_{yt}			f_y			
f_{ck}					f_{ck}'					
f_{cd}					f_{cd}'					
A_{sl}			A_s		A_s	A_s	A_s			
A_c			A_g	A_g						A_g
A_{cv}								A_c	A_c	
A_{sw}			A_v	A_v	A_w					A_v
A_{sh}				A_h				A_{sw}	A_{sx}	
M_{Rd}					M_{ud}					
M_u							M_r			
V_u							V_r			
N_u							N_r			
a_g						d_g				
b_w										
s					s_s	s_w				
s_{xe}							s_{ze}			
s_{mx}							s_z			
z							d_v			
ρ_l			ρ_w		ρ_v					
$\rho_{l,tot}$								ρ_{tot}	ρ_{tot}	
ρ_w									ρ_{sx}	
α					α_s					
α_{cw}		α_c								
μ_{Δ}^{pl}									$\mu_{\Delta,pl}$	
γ										k_{pl}

10.2 Ulteriori confronti tra approcci normativi e risultati sperimentali

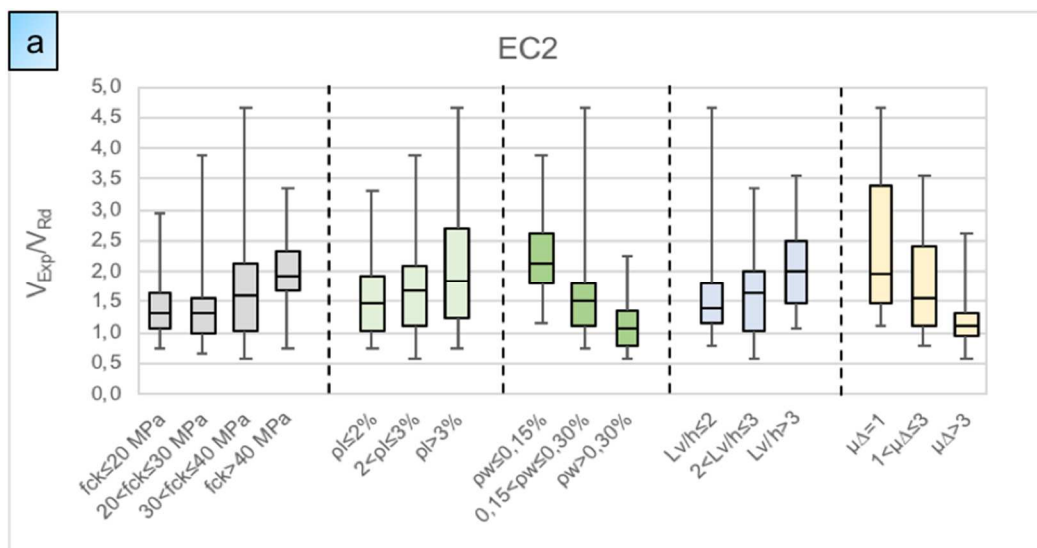
Con riferimento al Cap.8 in questa appendice si riportano i risultati del confronto tra il valore del taglio resistente sperimentale e quello ricavato direttamente dalle formule riportate al Capitolo 6 valutate cioè con riferimento ai valori di calcolo delle resistenze, comprensive quindi dei coefficienti di sicurezza.

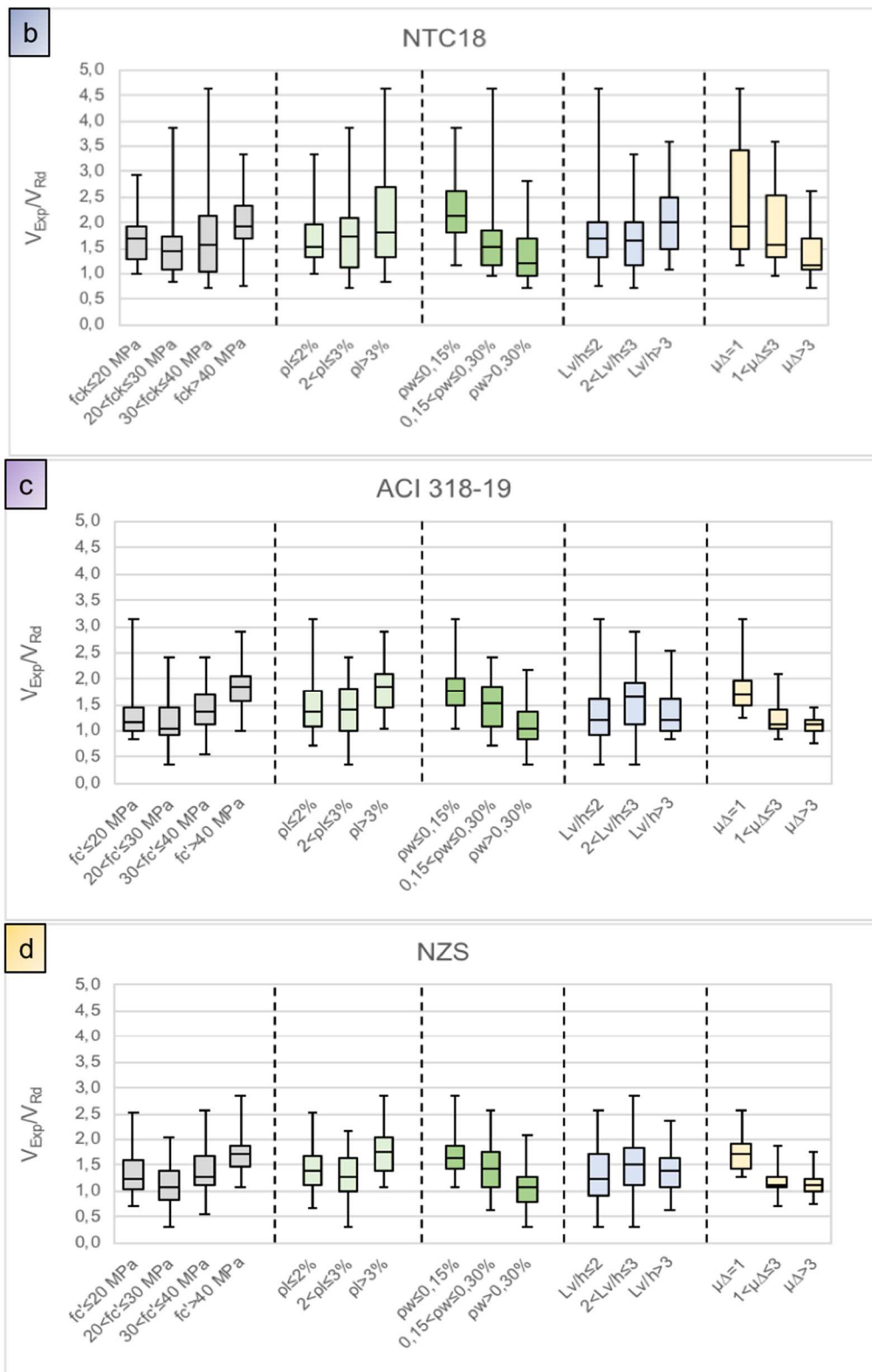
ELEMENTI DOTATI DI ARMATURA A TAGLIO

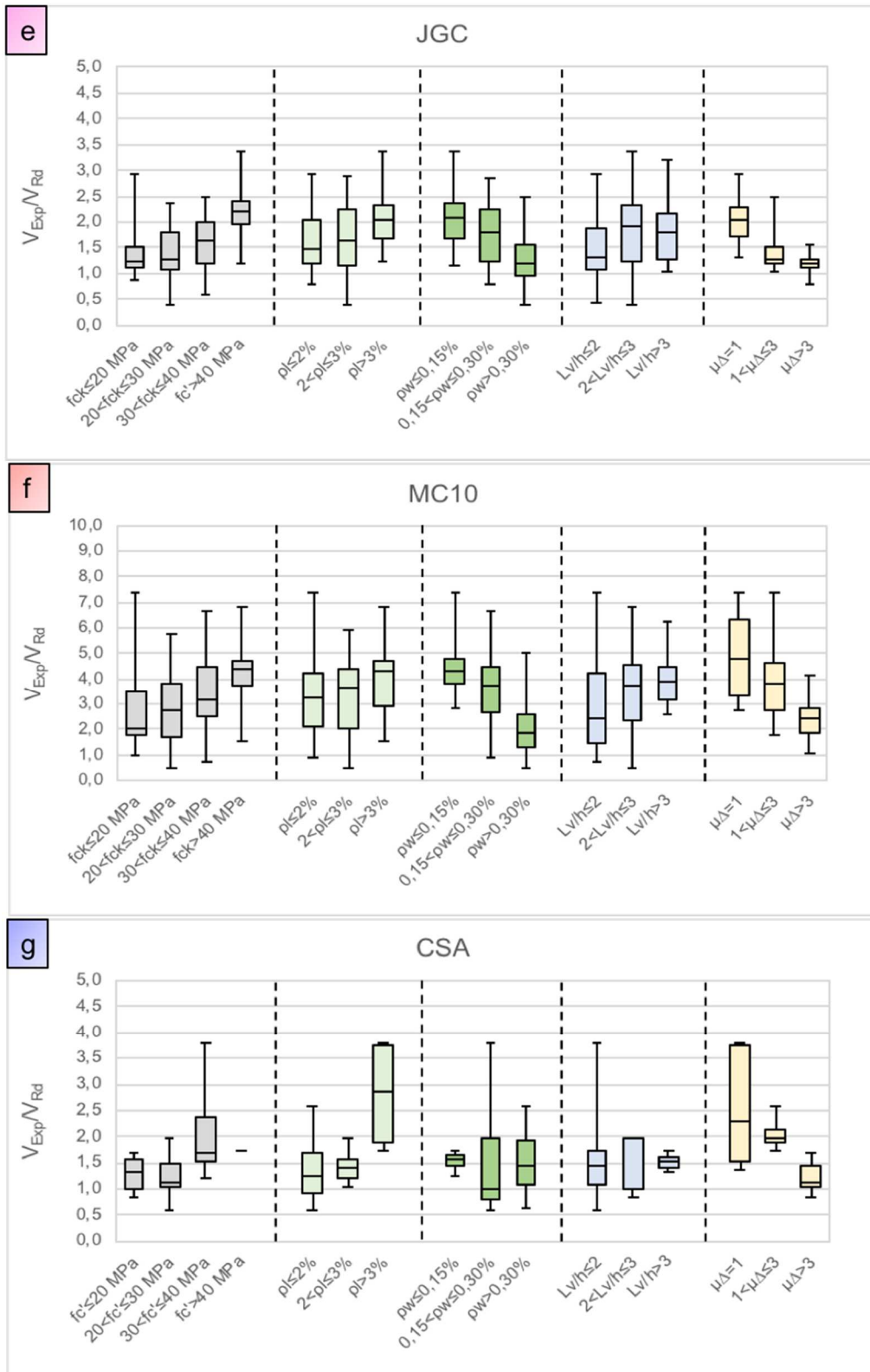
Rappresentazione a scatola e baffi di V_{Exp}/V_{Rd} per tutti i modelli utilizzati con valori di progetto

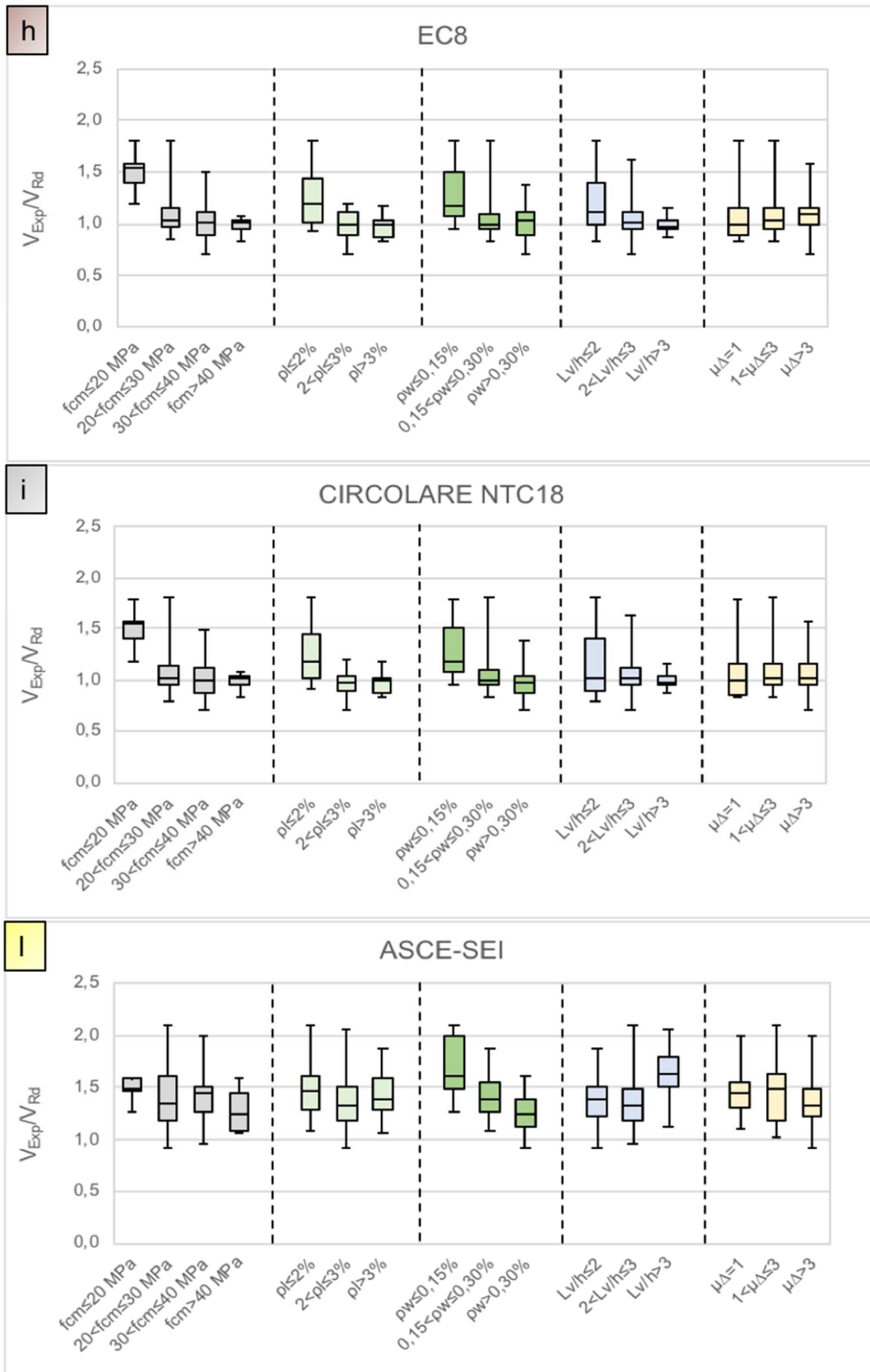


Risultati ottenuti in termini di V_{Exp}/V_{Rd} per i modelli considerati con valori di progetto in funzione dei parametri scelti



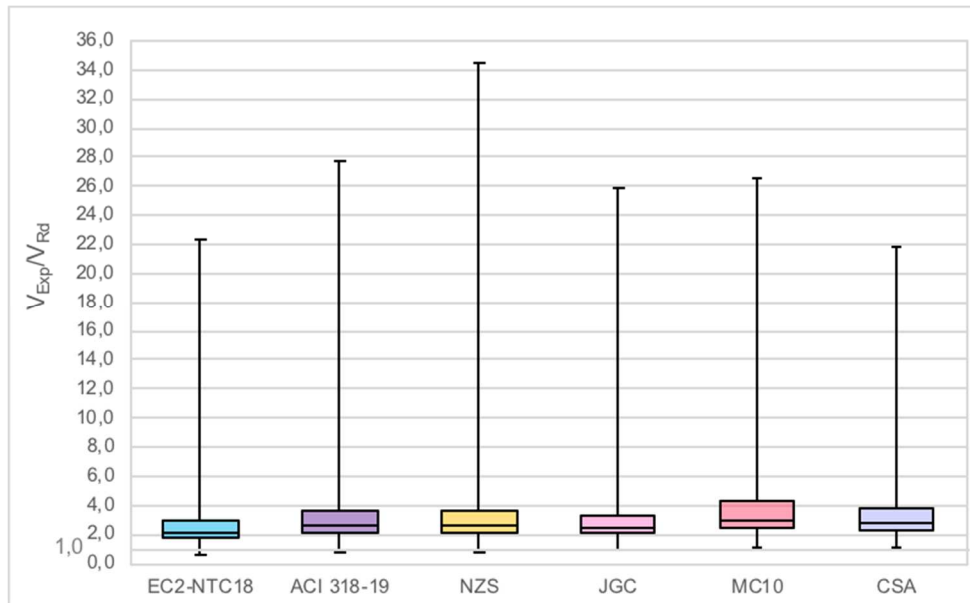




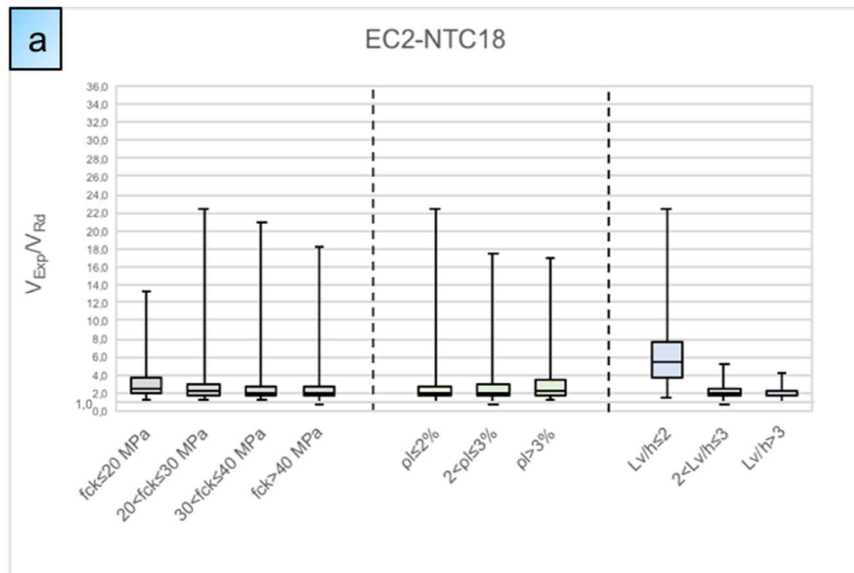


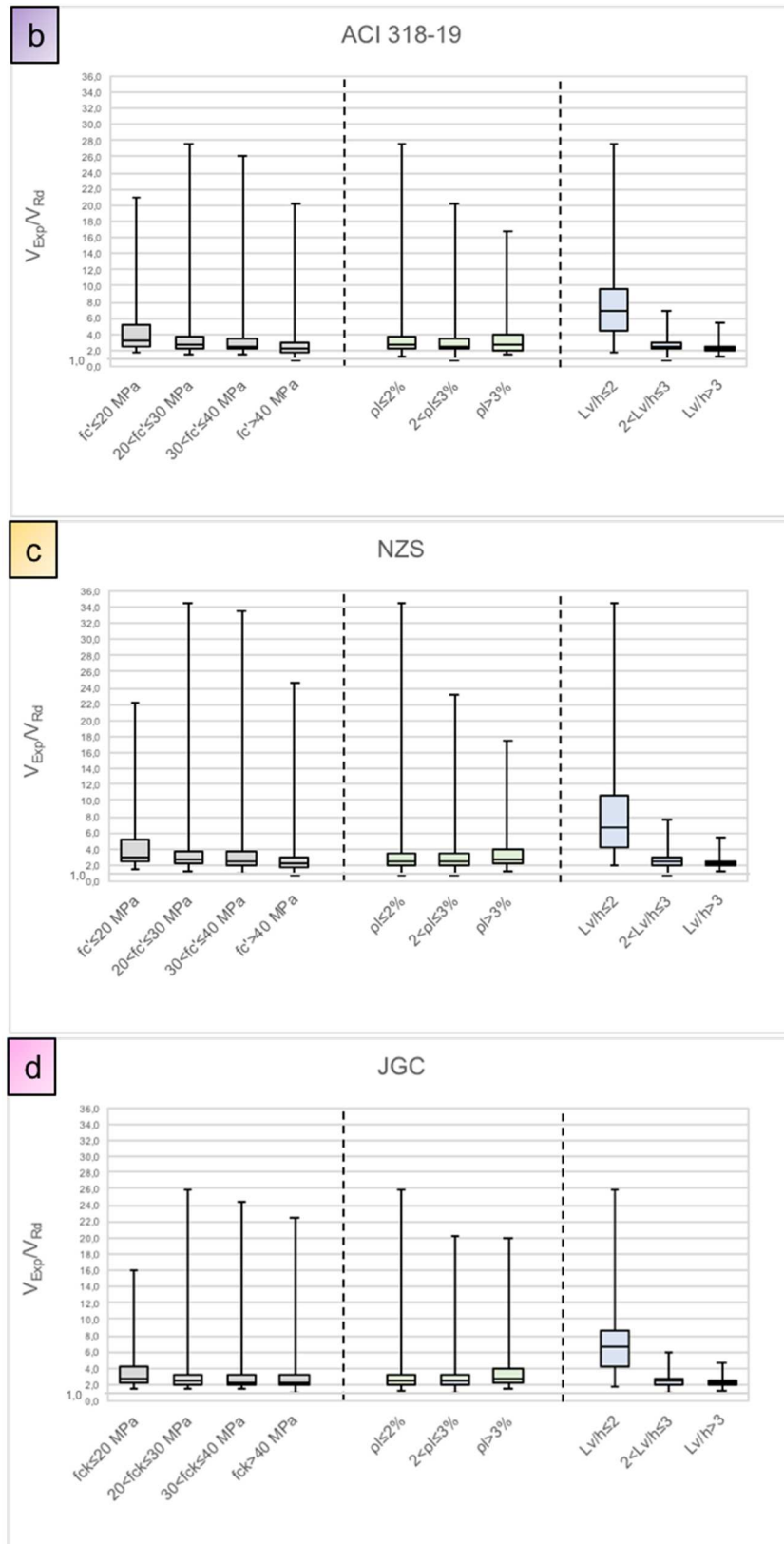
ELEMENTI PRIVI DI ARMATURA A TAGLIO

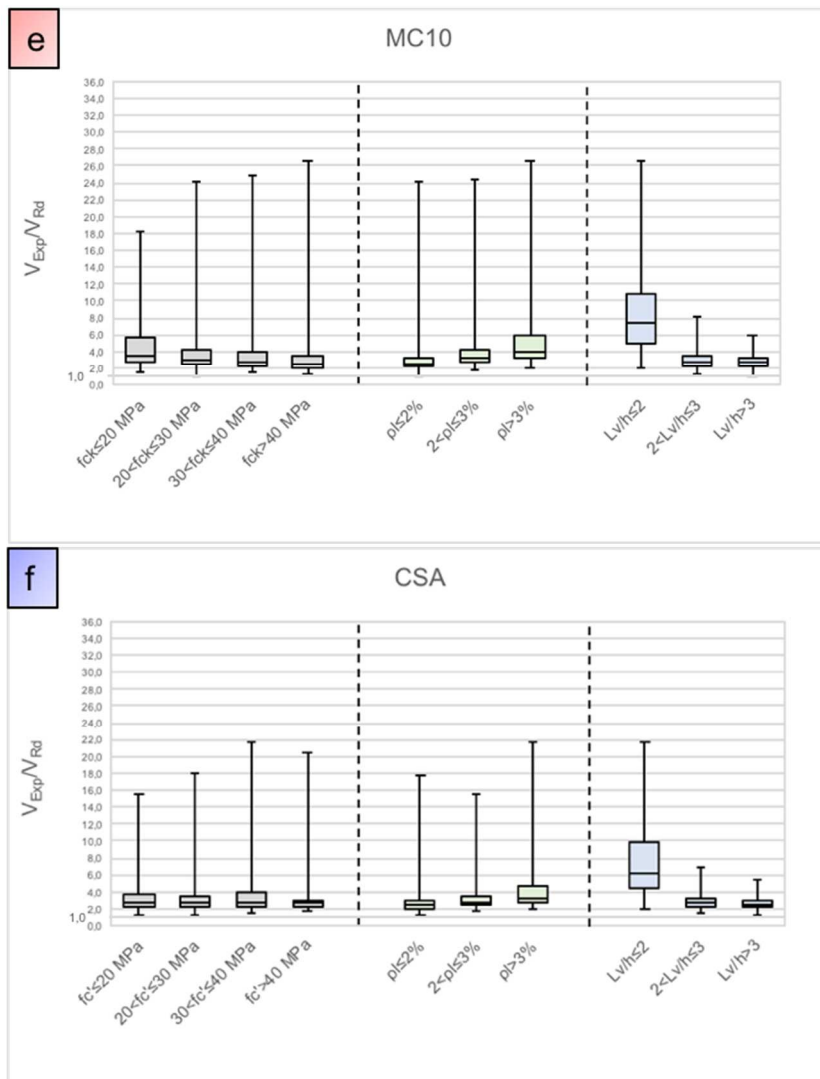
Rappresentazione a scatola e baffi di V_{Exp}/V_{Rd} per tutti i modelli utilizzati con valori di progetto



Risultati ottenuti in termini di V_{Exp}/V_{Rd} per i modelli considerati con valori di progetto in funzione dei parametri scelti







11 BIBLIOGRAFIA

- ACI 318-08 (2007) Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08) and Commentary
- ACI 318-19 (2019) Building Code Requirements for Structural Concrete
- ACI 318R-19 (2019) Commentary on Building Code Requirements for Structural Concrete
- ACI 445R-99 (2000) Recent Approaches to Shear Design of Structural Concrete
- Aldrighetti, G., Berto, L., Gasparini, A., Saetta, A., Stella, A., Talledo D. Le nuove norme tecniche NTC2018: domanda e capacità in termini di duttilità in curvatura di elementi in ca. Atti del XVIII Convegno ANIDIS, Ascoli Piceno, 2019.
- Ang, B. G., Priestley, M. J. N., e Paulay, T. (1989), Seismic shear strength of circular reinforced concrete columns, *ACI Struct. J.*, 86(1), 45-59
- ASCE/SEI 41-17 (2017) Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings, American Society of Civil Engineers
- ASCE/SEI. Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings, ASCE/SEI 41-13, American Society of Civil Engineers, Reston, VA, USA: 2014
- ASCE/SEI. Seismic rehabilitation of existing buildings. ASCE/SEI 41-06. Reston, VA, USA: 2007.
- ASCE-ACI Task Committee 426 on Shear and Diagonal Tension of the Committee on Masonry and Reinforced Concrete of the Structural Division (1973), The Shear Strength of Reinforced Concrete Members, *Journal of the Structural Division*
- Baker A.L.L. (1956). "Ultimate load theory applied to the design of reinforced and prestressed concrete frames", *Concrete Publications Ltd.*, London, UK.
- Bentz E. C., Vecchio F. J. e Collins M. P. (2006), Simplified Modified Compression Field Theory for Calculating Shear Strength of Reinforced Concrete Elements, *ACI STRUCTURAL – TECHNICAL PAPER*, Title no. 103-S65, July-August 2006
- Berry M., Parrish M., Eberhard M. (January 2004), *PEER Structural Performance Database – User's Manual (Version 1.0)*, Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley
- Biskinis, D. E., Roupakias, G. K. and Fardis, M. N. (2004), Degradation of shear strength of reinforced concrete members with inelastic cyclic displacements. *ACI Structural Journal*, Vol. 101, No. 6, p. 773-783
- Cavagnis F. (2017), Shear in reinforced concrete without transverse reinforcement: from refined experimental measurements to mechanical models, *École Polytechnique Fédérale De Lausanne*
- Circolare 21 gennaio 2019 n.7 Istruzioni per l'applicazione dell' "Aggiornamento delle "Norme tecniche per le costruzioni" di cui al decreto ministeriale 17 gennaio 2018
- Collins M. P., Bentz E. C., Sherwood E. G. (2008), Where is Shear Reinforcement Required? Review of Research Results and Design Procedures", *ACI STRUCTURAL JOURNAL – TECHNICAL PAPER*

Collins, M. P. (1978), Towards a Rational Theory for RC Members in Shear, *Journal of the Structural Division, ASCE*, V. 104, No. 4, pp. 649-666

Collins, M. P., e Kuchma, D. A., (1999), How Safe Are Our Large, Lightly Reinforced Concrete Beams, Slabs and Footings?, *ACI Structural Journal*, 96 (4), 282-290

Committee européen de normalization – CEN, European Standard EN 1998-1:2004: Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance. Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings. Comité Européen de Normalisation, Brussels, 2004.

Committee européen de normalization – CEN, European Standard EN 1998-2:2005 Eurocode 8 – Design of structures for earthquake resistance – Part 2: Bridges. Comité Européen de Normalisation, Brussels, 2005.

Committee européen de normalization – CEN, European Standard EN1992-1-1-2004: Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1: General rules and rules for buildings, Comité Européen de Normalisation, Brussels, 2004.

Corley W.G. (1966). "Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams", *Journal of the Structural Division, ASCE*, Volume 92, No. ST5, 121-146.

Cosenza E., Manfredi G., Pecce M. (2019), *Strutture in cemento armato basi della progettazione*, Hoepli

Cosenza E., Manfredi G., Verderame G. M., Ricci P., De Carlo G., Masi A., (2009) Capacity models of RC members with emphasis on sub-standard columns with plain bars, *Eurocode 8 perspectives from the Italian standpoint workshop*, 129-144, Doppiavoce, Napoli, Italy.

D.M. 26/03/1980 Norme tecniche per l'esecuzione delle opere in cemento armato normale e precompresso e per le strutture metalliche. SO G.U. 28/06/1980

D.M. 30/05/72: Norme tecniche alle quali devono uniformarsi le costruzioni in conglomerato cementizio, normale e precompresso ed a struttura metallica SO G.U. 22/07/1972

D.M.09/01/1996: Norme tecniche per il calcolo, l'esecuzione ed il collaudo delle strutture in cemento armato, normale e precompresso e per le strutture metalliche, SO n.19 G.U. n.29 del 5/2/1996

D.M.14/01/2008 (NTC2008): Norme tecniche per le costruzioni, SO n.30 G.U. n.29 del 4/2/2008

D.M.17/01/2018 (NTC2018): Norme Tecniche per le Costruzioni, G.U. SO n.42 20/2/2018

De Luca A. (2002), *Appunti sul taglio nel C.A a cura di Ernesto Grande*, Università degli Studi di Napoli "Federico II"

De Luca F., Verderame G. M. (2010), Manfredi G., *Modelli di capacità a taglio: codici e letteratura a confronto*, 18° Congresso CTE, Brescia 11-13 Novembre 2010, pp. 661-672

Del Vecchio C., Del Zoppo M., Di Ludovico M., Verderame G. M., Prota A. (2017), Comparison of available shear strength models for non-conforming reinforced concrete columns, *Engineering Structures* 148 (2017) 312-327

Donaggio E. (1990), *Manuale del calcestruzzo armato: materiali e teorie di dimensionamento*, Zanichelli Editore

EC2: UNI EN 1992-1-1: 2005: Progettazione delle strutture di calcestruzzo. Parte 1-1: Regole generali e regole per gli edifici

EC8: EN 1998-1:2004 Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance. Part 1-1: General rules–Seismic actions and general requirements for structures

Fardis M., Carvalho E., Elnashai A., Faccioli E., Pinto P., Plumier A. and Gulvanessian H.,2005 Designers' Guide to EN 1998-1 and 1998-5. Eurocode 8: Design Provisions for Earthquake Resistant Structures.

Fardis, M. N., 2009. Seismic design, assessment and retrofitting of concrete buildings: based on EN-Eurocode 8. Springer Science & Business Media.

FEDERAL EMERGENCY MANAGEMENT AGENCY (FEMA) – (2000), Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings. Rep. No.FEMA-356, Washington, D.C.

Fenwick, R.C. and Paulay, T. (1968), Mechanisms of Shear Resistance of Concrete Beams, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 94, No. ST10, pp. 2235-2350

Festuccia A. (2017), Comportamento di elementi in c.a. di strutture esistenti con armatura trasversale danneggiata localmente da corrosione, Università di Roma Sapienza

fib – CEB-FIP Bulletin 57 Shear and punching shear in RC and FRC elements2010.

fib - The international federation for structural concrete, Model Code 2010, Ernst & Sons, 2013.

Fib CEB-FIP - Model Code for Concrete Structures 2010

Fusco M. (2015), Analisi critica di modelli di capacità a taglio per elementi in c.a. esistenti, Scuola Politecnica e delle Scienze di Base, Università degli Studi di Napoli "Federico II"

Gherzi A. (2005), Il cemento armato - Dalle tensioni ammissibili agli stati limite: un approccio unitario, Dario Flaccovio Ed.

Gherzi A. (2010), Il cemento armato - Le basi della progettazione strutturale esposte in maniera semplice ma rigorosa, Dario Flaccovio Ed.

Giuliani G. C. (2008), Costruzioni in calcestruzzo armato. Progetto e verifica delle strutture, Biblioteca Tecnica Hoepli

Giusti A. (2014), Resistenza di travi in cemento armato deteriorate dalla corrosione, Università degli Studi di Pisa

Hawkins N. M., Kuchma D. A., Mast R. F., Marsh M. L., Reineck K.-H. (2005), Simplified Shear Design of Structural Concrete Members – Appendixes, National Cooperative Highway Research Program, Transportation Research Board of the National Academies

Hognestadt E. (1952), "What do you know about diagonal tension and web reinforcement in concrete? - An historical Study, University of Illinois Engineering Experiment Station, Circular Series N.64

JSCE Guidelines for Concrete No.15 – Standard Specifications for concrete structures – 2007, "Design"

Kani G.N.J.(1964), The riddle of shear failure and its solution, ACI J 61 (2), pp. 441– 467

- Kani, G.N.J. (1966) Basic Facts Concerning Shear Failure- Part 1, ACI Journal, V. 63, No. 6, pp675-692
- Kowalsky M. J., Priestley M. J. N. (2000), Improved Analytical Model for Shear Strength of Circular Reinforced Concrete Columns in Seismic Regions, ACI STRUCTURAL JOURNAL – TECHNICAL PAPER, Title no. 97-S42 May-June 2000
- Kuntz G.L., Browning J., 2003. Reduction of Column Yielding During Earthquakes for Reinforced Concrete Frames, ACI Structural Journal 100(5):573-580.
- Leonhardt F. (1979), C.a & c.a.p calcolo di progetto & tecniche costruttive – Vol. 1: Le basi del dimensionamento nelle costruzioni in cemento armato, Edizioni Tecniche
- Leonhardt, F., Mönning, E. (1973), Lectures about reinforced concrete (Vorlesungen über Massivbau), Part 2, Springer, pp. 175-217.
- Collins M. P., Bentz E. C. ed Sherwood E. G. (2008): “Where is Shear Reinforcement Required? Review of Research Results and Design Procedures”, ACI Struct J, 105, pp. 590-600, 10.14359/19942
- Mander, J. B., Priestley, M. J., Park, R., 1988. Theoretical stress-strain model for confined concrete. Journal of structural engineering, 114(8), 1804-1826.
- Mattock A.H. (1967). “Discussion of rotational capacity of hinging regions in reinforced concrete beams”, Journal of the Structural Division, ASCE, Volume 93, No. ST2, 519-522.
- Mattock, A.H. (1964). “Rotational capacity of hinging regions in reinforced concrete beams” *Flexural Mechanics of Reinforced Concrete*, SP-12, American Concrete Institute, Farmington Hills.
- MIDAS Gen© MIDAS Information Technology Co., <http://en.midasuser.com>, www.cspfea.net.
- Migliacci A., Mola F. (1984), Progetto agli stati limite delle strutture in c.a. – Vol.1, Casa Editrice Ambrosiana
- Minelli, F. (2005), "Plain and Fiber Reinforced Concrete Beams under Shear Loading: Structural Behavior and Design Aspects", Ph.D. Thesis, Department of Civil Engineering, University of Brescia, February 2005, Starrylink Editrice, Brescia, pp. 430. ISBN 88-89720-30-1
- MIT - Ministero delle infrastrutture e dei trasporti Circ. C.S.LI. 2 febbraio 2009 n. 617. Istruzioni per l'applicazione delle «Norme Tecniche per le Costruzioni» di cui al D.M. 14/01/2008". 2009
- MIT - Ministero delle infrastrutture e dei trasporti Circ. C.S.LI. 21 gennaio 2019 n. 7. Istruzioni per l'applicazione dell'«Aggiornamento delle “Norme tecniche per le costruzioni”» di cui al D.M. 17 gennaio 2018". 2019
- Mitchell, D., e Collins, M. P., (1974), Diagonal Compression Field Theory – A Rational Model for Structural Concrete in Pure Torsion, ACI Journal, Proceedings V. 71, No. 8, pp. 396-408
- Mueller, H.S., Anders, I., Breiner, R., Vogel, M., Concrete: treatment of types and properties in fib Model Code 2010, Structural Concrete, 14(4), 2013
- New Zealand Standard (2006) – Concrete Structures Standard. Part 1 – The Design of Concrete Structures

Pacific Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley (2004), PEER Structural Performance Database – User’s Manual (Version 1.0)

Panagiotakos T.B. e Fardis M.N., (2001) Deformations of Reinforced Concrete Members at Yielding and Ultimate, *ACI Structural Journal*, Vol. 98, No.2. 135-148

Park H.-G., Yu E.-J., Choi K.-K. (2012), Shear-strength degradation model for RC columns subjected to cyclic loading, *Engineering Structures* 34, 187 - 197

Park R., Priestley M.J.N., Gill W.D. (1982), “Ductility of square-confined concrete columns”, *Journal of Structural Division*, ASCE, Volume 108, No. ST4, 929-950.

Paulay T., Priestley, M.J.N. (1992). “Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings”, *John Wiley and Sons*, New York.

PERFORM-3D www.csiamerica.com/

Popovics, S., 1973. A numerical approach to the complete stress-strain curve of concrete. *Cement and concrete research*, 3(5), 583-599.

Priestley M. J. N., Verma R., Xiao Y. (1994), Seismic Shear Strength of Reinforced Concrete Columns, *J. Struct. Eng.*, 120(8): 2310-2329

Priestley M.J.N., Park R. (1987). “Strength and Ductility of Concrete Bridge Columns Under Seismic Loading”, *ACI Structural Journal*, Volume 84, No. 1, 61-76.

R.D. 2229/39: Norme per la esecuzione delle opere in conglomerato cementizio semplice od armato 16/11/1939, SO G.U. 18/04/1940

Radogna E. F. (1998), *Tecnica delle Costruzioni – 2. Costruzioni composte “acciaio-calcestruzzo”. Cemento armato – Cemento armato precompresso*, Zanichelli

Rahal K. N. e Collins M. P. (1999) Background to the general method of shear design in the 1994 CSA-A23.3 standard, *Can. J. Civ. Eng.* 26: 827-839

Reineck K.-H., Bentz E., Fitik B., Kuchma D. A., Bayrak O. (2013), ACI-DAfStb Databases for Shear Tests on Slender Reinforced Concrete Beams without Stirrups, *ACI STRUCTURAL JOURNAL – TECHNICAL PAPER*

Reineck K.-H., Kuchma D. A., Fitik B. (March 2010), Extended databases with shear tests on structural concrete beams without and with stirrups for the assessment of shear design procedures, Institute for Lightweight Structures Conceptual and Structural Design (ILEK), University of Stuttgart, University of Illinois

Reineck, E. C. Bentz, B. Fitik, D. A. Kuchma e O. Bayrak (2013) “ACI-DAfStb Database of Shear Tests on Slender Reinforced Concrete Beams without Stirrups”

Ricci P, Verderame GM, Manfredi G. (2011) Analisi statistica delle proprietà meccaniche degli acciai da cemento armato utilizzati tra il 1950 e il 1980. In: XIV Convegno ANIDIS L’Ingegneria Sismica in Italia; 18–22 September, Bari, Italy [in Italian]

Santarella L. (1969), *Il cemento armato – Vol. 1: La tecnica e la statica*, Hoepli

SAP2000 www.csiamerica.com

Sezen H, Moehle JP. (2002), Seismic Behavior of Shear-Critical Reinforced Concrete Building Columns. Seventh U.S. Natl. Conf. Earthq. Eng. Boston: Massachusetts: Earthquake Engineering Research Institute; 2002

Sezen H, Moehle JP. (2004), Shear strength model for lightly reinforced concrete columns. J Struct Eng; 130(11):1692–703.

Toniolo G. (1988), Elementi Strutturali in cemento armato, Masson

Vecchio F. J., Collins M. P. (1986), The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear. ACI JOURNAL – TECHNICAL PAPER Title no. 83-22 March-April 1986

Vitaliani R., Scotta R., Saetta A. (2000), Il calcolo agli stati limite delle strutture di calcestruzzo armato – Aspetti teorici ed Applicazioni Pratiche, Edizioni Libreria Progetto